

УДК 621.314.1:001.891.573

В.И. Апасов, С.Г. Михальченко, Ю.Н. Тановицкий

Аналитический способ определения моментов коммутации комбинированного преобразователя со стабилизацией выходного напряжения, обеспечивающих одноцикловый режим работы

Предложена модель комбинированного преобразователя на основе численно-аналитического метода математического моделирования динамики полупроводниковых преобразователей, способного работать в качестве как понижающего, так и повышающего. Данный преобразователь обеспечивает одинаковую полярность входного и выходного напряжений и возможность получения выходного напряжения как больше входного, так и меньше, при меньших потерях на элементах и номинального тока через транзисторы и диоды, в сравнении с импульсными преобразователями с разделительным конденсатором. Математическая модель комбинированного преобразователя дает возможность провести его исследование: изучить нелинейные динамические свойства, выполнить бифуркационный анализ, а также поиск длительности управляющих импульсов коммутационных элементов, при которых преобразователь будет работать в устойчивом режиме.

Построены бифуркационные диаграммы выходного напряжения в зависимости от коэффициента усиления схемы управления. Представлен аналитический метод поиска одноцикловых режимов работы комбинированного преобразователя. Полученные данные могут быть использованы при проектировании устройств силовой электроники на основе преобразователя данного типа, в частности при проектировании модулей систем электропитания космических аппаратов, для обеспечения их устойчивой работы с учетом постепенной деградации компонентов схемы.

Ключевые слова: математическое моделирование, комбинированный преобразователь, коммутационная функция, бифуркационный анализ, момент коммутации.

В сегодняшнее время в качестве базовых модулей при построении источников вторичного питания в различных системах достаточно распространены импульсные преобразователи, система управления которых в большинстве случаев строится на основе широтно-импульсной модуляции. В общем случае данные преобразователи рассматриваются в качестве отдельной замкнутой системы автоматического регулирования, которая под влиянием внешних или внутренних факторов подвержена бифуркационному возникновению хаотического состояния, что, в свою очередь, может привести к появлению токов или напряжений на элементах преобразователя, значительно превышающих их номинальные параметры [1–4].

Динамические свойства замкнутых систем определяют надежность функционирования устройств на их основе, поэтому необходима максимально полная информация о динамике такой системы в некоторой окрестности расчетных параметров, чтобы повысить качество проектирования всего устройства в целом. Импульсная система в силу кусочной линейности входящих в модель функций, описывающих законы управления транзисторами, обладает аномальными качествами, т.е. при одних и тех же параметрах может существовать несколько различных режимов ее функционирования. Кроме того, при изменении параметров модели, а в реальных приборах такие изменения происходят постоянно, динамика системы изменяется, переводя ее из одного состояния в другое. Поэтому очень важно уже на этапе проектирования проводить анализ преобразователя с позиции нелинейной динамики. Данное исследование направлено на получение математического аппарата, позволяющего определять моменты коммутации силовых элементов комбинированного преобразователя при различных параметрах силовой части схемы, а также схемы управления.

Понижающий, повышающий и инвертирующий преобразователи достаточно глубоко исследованы с помощью методов нелинейной динамики, комбинированный же преобразователь нуждается в более глубоком изучении. Наиболее явные его недостатки – большие коммутационные потери и сложность системы управления. Но он обладает и рядом существенных преимуществ: возможно-

стью получения выходного напряжения как ниже, так и выше входного той же полярности, а также наличием всего одного магнитного элемента в схеме (что положительно сказывается на массогабаритных показателях). Кроме того, его можно использовать в двунаправленных схемах, что позволяет обходиться одним силовым модулем при решении различных задач.

Математическая модель комбинированного преобразователя. Математическая модель комбинированного преобразователя была рассмотрена ранее [4–6], где показана ее применимость для решения задач по поиску m -цикловых режимов работы преобразователя и описан алгоритм работы системы управления такой схемы.

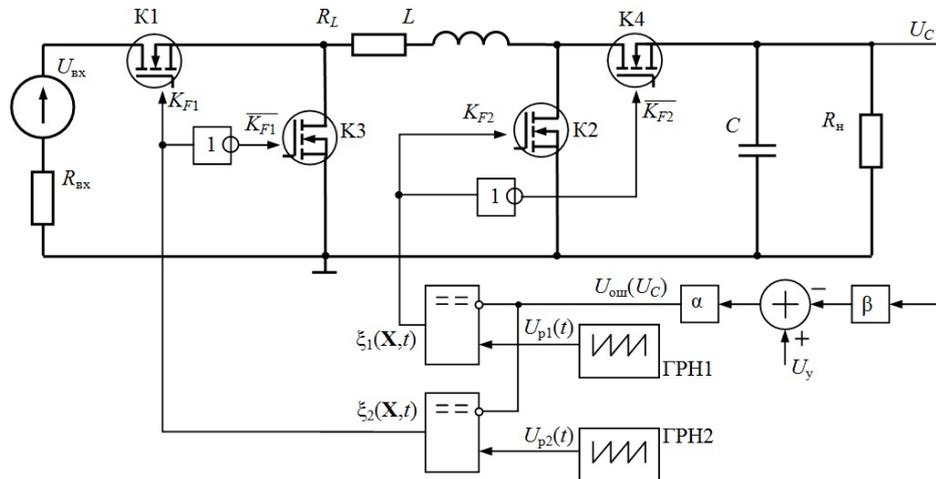


Рис. 1. Схема замещения комбинированного преобразователя со стабилизацией выходного напряжения

На схеме замещения преобразователя (рис. 1) приняты следующие обозначения: $U_{вх}$ – входной источник ЭДС; $R_{вх}$ – сопротивление входного источника; K1, K2, K3, K4 – силовые коммутационные элементы; R_L – сопротивление обмоток дросселя; L – индуктивность дросселя; C – емкость выходного фильтра; R_n – сопротивление нагрузки; α , β – коэффициенты усиления пропорционального звена и сигнала ошибки; $U_{p1}(t)$, $U_{p2}(t)$ – развертывающее напряжение (пилообразное), формируемое генераторами ГРН1, ГРН2; $\xi_1(U_C, t)$, $\xi_2(U_C, t)$ – разностные функции, описывающие цепь обратной связи.

Математическая модель преобразователя формируется на основе системы дифференциальных уравнений, построенных в базе коммутационно-разрывных функций [5], с переменными матрицами состояний \mathbf{A} и \mathbf{B} для каждого из возможных состояний схемы, зависящими от коммутационных функций $K_F(\xi)$:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}(K_F(\xi))\mathbf{X} + \mathbf{B}(K_F(\xi)), \quad (1)$$

где \mathbf{X} – вектор переменных состояний.

В свою очередь, $\mathbf{X} = \{i_L, U_C\}$, где i_L – ток в дросселе и U_C – напряжение на выходном конденсаторе.

Управляющие импульсы напряжения K_F для каждого из ключей K1, K2 формируются блоком импульсного модулятора по закону, представленному на рис. 2:

$$K_F(\xi) = \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(\xi)], \quad (2)$$

где функции обратной связи $\xi_i(\mathbf{X}, t)$, $i = 1, 2$, служащие аргументом коммутационных функций $K_{F1}(\xi_1)$ и $K_{F2}(\xi_2)$ для соответствующих ключей, строятся как разность сигнала ошибки и развертывающего напряжения:

$$\xi_i(U_C, t) = \alpha(U_y - \beta U_C) - U_{pi}(t), \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Развертывающее напряжение каждой зоны формируется по закону

$$U_{pi}(t) = U_{pm} \left(\frac{t}{\tau} - E_1 \left(\frac{t}{\tau} \right) \right) + U_{0i}, \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где U_{pm} – амплитудное значение развертывающего напряжения, τ – период квантования ШИМ, E_1 – целочисленная функция Антье, U_{0i} – отклонение развертывающего напряжения каждой зоны ($U_{01} = 0$ В, $U_{02} = 1,503$ В).

В системе управления применена двухзонная модуляция для управления ключевыми элементами К1–К4 с условием, что ключ повышающего преобразователя К2 может переходить в замкнутое состояние только при условии, что ключ понижающего преобразователя К1 находится в замкнутом состоянии [7], а также учитывая, что коммутационные функции принимают единичное значение только в начале тактового интервала (рис. 2).

При моделировании принято, что преобразователь работает в режиме непрерывных токов и коммутационные функции формируются для обоих ключевых элементов К1 и К2, состояние же ключей К3, К4 соответственно противофазно данным функциям. Состояние ключей К1, К2 в зависимости от коммутационных функций $\xi_i(\mathbf{X}, t)$, $i = 1, 2$ определяется принципами формирования импульсной последовательности [5].

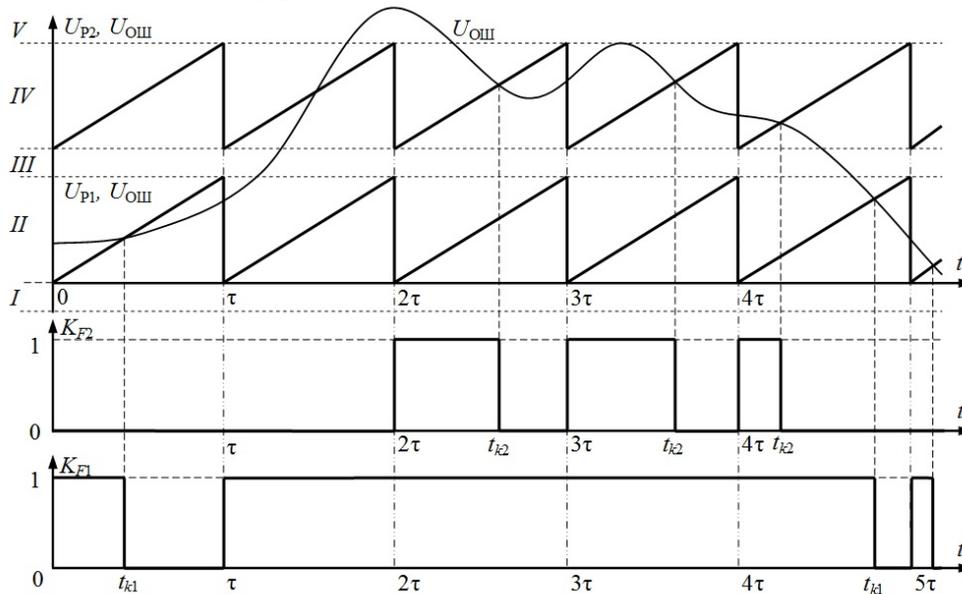


Рис. 2. Формирование коммутационных функций ключей К1, К2

При вышеперечисленных условиях в схеме возможны три состояния коммутационных элементов (ключей К1–К4), которым соответствуют свои матрицы состояния **A** и **B** (табл. 1). В табл. 1 также приведены границы временных интервалов для соответствующих состояний схемы, которые используются в дальнейшем для вычислений.

Таблица 1

Матрицы **A** и **B** для различных состояний ключей

Границы временного интервала	Состояние ключей	Матрица A	Матрица B
$[t_{k1}, k\tau]$	$K_{F1} = 0; K_{F2} = 0$	$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{-(R_L + R_{BX})}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{R_H C} \end{bmatrix}$	$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{U_{BX}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$
$[t_{k2}, t_{k1}]$	$K_{F1} = 1; K_{F2} = 0$	$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{-R_L}{L} & \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{R_H C} \end{bmatrix}$	$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$[(k-1)\tau, t_{k2}]$	$K_{F1} = 1; K_{F2} = 1$	$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} \frac{-(R_L + R_{BX})}{L} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{R_H C} \end{bmatrix}$	$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} \frac{U_{BX}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$

Вектор **X** ввиду кусочной линейности матриц **A** и **B** может быть вычислен аналитически: интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1) на участках линейности согласно табл. 1 [4]. Это решение на каждом участке линейности при начальных условиях $\mathbf{X}((k-1)\tau) = \mathbf{X}_{k-1}$, где k – номер тактового периода ШИМ, может быть записано в виде

$$\mathbf{X}(t) = e^{\mathbf{A}(t-(k-1)\tau)} (\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad (5)$$

где $e^{\mathbf{A}(t-(k-1)\tau)}$ – экспоненциальная матрица.

Для трех состояний можно записать последовательно уравнения поиска вектора состояния

$$\mathbf{X}_{t_{k_2}} = e^{\mathbf{A}_3(t_{k_2}-kt)} (\mathbf{X}_k + \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3) - \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3; \quad (6)$$

$$\mathbf{X}_{t_{k_1}} = e^{\mathbf{A}_2(t_{k_1}-t_{k_2})} (\mathbf{X}_{t_{k_2}} + \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2) - \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2; \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_{(k+1)\tau} = e^{\mathbf{A}_1((k+1)\tau-t_{k_1})} (\mathbf{X}_{t_{k_1}} + \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1) - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1, \quad (8)$$

где t_{k_1}, t_{k_2} – границы временных интервалов.

Для удобства вычислений перейдем от переменных t_{k_1}, t_{k_2} к переменным z_{k_1}, z_{k_2} , исходя из того, что $t_{ki} = z_{ki}\tau + kt$. Учитывая это, а также последовательно подставляя уравнение (6) в выражение (7), а затем (8), находим значение вектора искомым переменных в конце тактового периода:

$$\mathbf{X}_{(k+1)\tau} = e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} (e^{\mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} (e^{\mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)} (\mathbf{X}_k + \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3) - \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 + \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2) - \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 + \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1) - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1. \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) позволяют строить решение исходной задачи (1)–(4) по методу установления, т.е. последовательно с мелким шагом $h \ll \tau$ вычислять значения вектора $\mathbf{X}(t)$, находя для каждого интервала ШИМ моменты коммутации t_{k_1}, t_{k_2} по формуле (3), исходя из тех соображений, что функции $\xi_i(\mathbf{X}, t)$, $i = 1, 2$ в эти моменты меняет знак с положительного на отрицательный:

$$\xi_i(\mathbf{X}(t_{ki}), t_{ki}) = 0, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

Метод непосредственного поиска одноциклового режима. Решение уравнения (9) относительно векторов переменных \mathbf{X}_k и \mathbf{X}_{k+1} позволяет перейти к рассмотрению одноциклового режима. Для поиска моментов коммутации учитываем, что векторы переменных \mathbf{X}_{k+1} в начале каждого тактового интервала и в его конце \mathbf{X}_k равны. Таким образом, в получившемся выражении замена переменной \mathbf{X}_{k+1} на \mathbf{X}_k , позволяет получить уравнение

$$\mathbf{X}_k = (\mathbf{E} - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)})^{-1} (e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1), \quad (11)$$

где \mathbf{E} – единичная матрица, равная $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Поскольку напряжение на конденсаторе U_C является второй компонентой вектора переменных \mathbf{X} , из уравнений (4) и (3) с учетом того, что $t/\tau = z$,

$$U_C = \frac{1}{\beta} \left(U_y - \frac{U_{0i} + U_{pm} z_{ki}}{\alpha} \right), \quad (12)$$

где $i = 1, 2$.

Из уравнения (11) также следует выделить вторую компоненту вектора \mathbf{X} , для этого правая часть выражения умножается на вектор $\mathbf{E}_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, в результате чего получается искомое напряжение на конденсаторе.

$$U_C = \mathbf{E}_{01} (\mathbf{E} - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)})^{-1} (e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1). \quad (13)$$

Затем, приравняв уравнения (12) и (13), получаем уравнение, из которого возможно найти требуемые моменты коммутации, соответствующие одноциклового режиму:

$$\frac{1}{\beta} \left(U_y - \frac{U_{0i} + U_{pm} z_{ki}}{\alpha} \right) = \mathbf{E}_{01} (\mathbf{E} - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)})^{-1} (e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau) + \mathbf{A}_3(z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{B}_3 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau) + \mathbf{A}_2(z_{k_1}\tau-z_{k_2}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 - e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2 + e^{\mathbf{A}_1(\tau-z_{k_1}\tau)} \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1), \quad (14)$$

где $i = 1, 2$.

Для решения уравнения (14) относительно z_{ki} можно использовать любой численный метод решения трансцендентных уравнений (метод Ньютона, метод касательных и др.). В данной работе применен метод минимизации ошибки вычисления. Основанная на нем программа написана в вы-

числительном пакете MathLab, позволяющая при заданных параметрах силовой части схемы и системы управления определять моменты коммутации, соответствующие одноцикловоому режиму.

Для проверки результатов математического вычисления построены диаграммы установления напряжения на конденсаторе, способ которого был изложен ранее [3], в различных режимах работы (рис. 3) и бифуркационные диаграммы (рис. 4).

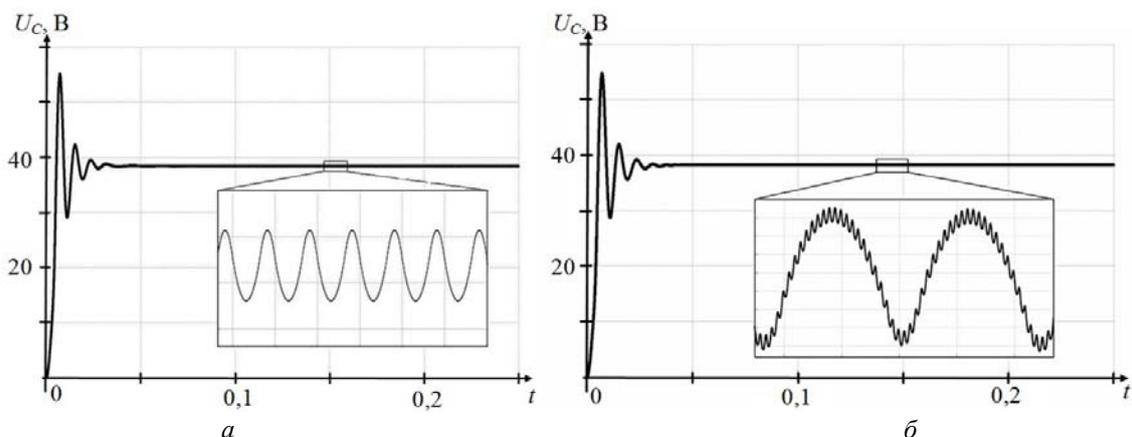


Рис. 3. Напряжение на конденсаторе при использовании метода установления:
 а – одноцикловоый режим; б – многоцикловоый режим

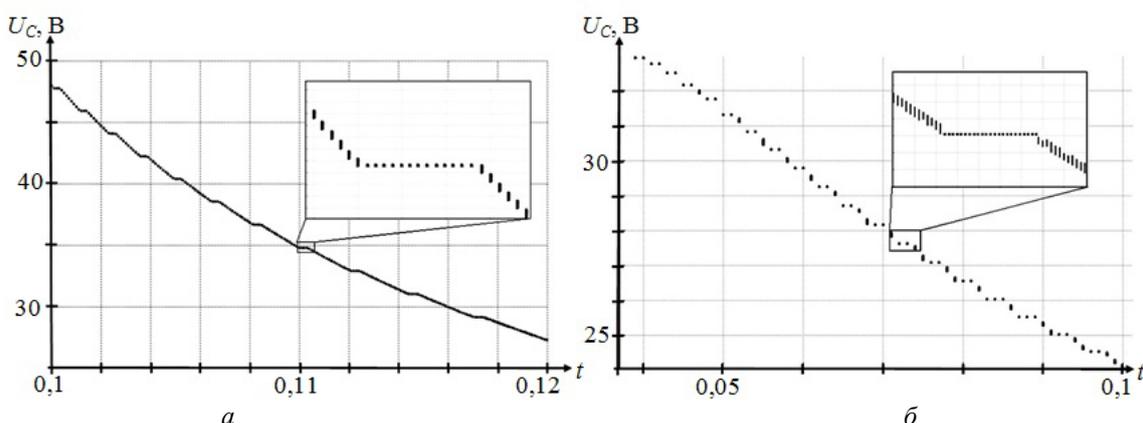


Рис. 4. Бифуркационные диаграммы выходного напряжения при изменении коэффициента усиления звена обратной связи: а – режим понижения; б – режим повышения

Результаты сравнения аналитического метода минимизации ошибки и метода установления (табл. 2) показывают, что у данного преобразователя могут одновременно существовать как одноцикловоый, так и многоцикловоый режимы работы. Это свойство названо *мультистабильностью* [4, 9].

Таблица 2

Моменты коммутации, определенные аналитическим методом минимизации ошибки и методом установления

Параметры схемы			Моменты коммутации, найденные по аналитическому методу минимизации ошибки вычисления		Моменты коммутации, найденные по методу установления		Разница найденных моментов коммутаций	
$U_{вх}, В$	α	β	z_{k1}	z_{k2}	z_{k1}	z_{k2}	Δz_{k1}	Δz_{k2}
20	0,3	0,1	0,993	0	0,995	0	0,002	0,000
20	0,5	0,1	1	0,304	1	0,305	0,000	0,001
30	0,3	0,1	0,865	0	0,865	0	0,000	0,000
30	0,5	0,1	1	0,103	1	0,102	0,000	0,001
50	0,3	0,1	0,764	0	0,765	0	0,001	0,000
50	0,5	0,1	1	0,073	1	0,072	0,000	0,001

Как видно из рис. 4, а, при одноцикловом режиме работы ($\alpha = 0,5$ и $\beta = 0,106$) пульсации выходного напряжения равны 0,002 В. При двадцатишестичиковом рабочем режиме ($\alpha = 0,5$ и $\beta = 0,108$), показанном на рис. 4, б, пульсации выходного напряжения равны 0,12 В.

Устойчивость динамических режимов преобразователя. Обеспечение динамической устойчивости системы – проблема, связанная с идентификацией режимов функционирования. Дело в том, что при поиске решения методом установления (который используется во всех имитационных САПР электронных схем) работа системы сводится к многоцикловому режиму, а при аналитическом методе определения в рассматриваемой точке обнаруживается одноцикловый режим. Подстановка в исходную математическую модель найденных корней подтверждает тот факт, что система действительно может находиться в одноцикловом режиме. Исследование вопросов мультистабильности [9] показывает, что такое явление свидетельствует о наличии неустойчивых состояний системы, а также об одновременном существовании нескольких устойчивых (*локально устойчивых*) режимов в одной точке пространства параметров системы. В последнем случае ситуация весьма неприятна – функционирование устройства будет определяться соотношением размера и формы *областей притяжения* [9] найденных режимов, взаимным расположением этих областей и уровня *возмущающего воздействия*. Это воздействие способно «выбросить» установившееся движение из одной локальной области устойчивости в другую, т.е. осуществить переход от заданного номинального устойчивого движения к аномальному (также устойчивому движению).

В практике современных промышленных предприятий, серьезно относящихся к качеству производимой продукции, на этапе опытно-конструкторской разработки применяется *экспериментальный способ* обнаружения аномальных динамических процессов. На предприятиях военной или космической отрасли этот способ перерос в целую технологию государственной военной приемки объекта. Он весьма дорогостоящ, достаточно трудоемок, сложен, требует большого количества стендового оборудования. Суть его – осуществляя всевозможные воздействия на прибор (электромагнитные, радиационные, механические, акустические, температурные и др.), добиться перехода функционирования прибора из номинального режима в аномальный, т.е. вызвать аварию. Несмотря на то, что «критерием истинности теории является практика», такой способ обнаружения аномалий – это поиск «вслепую», поскольку он не гарантирует обнаружения всех возможных аномальных режимов и зон их притяжения.

В связи с этим данное исследование необходимо расширить в сторону определения локальной устойчивости найденных режимов и построения их областей притяжения (исследование устойчивости в целом).

В теории автоматического управления, изучающей в основном линейные системы, разработано значительное число косвенных методов определения устойчивости, преимущественно частотных. Но динамические режимы импульсных преобразователей энергии в корне отличаются от процессов, описываемых теорией линейных систем, базирующейся на определении амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик.

Для исследования локальной устойчивости динамического режима используем теорию А.М. Ляпунова. Локальная устойчивость m -циклового решения $\mathbf{X}(t)$, однозначно формируемого коммутационной последовательностью широтно-импульсной модуляции, определяется в соответствии с данной теорией через корни $\{\rho_i\}$ характеристического уравнения $\det(\mathbf{F}(T) - \rho \cdot \mathbf{E}) = 0$ основной матрицы (монодромии) линейного приближения.

Рассмотренную выше систему дифференциальных уравнений (1)–(4), описывающих математическую модель импульсно-модуляционного комбинированного преобразователя напряжения, обобщенно можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{G}(t, \mathbf{X}). \quad (15)$$

Функция $\mathbf{G}(t, \mathbf{X}) = \mathbf{G}(t+T, \mathbf{X})$ является периодической с периодом вынуждающего воздействия T .

Выражение (9) в общем виде может быть записано

$$\mathbf{X}_k = \Psi(\mathbf{X}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}), \quad (16)$$

тогда его стационарное решение

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = \Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}), \quad k=1\dots m, \quad \tilde{\mathbf{X}}_0 = \tilde{\mathbf{X}}_m, \quad (17)$$

где \mathbf{X}_{k-1} – неподвижные точки периодического решения.

Представив возмущенное решение \mathbf{X}_{k-1} в виде суммы векторов неподвижной точки \mathbf{X}_{k-1} и возмущения $\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}$, с учетом выражения (17) получим

$$\tilde{\mathbf{X}}_k + \boldsymbol{\varepsilon}_k = \Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}).$$

Далее решаем последнее равенство относительно возмущения:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}) - \tilde{\mathbf{X}}_k. \quad (18)$$

Выполним разложение функции $\Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2})$ в ряд Тейлора по степеням возмущения с отбрасыванием членов высших порядков:

$$\Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}) \approx \Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2}) + \frac{\partial \Psi(\tilde{\mathbf{X}}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2})}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_{k-1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}. \quad (19)$$

Подставляя выражение (19) в уравнение (17), получаем линеаризованную систему уравнений относительно малых возмущений:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \frac{\partial \Psi(\mathbf{X}_{k-1}, z_{k1}, z_{k2})}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1} = \mathbf{F}_k \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, \quad (20)$$

где \mathbf{F}_k – фундаментальная матрица в конце k -го тактового интервала.

Согласно выражению (15)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{F}_k \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1} = \frac{\partial \mathbf{X}_k(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{Z}_k)}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}. \quad (21)$$

Линеаризация исходной задачи ведет, естественно, к огрублению результатов и, следовательно, корректность определения устойчивости по мультипликаторам основной матрицы системы в ряде случаев ставится под сомнение. Однако регулярных методов решения этой задачи не существует. Поэтому любой метод, который позволяет определять устойчивость предельных циклов, представляет большую ценность.

На каждом участке непрерывности (см. табл. 1) линеаризованной задачи в отклонениях (21) строится решение $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$. Для учета «скачка» разрывной функции строятся [2, 7] матрицы пересчета на разрывах \mathbf{M}_k для каждого решения \mathbf{F}_k участков непрерывности $k = 1\dots m$. Произведение всех фундаментальных матриц \mathbf{F}_k есть основная матрица – матрица монодромии $\mathbf{F}(T) = \mathbf{F}_m$. Поведение корней характеристического уравнения этой матрицы, в соответствии с теорией А.М. Ляпунова, позволяет определять границу потери устойчивости m -цикла при выходе мультипликаторов на комплексной плоскости за границы единичного круга.

Заключение. Построение бифуркационных диаграмм выходного напряжения в зависимости от изменения параметров схемы позволяет на основе математической модели определить диапазоны значений этих параметров, обеспечивающие устойчивую работу преобразователя в различных режимах.

Из результатов эксперимента видно, что моменты коммутации, найденные с помощью аналитического поиска, совпадают с найденными по методу установления, что говорит о правильности полученного решения. При этом следует отметить, что при использовании аналитического метода значительно сокращается время вычислений, а также появляется возможность определить точки, где одновременно могут существовать как одноцикловые, так и многоцикловые режимы.

Полученные результаты полезны для инженерного проектирования, поскольку позволяют предварительно оценить бифуркационные значения параметров системы, превышение которых ведет к неустойчивости проектного одноциклового режима.

Литература

1. Баушев В.С. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием / В.С. Баушев, Ж.Т. Жусубалиев, С.Г. Михальченко // *Электричество*. – 1996. – № 3. – С. 47–53.
2. Нелинейная динамика полупроводниковых преобразователей / А.В. Кобзев, Г.Я. Михальченко, С.Г. Михальченко, А.И. Андриянов. – Томск: Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2007. – 224 с.

3. Design of an average-current-mode noninverting buck–boost DC–DC converter with reduced switching and conduction losses / Chia-Ling Wei, Ching-Hong Chen, Kuo-Chun Wu, I-Ting Ko // IEEE Transaction on power electronics. – 2012. – Vol. 27, № 12. – P. 4934–4943.

4. Current-mode control of a coupled-inductor buck-boost DC-DC switching converter / Carlos Res-terpo, Javier Calvente, Alfonso Romero, Enric Vidal-Idiarte, Roberto Giral. // IEEE Transaction on power electronics. – 2012. – Vol. 27, № 5. – P. 2536–2549.

5. Апасов В.И. Математическое моделирование комбинированного преобразователя напряже-ния со стабилизацией выходного напряжения / В.И. Апасов, С.Г. Михальченко, В.П. Коцубинский // Докл. ТУСУРа. – 2013. – № 4(30). – С. 96–102.

6. Апасов В.И. Выбор частоты коммутации широтно-импульсной модуляции системы управле-ния понижающе-повышающего преобразователя напряжения // Матер. докладов конф. «Научная сессия ТУСУР–2014». – Томск: ТУСУР, 2014. – С. 161–164.

7. Апасов В.И. Бифуркационный анализ комбинированного преобразователя при изменении ем-кости выходного фильтра / В.И. Апасов, С.Г. Михальченко // Решетневские чтения: матер. XVIII Междунар. науч. конф.: в 3 ч. / под общ. ред. Ю.Ю. Логинова; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. – Красно-ярск, 2014. – Ч. 2. – 530 с.

8. Мелешин В.И. Транзисторная преобразовательная техника. – М.: Техносфера, 2006. – 632 с.

9. Михальченко С.Г. Автоматизация анализа и синтеза импульсных преобразователей энергии с двухполярной реверсивной модуляцией: дис. ... канд. техн. наук. – Брянск, 2001. – 200 с.

Апасов Владимир Иванович

Аспирант каф. промышленной электроники ТУСУРа, инженер-конструктор 2-й кат. АО «НПЦ «Полюс»
Тел.: 8-923-428-54-26
Эл. почта: vovaap@mail.ru

Михальченко Сергей Геннадьевич

Д-р техн. наук, профессор, зав. каф. промышленной электроники ТУСУРа
Тел.: 8-913-826-0907
Эл. почта: msg@ie.tusur.ru

Тановицкий Юрий Николаевич

Канд. техн. наук, доцент каф. промышленной электроники ТУСУРа
Тел.: 8 (382-2) 41-44-59
Эл. почта: tun@ie.tusur.ru

Apasov V.I., Mikhailchenko S.G., Tanovitskiy Y.N.

Analytical method for determining the switching time of the combined converter with output voltage, providing single-cycle mode

A model of the combined converter, based numerical-analytic method of mathematical modeling of the dynamics of semiconductor converters capable of operating as both a buck- and boost-converter, are proposed. This converter provides the same polarity of the input and output voltages and the possibility of obtaining an output voltage as an input over and less at lower losses on the elements and the nominal current through the transistors and diodes, in comparison with the pulse converters with isolating capacitor. Mathematical model of the combined converter enables you to carry it: to study the nonlinear dynamic properties, perform the bifurcation analysis, and search duration of control pulses of switching elements in which the inverter will run in a stable mode.

Bifurcations of the output voltage depending on the gain control circuit. The analytical method for finding single-cycle modes of operation of the combined converter. The data obtained can be used in the design of power electronic devices based on this type of converter, in particular in the design of systems of power modules spacecraft to ensure stable operation to the gradual degradation of the circuit components.

Keywords: Mathematical modeling, combined converter, switching function, bifurcation analysis, the time of switching.