

УДК 621.316.722

Ю.Н. Тановицкий, Г.А. Кобзев, Д.А. Савин, В.И. Апасов

## О влиянии сглаживания сигнала дифференцирующего звена регулятора широтно-импульсного стабилизатора понижающего типа на продолжительность его переходных процессов в малом

Известно, что наличие дифференцирующего звена в регуляторах улучшает качество переходных процессов и повышает устойчивость в замкнутых системах регулирования. Однако дифференцирующее звено обладает свойством усиления возмущений с ростом скорости их изменения во времени, что приводит к необходимости дополнительно сглаживать сигнал на его выходе. В работе рассматривается задача нахождения коэффициентов обратных связей пропорционально-дифференциального регулятора, обеспечивающих минимальную продолжительность переходного процесса в малом с учетом сглаживания выходного сигнала дифференцирующего звена. Рассмотрены три варианта решения поставленной задачи, базирующихся на моделях в форме отображения Пуанкаре. Показано, что точности задания коэффициентов обратных связей в пределах 10% достаточно, чтобы сократить продолжительность переходного процесса в малом до двух периодов ШИМ по критерию уменьшения возмущения в сорок раз.

**Ключевые слова:** стабилизатор понижающего типа, мультипликаторы, отображение Пуанкаре.

Управление ключевыми стабилизированными преобразователями базируется на применении импульсной модуляции с использованием пропорционально-интегриродифференциальных (ПИД) регуляторов. Возможна как аналоговая, так и цифровая реализация таких подсистем. Наличие дифференцирующего звена в регуляторах улучшает качество переходных процессов и устойчивость. Дифференцирующее звено, подключенное к выходному конденсатору в регуляторе стабилизатора понижающего типа, позволяет получать информацию о второй переменной состояния (токе дросселя) для формирования импульса широтно-импульсного модулятора (ШИМ). В работе [1] показано, что использование управления с учетом всех переменных состояния при формировании сигнала обратной связи нормализует структуру динамической системы преобразователя, расширяя область внешних параметров, где сохраняется устойчивость в целом, и можно найти такие коэффициенты обратных связей, при которых все мультипликаторы равны нулю. Равенство мультипликаторов нулю означает, что переходные процессы в малых окрестностях стационарного движения завершатся не более чем за  $n$  тактов регулирования, где  $n$  – размерность динамической системы. Дифференцирующее звено обладает свойством усиления возмущений с ростом их частоты или скорости изменения возмущающих факторов во времени. В результате колебания выходного тока, вызванные, например, работой питаемой преобразователем цифровой схемы, могут приводить к ложным срабатываниям ШИМ, поэтому необходимо сглаживать выходной сигнал дифференцирующего звена. При этом в устройстве появляется апериодическое (инерционное) звено и размерность системы уравнений увеличивается на единицу, а часть переменных состояния становится недоступной для формирования напряжения компаратора, определяющего момент переключения ШИМа. Таким образом, управление становится неполным (лишь по части переменных состояния), также утрачивается возможность иметь коэффициенты обратных связей, обеспечивающие нулевые мультипликаторы. Тем не менее возможность минимизации продолжительности переходного процесса, сводящаяся к минимизации мультипликаторов, остается и ее реализация рассматривается в настоящей работе.

*Математическая модель.* Для исследования влияния сглаживания рассмотрим понижающий стабилизатор, схема замещения которого изображена на рис. 1.

Кроме инерционного звена, включенного в разрыв цепи, соединяющей сумматор и датчик тока емкости, она совпадает с рассмотренной в [1, 2]. Коэффициент передачи инерционного звена, реализуемый элементами  $R_1, R_2, C_1, DA_1$ , в режиме постоянного тока равен 1. Параметр  $\tau = R_2 \cdot C_1$  определяет его сглаживающие свойства. Поскольку  $C \cdot dU_C/dt = i_C$ , то для дифференцирования выходного напряжения достаточно включить датчик тока в разрыв вывода конденсатора, не создавая при этом явное звено, усложняющее модель.

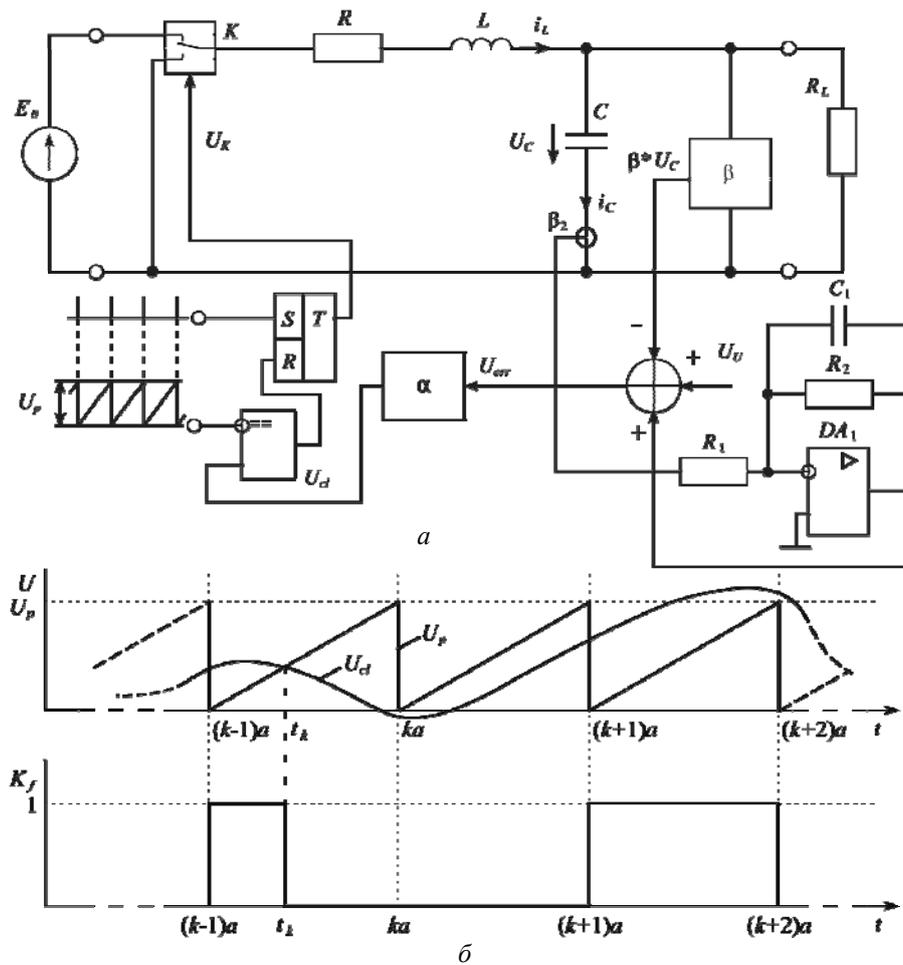


Рис. 1. Схема замещения (а) и диаграмма, иллюстрирующая работу ШИМ (б)

Основу уравнений силовой части составляют выражения [2]:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot K_f(\mathbf{X}, t), \tag{1}$$

где  $\mathbf{X}(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  – вектор переменных состояния ( $x_1 \equiv i_L$  – ток в индуктивности;  $x_2 \equiv U_H$  – напряжение на нагрузке;  $x_3 \equiv -U_{C1}$  – напряжение, обратное напряжению на выходе инерционного звена);

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L & 0 \\ 1/C & -1/(CR_L) & 0 \\ \beta_2/C_1 & -\beta_2/(C_1R_L) & -1/\tau \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = [E_0/L \ 0 \ 0]^T, \text{ символ } T \text{ означает транспонирование;}$$

$t$  – время;  $\tau$  – постоянная времени интегрирующего звена.

Функция  $K_f(\mathbf{X}, t)$  принимает два значения: 1 – ключ  $K$  замкнут, 0 – ключ разомкнут. Они дополнены переменной состояния  $x_3$  и коэффициентами третьей строки матриц  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , которые появились после введения элементов, сглаживающих ток емкости. Период работы ШИМ равен  $a$ . Наряду со временем  $t$  будем также использовать относительное время  $z = t/a$ . Систему уравнений силовой части (1) необходимо дополнить уравнением для напряжения на входе компаратора

$$\xi(z) = \alpha \cdot (U_y - \mathbf{D} \cdot \mathbf{X}(a \cdot z)) - U_P \cdot z, \tag{2}$$

где  $\alpha$  – коэффициент усиления пропорционального корректирующего звена;  $\mathbf{D} = [0 \ \beta \ \beta_2]$  – матрица-строка, содержащая коэффициенты для суммирования по переменным состояниям.

В режимах без насыщения ШИМ (коэффициент заполнения  $z \neq 0$  и  $z \neq 1$ ) коммутация возникает в момент, когда разность напряжений на выводах компаратора равна нулю:

$$\xi(z) = 0.$$

Если напряжение на входе компаратора больше нуля в начале тактового интервала ШИМ, т.е.  $\xi(0) > 0$ , то импульс не возникает, если  $\xi(0) < 0$  в течение всего интервала ШИМ, то импульс не завершается, что соответствует коэффициенту заполнения, равному 1.

Параметры модели такие же, как в [2]:  $R = 10,6 \text{ Ом}$ ;  $C = 1 \text{ мкФ}$ ,  $L = 0,1 \text{ Гн}$ ;  $E_0 = 104 \text{ В}$ ;  $U_p = 10 \text{ В}$ ;  $U_u = 5 \text{ В}$ ;  $a = 0,0001 \text{ с}$ ;  $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$ ;  $\beta = 0,1$ ;  $\tau = 0,1a$ .

Рисунок 2 иллюстрирует один период работы преобразователя в установившемся состоянии. При малых значениях  $\tau$  выходное напряжение сглаживающего звена (кривая 2) по форме будет повторять ток конденсатора  $C$  (кривая 3), а при больших – напряжение на конденсаторе (кривая 1). Поэтому существует лишь определенный ограниченный диапазон значений  $\tau$ , для которых применение такого звена оправдано.

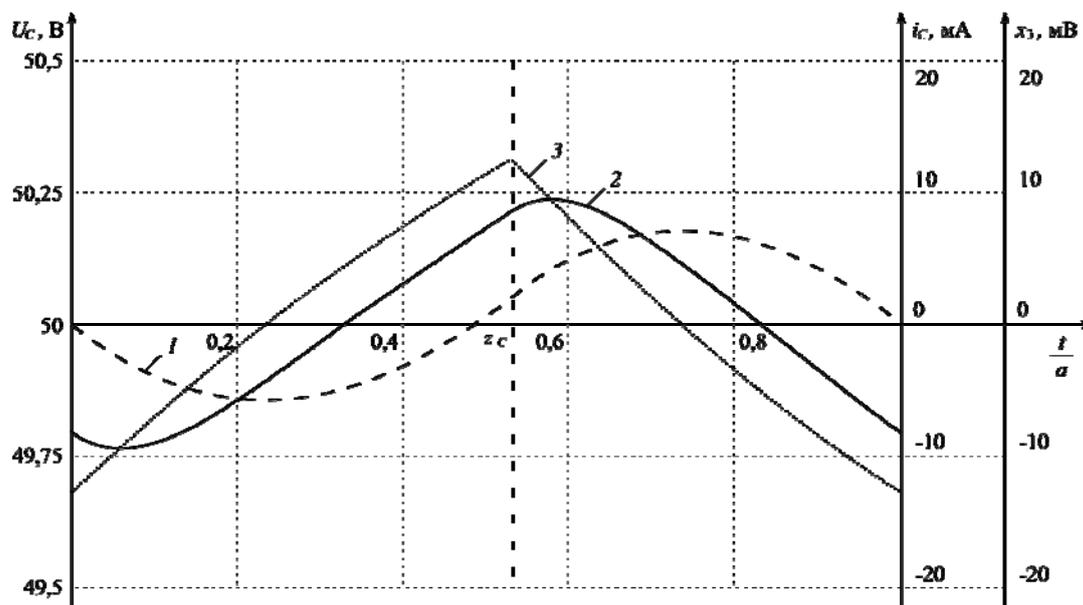


Рис. 2. Зависимости выходного напряжения  $U_C$  – кривая 1, напряжения сглаживающего звена  $x_3$  – кривая 2, и тока емкости  $i_C$  – кривая 3 в установившемся режиме

Система (1) при  $K_f=1$  и  $K_f=0$  является линейной и имеет соответствующие известные аналитические решения:

$$\mathbf{X}_{K_f=1}(t) = e^{At} (\mathbf{X}(0) - \mathbf{X}_s) + \mathbf{X}_s, \quad \mathbf{X}_{K_f=0}(t) = e^{At} \mathbf{X}(0),$$

где  $\mathbf{X}_s = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ .

Сшивая такие решения на интервале от  $t = 0$  до  $a$ , находим

$$\mathbf{X}_1 = e^{Aa(1-z)} (e^{Aaz} \mathbf{X}_0 - \mathbf{X}_s) + \mathbf{X}_s. \quad (3)$$

Выражение для основной матрицы, получаемое дифференцированием формулы (3), аналогично [3]:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{X}_1}{d\mathbf{X}_0} = e^{aA} + \text{diag}(\mathbf{W}) \cdot \mathbf{U} \cdot \text{diag}(\mathbf{S}), \quad (4)$$

$$\mathbf{W} = -a\mathbf{A}e^{aAz_c} \mathbf{X}_s, \quad \mathbf{S} = \frac{dz}{d\mathbf{X}},$$

где  $z_c$  – коэффициент заполнения для желаемого установившегося режима, который можно определить по методике, изложенной в [3];  $\mathbf{U}$  – унитарная матрица такой же размерности, что и  $\mathbf{A}$ , все ее элементы равны единице. Там же (в [3]) предложен способ нахождения вектора  $\mathbf{S}$ , который обеспечит нулевые мультипликаторы матрицы  $\mathbf{F}$ . Обозначим такой вектор  $\mathbf{S}_z$ . Вектор  $\mathbf{S}$  также связан с уравнением (2), в которое входят коэффициенты обратных связей.

Дифференцируя выражение (2) по правилу функции, заданной неявно, находим

$$\mathbf{S} = -\frac{[\mathbf{D} \cdot \alpha / U_p \cdot e^{Az_c}]^T}{\mathbf{D} \cdot \alpha / U_p \cdot e^{Az_c} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{X}_c - \mathbf{X}_s) + 1}.$$

Приравняв  $\mathbf{S}_z$  к  $\mathbf{S}$ , после преобразований получаем несовместную систему линейных уравнений

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{S}_z, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{x} = \alpha / U_p \cdot [\mathbf{D} \cdot \mathbf{P}]^T; \quad (6)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{V} \left( \left[ \mathbf{e}^{A z_c} \right]^T + \mathbf{S}_z \left[ \mathbf{e}^{A z_c} \cdot \mathbf{A} \cdot (\mathbf{X}_c - \mathbf{X}_s) \right]^T \right) \cdot \mathbf{P}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \text{матрица, отсекающая первый столбец}$$

множимого, соответствующий току дросселя  $L$ , по которому нет непосредственной обратной связи;  $\mathbf{V}$  – диагональная масштабирующая матрица. Зная  $\mathbf{x}$ , из уравнения (6) легко найти  $\alpha$  и  $\beta_2$ , учитывая, что значения  $\beta$  и  $U_p$  известны.

Уравнение (5) можно решить по методу наименьших квадратов [4] при различных значениях масштабирующей матрицы  $\mathbf{V}$ .

**Численные эксперименты.** Были найдены тремя способами множества коэффициентов обратных связей:

1) при матрице  $\mathbf{V}$ , выбранной равной единичной матрице, получаем результат  $\alpha = 32,303$ ,  $\beta_2 = 4,889$  (кривая 1 на рис. 3);

2) при матрице  $\mathbf{V}$ , у которой два первых диагональных элемента равны единице, а последний элемент равен нулю. В этом случае игнорируется выполнение условия равенства для 3-го компонента уравнения  $dz/dx_3$  [см. последнее уравнение из выражения (4)]. Получаем результат  $\alpha = 30,76$ ,  $\beta_2 = 5,877$  (кривая 2 на рис. 3);

3) последний набор коэффициентов –  $\alpha = 31,79$ ,  $\beta_2 = 5,863$  (кривая 3 на рис. 3) получен по методике [3] для модели 2-го порядка, где эффект действия звена запаздывания учтён задержкой в канале обратной связи по току  $i_C$  на время  $\tau$ .

На рис. 3 показана зависимость максимального по модулю мультипликатора, с которым связано быстрое действие в малом, от коэффициента преобразования тока емкости  $\beta_2$ . С практической точки зрения достаточно высоким можно считать быстрое действие, когда максимальный по модулю мультипликатор  $\rho_{\max}$  меньше 0,1–0,15. Это означает, что амплитуда возмущения будет уменьшаться за два периода ШИМ в  $\rho_{\max}^2$  раз, т.е. в 0,01–0,025 раза. При этом, как видно из рисунка, необходимо обеспечить точность параметров обратных связей не хуже 3% для значения 0,1 и не хуже 10% для значения 0,15.

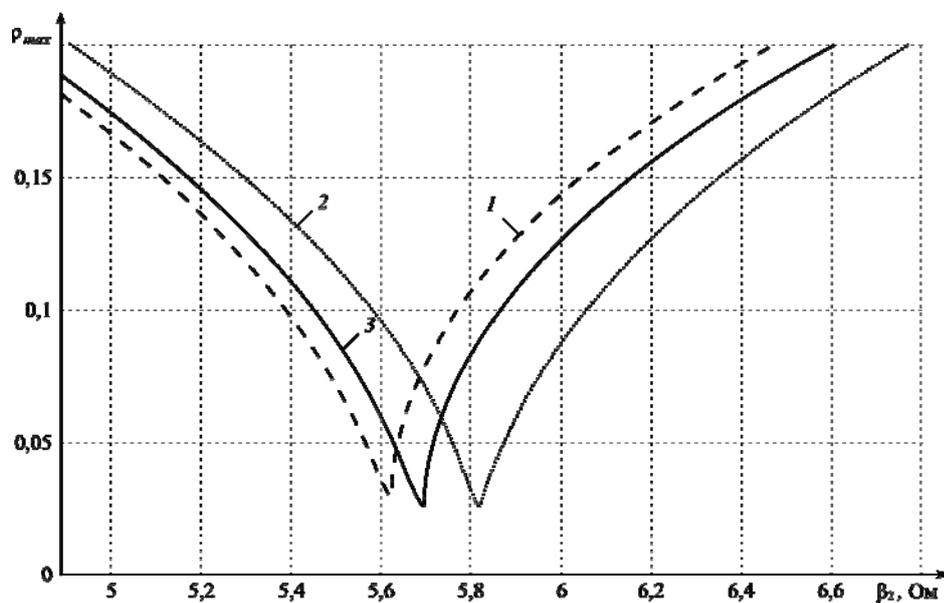


Рис. 3. Зависимость максимального по модулю мультипликатора от коэффициента преобразования  $\beta_2$  при различных значениях коэффициентов усиления пропорционального звена  $\alpha$

#### Выводы

1. Предпочтительным оказался способ расчета коэффициентов обратных связей, игнорирующий третий компонент вектора  $\mathbf{S}_z$ .

2. Метод расчета коэффициентов обратных связей на модели 2-го порядка с учетом задержки в канале преобразования тока емкости дает близкий к выводу 1 результат, который лучше, чем по методу наименьших квадратов при учете всех составляющих  $\mathbf{S}_z$ . Однако модель 2-го порядка не позволяет оценить границы применимости такого подхода.

3. Порядок уменьшения мультипликаторов ожидаемо ограничен и примерно совпадает со скоростью уменьшения возмущения в инерционном звене с постоянной времени  $\tau$ , если рассматривать интервал от начала периода до момента коммутации. По этой причине рационально выбирать срез

отображения в интервале времени  $[z_c, z_c + a]$ . Очевидно, остается резерв для увеличения  $\tau$  при сохранении высокого быстродействия. Однако в случаях, где из-за помех невозможно использовать малые значения  $\tau$ , следует ожидать более продолжительные переходные процессы.

4. Для получения высокой скорости затухания переходных процессов достаточно поддерживать точность параметров обратных связей стабилизатора на уровне  $\pm 10\%$ . При этом можно рассчитывать на уменьшение амплитуды возмущения до 0,025 от исходного значения за 2 тактовых интервала ШИМа.

#### *Литература*

1. Баушев В.С. Нормализация структуры стабилизатора напряжения с ШИМ / В.С. Баушев, А.В. Кобзев, Ю.Н. Тановицкий // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: Проблеми сучасної електротехніки. – 2000. – Т. 8. – С. 59–64.

2. Баушев В.С. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием / В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев, С.Г. Михальченко // Электричество. – 1996. – Т. 3. – С. 47–53.

3. Тановицкий Ю.Н. Алгоритм адаптивного управления стабилизированными преобразователями напряжения с широтно-импульсным регулированием / Ю.Н. Тановицкий, Т.Ф. Халиляев, Г.А. Кобзев // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2010. – № 1(21), ч. 2. – С. 80–85.

4. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1958. – 336 с.

---

#### **Тановицкий Юрий Николаевич**

Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: +7 (382-2) 41-39-46

Эл. почта: tyn@mail.ru

#### **Кобзев Геннадий Анатольевич**

Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: +7 (382-2) 51-08-04

Эл. почта: kga@tusur.ru

#### **Савин Данил Александрович**

Ст. преподаватель каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: +7 (382-2) 41-39-46

Эл. почта: sda@ie.tusur.ru

#### **Апасов Владимир Иванович**

Аспирант каф. промышленной электроники ТУСУРа

Тел.: +7 (382-2) 41-39-46

Эл. почта: polus@online.tomsk.net

Tanovitsky Y.N., Kobzev G.A., Savin D.A., Apasov V.I.

#### **On the optional signal smoothing for the derivative controller element of the pulse-width step-down (buck) stabilizer and its effect to the duration of the transient process in the small**

It has been established that inclusion of the derivative element in a regulator improves the quality of transient processes and enhances the closed loop stability, although the derivative element will intensify disturbances as they change in time at an increasing rate. As a result, the output signal has to be additionally smoothed in output. This paper discusses the problem of finding the feedback factors for a PD regulator which would ensure the shortest transient processes in the small, given the integration of the output signal of the derivative element. The paper reviews three potential solutions of the problem based on the Poincare map models. The paper shows that if setting feedback factors with an accuracy of up to ten percent, one can shorten the transient process in the small to two periods of the buck converter by reducing disturbance by forty times.

**Keywords:** step-down stabilizer, multipliers, Poincare map.