УДК 621.382.323

А.А. Коколов, Л.И. Бабак

Исследование нелинейной зависимости сопротивления стока в GaAs и GaN HEMT-транзисторах

Описан аналитический способ экстракции значений элементов эквивалентной схемы СВЧполевого транзистора с учетом нелинейной зависимости сопротивления стока. Получены зависимости сопротивления стока от приложенных напряжений сток-исток и затвор-исток для отечественных 0,15 мкм GaN HEMT- и 0,15 мкм GaAs pHEMT-транзисторов. Учет нелинейного характера сопротивления стока позволил уточнить значения внутренних элементов транзистора и повысить точность моделирования *S*-параметров.

Ключевые слова: малосигнальная модель, нелинейная модель, GaN HEMT, GaAs pHEMT.

Для проектирования нелинейных СВЧ-устройств необходимы точные модели элементов, в частности СВЧ-полевых транзисторов (ПТ). Основой для построения многих типов нелинейных моделей является малосигнальная эквивалентная схема (ЭС) ПТ [1]. Практически во всех методах экстракции параметров ЭС ПТ [1–4] предполагается, что сопротивления стока R_d и истока R_s не зависят от напряжений на контактах транзистора и при экстракции внутренних элементов остаются неизменными. Однако в [5] показано, что сопротивления стока и истока содержат как линейную часть (контактное сопротивление), так и нелинейную, зависящую от напряжения, приложенного к транзистору (объемное сопротивление канала). Объемное сопротивление канала изменяется при варьировании напряжений питания вследствие эффекта модуляции ширины обедненной области [5].

Нелинейный характер поведения сопротивления стока R_d особенно важен при экстракции ЭС ПТ при различных напряжениях смещения. Точная экстракция сопротивления R_d позволяет повысить точность моделирования S-параметров в различных рабочих точках, а для нелинейной модели – точность моделирования ВАХ и выходной мощности. К сожалению, существующие методики расчета паразитных сопротивлений стока R_d и истока R_s ПТ обладают недостатками: 1) требуются измерения ПТ с различными длинами затвора [5]; 2) используется оптимизация, что приводит к «нефизичным» значениям элементов [6, 7]; 3) при решении системы уравнений, описывающих ЭС ПТ, сделано несколько допущений, которые верны только в некотором частотном диапазоне и для определенного класса ПТ [8].

В данной работе полностью приведена аналитическая процедура экстракции ЭС ПТ с учетом нелинейного характера сопротивления стока R_d , а также приведено исследование зависимости этого сопротивления для GaAs и GaN HEMT (High Electron Mobility Transistor – транзистор с высокой подвижностью электронов). Использование описанной процедуры экстракции позволило повысить точность моделирования *S*-параметров ПТ при различных напряжениях смещения.

Процедура экстракции ЭС. Основным отличием рассматриваемого в данной работе метода экстракции ЭС ПТ является включение сопротивления стока R_d во внутреннюю часть транзистора. Таким образом, ЭС ПТ, изображенная на рис. 1, состоит из следующих элементов: 1) внутренних, зависящих от напряжения смещения, $-R_{gs}$, C_{gs} , C_{gd} , R_{ds} , C_{ds} , g_m и τ ; 2) внешних (паразитных), значения которых постоянны при изменении напряжений смещения, $-L_g$, R_g , L_s , R_s и L_d .





Внешние элементы могут быть вычислены, используя комбинацию методик [1] и [2], напрямую из «холодных» измерений транзистора (при $V_{ds} = 0$ В). Получив значения паразитных элементов L_g , R_g , L_s , R_s и L_d , их можно «вычесть» из измеренных *S*-параметров транзистора при рабочих значениях напряжений V_{gs} и V_{ds} [1].

Матрица *У*-параметров внутренней части ЭС транзистора, полученная при помощи метода узловых потенциалов, выглядит следующим образом:

$$Y_{11} = \frac{g_{m0} \cdot j\omega C_{gd}}{\Delta} + j\omega C_{gd} + \frac{j\omega C_{gs}}{1 + j\omega R_{gs} C_{gs}},\tag{1}$$

$$Y_{12} = j\omega C_{gd} G_{ds} / \Delta , \qquad (2)$$

$$Y_{21} = G_d \left(g_{m0} + j\omega C_{gd} \right) / \Delta , \qquad (3)$$

$$Y_{22} = G_d G_{ds} + j\omega \left(C_{gd} + C_{ds} \right) / \Delta , \qquad (4)$$

где Y_{ij} – Y-параметры внутренней части транзистора; $g_{m0} = g_m \cdot e^{-j\omega\tau} / (1 + j\omega R_{gs}C_{gs});$ $\Delta = G_{ds} + G_d + j\omega (C_{gd} + C_{ds}); G_d = 1/R_d; G_{ds} = 1/R_{ds}.$

В уравнениях (1)–(4) значения матрицы Y_{ij} предполагаются известными, они могут быть получены из измеренных *S*-параметров после «вычитания» паразитных элементов. Для того чтобы получить выражения для внутренних элементов, необходимо решить систему, состоящую из 8 нелинейных уравнений с 8 неизвестными (R_{gs} , C_{gs} , C_{gd} , R_{ds} , C_{ds} , g_m , τ и $G_d(R_d)$). Для сравнения, в широко используемых методиках [1, 2], где сопротивление R_d не включено во внутреннюю часть, решается система из 7 нелинейных уравнений и 7 неизвестных.

В уравнениях (2) и (4) выделим реальную и мнимую части:

$$\operatorname{Re}Y_{12} = \left(\omega^2 C_{gd} G_{ds} \left(C_{gd} + C_{ds}\right)\right) / D , \qquad (5)$$

$$\operatorname{Im}Y_{12} = \left(\omega C_{gd} G_{ds} \left(G_d + G_{ds}\right)\right) / D, \qquad (6)$$

$$\operatorname{Re}Y_{22} = \left(\omega^{2} \left(C_{gd}G_{d} + G_{d}C_{ds}\right) \left(C_{gd} + C_{ds}\right) + G_{d}G_{ds}\left(G_{ds} + G_{d}\right)\right) / D, \qquad (7)$$

$$\operatorname{Im} Y_{22} = \left(\omega^2 \left(C_{gd} G_d + G_d C_{ds} \right) \left(G_{ds} + G_d \right) - \omega \left(C_{gd} + C_{ds} \right) \right) / D , \qquad (8)$$

где $D = (G_{ds} + G_d)^2 + \omega^2 (C_{gd} + C_{ds})^2$.

В результате получаем систему из четырех нелинейных вещественных уравнений (5)–(8) с четырьмя неизвестными $G_d(R_d)$, G_{ds} , C_{gd} , C_{ds} . Левые части полученных уравнений полагаются известными. Поэтому после умножения обеих частей этих уравнений на знаменатель D система (5)–(8) преобразуется в систему полиномиальных уравнений. Для решения подобных систем существует эффективный метод базисов Грёбнера [9], реализованный в программных пакетах Mathematica и Maple.

Решая уравнения (5)-(8) относительно неизвестных переменных, получаем:

$$G_d = \frac{\text{Im}Y_{22} \cdot \text{Im}Y_{12} + \text{Re}Y_{22} \cdot \text{Re}Y_{12}}{\text{Re}Y_{12}},$$
(9)

$$C_{ds} = (\operatorname{Im} Y_{22} (\operatorname{Im}^{4} Y_{12} + \operatorname{Re}^{4} Y_{12}) + \operatorname{Im} Y_{22} \operatorname{Re}^{2} Y_{12} \operatorname{Im} Y_{12} (2 \operatorname{Im} Y_{12} + \operatorname{Im} Y_{22}) + + \operatorname{Re}^{2} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22} (\operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Im} Y_{22} - \operatorname{Im} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22}) - \operatorname{Im} Y_{22} \operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Im}^{2} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22}) \times$$
(10)

$$\times \left(\operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22} + \operatorname{Im} Y_{22} \operatorname{Im} Y_{12} \right) / \left(\omega \operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Im} Y_{12} \left(\operatorname{Re}^{2} Y_{12} + \operatorname{Im}^{2} Y_{12} \right) \left(\operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Im} Y_{22} - \operatorname{Im} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22} \right) \right),$$

$$C_{gd} = \frac{\left(\operatorname{Im} Y_{22} \operatorname{Im} Y_{12} + \operatorname{Re} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22} \right) \left(\operatorname{Im}^{2} Y_{12} + \operatorname{Re}^{2} Y_{12} \right)}{\operatorname{Re} Y_{12} \left(\operatorname{Im} Y_{12} \operatorname{Re} Y_{22} - \operatorname{Im} Y_{22} \operatorname{Re} Y_{12} \right)}, \qquad (11)$$

Доклады ТУСУРа, № 4 (34), декабрь 2014

$$G_{ds} = \frac{\left(\mathrm{Im}Y_{22}\,\mathrm{Im}Y_{12} + \mathrm{Re}Y_{12}\,\mathrm{Re}Y_{22}\right)\left(\mathrm{Im}Y_{12}\,\mathrm{Re}Y_{22} - \mathrm{Im}Y_{22}\,\mathrm{Re}Y_{12}\right)}{\mathrm{Im}Y_{22}\left(\mathrm{Im}^2\,Y_{12} + \mathrm{Re}^2\,Y_{12}\right)}.$$
(12)

Таким образом, значения элементов $G_d(R_d)$, C_{ds} , C_{gd} и G_{ds} известны, поэтому можно переписать уравнения (1) и (3):

$$Y_{21} = Y_{21} \frac{\Delta}{G_d} - j\omega C_{gd} = \frac{g_m \cdot e^{-j\omega t}}{1 + j\omega R_{gs} C_{gs}},$$
(13)

$$Y_{11}' = Y_{11} - \frac{Y_{21} \cdot j\omega C_{gd}}{\Delta} - j\omega C_{gd} = \frac{j\omega C_{gs}}{1 + j\omega R_{gs} C_{gs}}.$$
 (14)

Значения Y'_{11} и Y'_{21} могут быть вычислены из левой части уравнений (13) и (14). Разделяя правую часть (13) и (14) на реальную и мнимую части и решая получившуюся систему уравнений, получаем выражения для остальных элементов внутреннего транзистора:

$$C_{gs} = \frac{\mathrm{Im}^2 Y'_{11} + \mathrm{Re}^2 Y'_{11}}{\omega \mathrm{Im} Y'_{11}},$$
(15)

$$R_{gs} = \frac{\text{Re}Y_{11}}{\text{Im}^2 Y_{11} + \text{Re}^2 Y_{11}},$$
(16)

$$g_m = \sqrt{\left(\text{Re}^2 Y_{21}' + \text{Im}^2 Y_{21}'\right) \left(1 + \omega^2 C_{gs}^2 R_{gs}^2\right)},$$
(17)

$$\tau = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{-\operatorname{Im} Y_{21}^{'} - \omega C_{gs} R_{gs} \operatorname{Re} Y_{21}^{'}}{g_{m}}\right).$$
(18)

Рассмотренная методика была реализована в программном обеспечении Extraction-L [10].

Экстракция ЭС для 0,15 мкм GaN HEMT. Рассмотрим экстракцию значений элементов малосигнальной схемы CBU ПТ, изготовленного по отечественной 0,15 мкм GaN HEMT-технологии (ОАО НИИПП, г. Томск) на подложке из SiC с общей шириной затвора $W_g = 4 \times 100$ мкм, в нескольких рабочих точках.



Рис. 2. Зависимости рассчитанного сопротивления стока R_d GaN HEMT-транзистора от частоты при $V_{ds} = 5$ В: $I - V_{gs} = -4$ В; $2 - V_{gs} = -2$ В; $3 - V_{gs} = 0$ В

На рис. 2 приведена зависимость от частоты экстракции f сопротивления R_d , рассчитанного по формуле (9), при напряжении смещения V_{gs} = -4, -2, 0 В (V_{ds} = 5 В). Малая зависимость R_d от f подтверждает эффективность метода.

Значение сопротивления R_d в конкретной рабочей точке рассчитывалось при помощи усреднения по частоте f от 10 до 40 ГГц.

В табл. 1 приведены рассчитанные значения сопротивления стока при различном напряжении на затворе V_{gs} и тока стока I_{ds} . Значение сопротивления R_d изменяется практически в 2,5 раза.

Таблица 1

				-	аолица і
Значения	сопротивления	стока	R_d	для 0,15 мкм	GaN HEMT

V_{gs} , B	-4	-3	-2	-1	0
<i>I_{ds}</i> , мА	0	38	115	168	196
R_d , Ом	3,9	5,075	7,65	10,8	10,04

На рис. 3 приведено сравнение измеренных и смоделированных S-параметров (в диапазоне 0,1–40 ГГц) для GaN НЕМТ-транзистора в рабочей точке $V_{gs} = 0$ В, $V_{ds} = 5$ В, $I_{ds} = 168$ мА. Значения элементов ЭС были получены при помощи описанной методики ($R_d = 10,04$ Ом) и стандартной [1], в которой сопротивление стока является постоянным ($R_d = 3,2$ Ом) и не входит во внутреннюю часть ЭС, т.е. является линейным. В табл. 2 приведены внутренние элементы ЭС ПТ, рассчитанные при разных значениях сопротивления R_d .

Значение среднеквадратичной погрешности для малосигнальной модели с постоянным сопротивлением стока составляет ~ 7,4%, для модели с учётом нелинейного характера $R_d \sim 3\%$.



Рис. 3. Сравнение *S*-параметров ЭС, полученных по новой методике и методике [1], с измерениями $(V_{gs} = 0 \text{ B}, V_{ds} = 5 \text{ B}, I_{ds} = 168 \text{ мA})$

Таблица 2

Значения внутренних элементов ЭС ПТ, рассчитанные при различных R_d ($V_{as} = 0$ В) B)
----------------------------------------------------------------------------------------	------

			· •				a. ,
<i>R</i> _{<i>d</i>} , Ом	$C_{gs}, \phi \Phi$	g_m , мСм	R_{gs} , Ом	$C_{gd}, \phi \Phi$	τ, пс	$C_{ds}, \phi \Phi$	R_{ds} , Ом
10	367	46,3	4,7	165	0,71	81,5	96,4
3,2	436	45,9	5,2	154	1,05	60,7	91,6

Экстракция ЭС для 0,15 мкм GaAs pHEMT. Рассмотрим экстракцию элементов ЭС для 0,15 мкм GaAs pHEMT-транзистора с шириной затвора $W_g = 4 \times 60$ мкм, изготовленного по технологии НИИПП. Для этого были измерены S-параметры в ряде рабочих точек при следующих значени-ях напряжений смещения: $V_{gs} = -1,2; -0,8...0$ В и $V_{ds} = 3; 4...7$ В.

Используя методику, описанную выше, были получены зависимости сопротивления стока R_d от напряжения стока V_{ds} (рис. 4, *a*) и напряжения затвора V_{gs} (рис. 4, *б*).



Рис. 4. Зависимости рассчитанного сопротивления стока R_d для 0,15 мкм GaAs pHEMT-транзистора: a – от напряжения V_{ds} ; δ – от напряжения V_{gs}

Практически при всех значениях V_{gs} увеличение напряжения V_{ds} приводит к падению значения сопротивления стока R_d , что согласуется с данными, приведенными в [5, 8]. Зависимость R_d от напряжения V_{gs} имеет существенно выраженный пик, приходящийся на значение $V_{gs} = -0.4$ В, данный эффект не описан в литературе.

Произведем экстракцию остальных элементов ЭС-транзистора с учетом нелинейного характера сопротивления R_d в рабочей точке $V_{gs} = -0.4$ В, $V_{ds} = 3$ В, $I_{ds} = 30$ мА. В этой точке различие между

значением нелинейного сопротивления стока $R_d = 4,56$ Ом и постоянным значением $R_d = 2,1$ Ом, вычисленным по методике [1], наибольшее. На рис. 5 показаны измеренные и смоделированные *S*-параметры.

Значение среднеквадратичной погрешности для модели с нелинейной зависимостью сопротивления *R_d* составляет 2%.



Рис. 5. Измеренные и смоделированные с учетом нелинейного характера сопротивления R_d *S*-параметры для 0,15 мкм GaAs рНЕМТ-транзистора ($V_{gs} = -0,4$ B, $V_{ds} = 3$ B)

Заключение. Таким образом, в работе предложена аналитическая методика экстракции ЭС ПТ с учетом нелинейной зависимости сопротивления стока R_d. С ее помощью была произведена экстракция ЭС для отечественных GaN HEMT и GaAs pHEMT-транзисторов и показано, что нелинейная зависимость сопротивления стока R_d от напряжений смещения V_{gs} и V_{ds} существенно влияет как на значения остальных внутренних элементов ЭС ПТ, так и на точность воспроизведения S-параметров. Для GaN НЕМТ-транзистора значение R_d изменяется в 2,5 раза при изменении напряжения затвора V_{gs} от 0 до -4 В. Для GaAs pHEMT-транзистора наблюдается сильная зависимость R_d от обоих напряжений V_{ds} и V_{gs} , что обусловлено эффектом модуляции канала [5]. Использование предложенной методики позволило снизить среднеквадратическую ошибку между измеренными и смоделированными Sпараметрами до 3% для GaN HEMT и до 2% для GaAs pHEMT.

Литература

1. A new method for determining the FET small-signal equivalent circuit / G. Dambrine, A. Cappy, F. Heliodore, E. Playez // IEEE Trans. MTT. – 2003. – Vol. 36, No 2. – P. 1151–1159.

2. Berroth M. Determination of the FET small-signal equivalent circuit / M. Berroth, R. Bosch // IEEE Trans. MTT. – 1990. – Vol. 38. – P. 891–895.

3. An apporach to determining an equivalent circuit for HEMTs / K. Shirakawa, H. Oikawa, T. Shimura, Y. Kawasaki, Y. Ohashi, T. Saito, Y. Daido // IEEE Trans. MTT. – 1995. – Vol. 43. – P. 499–503.

4. A technique for extracting small-signal equivalent-circuit elements of HEMTs / M.Y. Jeon, B.G. Kim, Y.J. Jeon, Y.H. Jeong // IEICE Transactions on Electronics. – 1999. – Vol. E82C (11). – P. 1968–1976.

5. Gate-voltage Dependence of Source and Drain Series Resistance and Effective Gate Length in GaAs MESFET's / Y.H. Byun, M.S. Shur, A. Peczalski, F.L. Schuermeyer // IEEE Trans. MTT. – 1998. – Vol. 35. – P. 1241–1246.

6. Sommer V. A New Method to Determine the Source Resistance of FET from Measured *S*-parameters Under Active-Bias Conditions // IEEE Trans. MTT. – 1995. – Vol. 43. – P. 504–510.

7. Campbell C.F. An Analytic Metod to Determine GaAs FET Parasitic Inductances and Drain Resistance Under Active Bias Conditions / C.F. Campbell, S.A. Brown // IEEE Trans. MTT. – 2001. – Vol. 49. – P. 1241–1247.

8. Manohar S. Direct Determination of the Bias-Dependent Series Parasitic Elements in SiC MESFETs / S. Manohar, A. Pham, N. Eyers // IEEE Trans. MTT. – 2003. – Vol. 51, No 2. – P. 597–600.

9. Компьютерная алгебра. Символьные и алгебраические вычисления / под ред. Б. Бухбергера и др. – М.: Мир, 1986. – 194 с.

10. Программное обеспечение для автоматизации измерений, деэмбеддинга и построения линейных моделей СВЧ-полевых транзисторов / И.М. Добуш, А.В. Степачева, А.А. Коколов, А.С. Сальников, Л.И. Бабак // Доклады ТУСУРа. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2011. – Ч. 2 (24). – С. 99–105.

Коколов Андрей Александрович

Канд. техн. наук, ассистент каф. компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП) ТУСУРа Тел.: +7 (382-2) 41-47-17 Эл. почта: kokolovaa@gmail.com

Бабак Леонид Иванович

Д-р техн. наук, зам. директора НОЦ «Нанотехнологии», профессор каф. КСУП Тел.: +7(382-2) 41-47-17 Эл. почта: leonid.babak@mail.ru

Kokolov A.A., Babak L.I. The investigation of the nonlinear behavior of the drain resistance in GaN HEMT and GaAs pHEMT

In this work a new analytical technique for bias-dependent drain resistance R_d extraction is proposed. The dependences of the resistance R_d vs. applied drain-source voltage V_{ds} and gate-source voltage V_{gs} for domestic 0.15 um GaN HEMT and 0.15 um GaAs pHEMT transistors are obtained. Small signal model with non-linear R_d allowed to specify the value of other internal elements and to improve the accuracy of the S-parameter. **Keywords:** small signal model; HEMT; drain resistance.