### УДК 621.314.2

Р.Л. Горбунов, Г.И. Посконный

# Упрощенная модель для анализа гармонических искажений в понижающем преобразователе переменного напряжения

Предложена упрощённая модель вентильного комплекта понижающего преобразователя переменного напряжения по высшим гармоникам в виде эквивалентных управляемых источников несинусоидального тока и напряжения. Использование этой модели при анализе прямыми методами расчёта энергетических показателей вентильных преобразователей позволяет достаточно просто определять основные показатели гармонических искажений токов и напряжений при разной конфигурации фильтров и характере нагрузки. В отличие от метода коммутационных функций, кусочно-припасовочного метода, имитационного или численного моделирования, результатом анализа с использованием предложенной модели являются конечные аналитические выражения для расчёта искомых показателей искажений, в явном виде содержащие все основные параметры закона управления и внешних цепей преобразователя. В качестве примера рассмотрен анализ системы с входным однозвенным фильтром, преобразователем и асинхронным двигателем. Результаты теоретического исследования сопоставлены с результатами имитационного моделирования и физического эксперимента.

Ключевые слова: понижающий преобразователь переменного напряжения, гармонические искажения, математическая модель, широтно-импульсное регулирование, коэффициент гармоник, коэффициент *n*-й гармонической составляющей.

Потребность в преобразователях переменного напряжения (ППН) с улучшенными энергетическими, массогабаритными и стоимостными показателями существовала всегда и для ряда электромеханических систем особенно актуализировалась в последние годы. В первую очередь это относится к нерегулируемому по скорости асинхронному электроприводу (ЭП). В соответствии с государственной программой РФ «Энергосбережение и повышение энергетической эффективности на период до 2020 года» в перечень типовых мероприятий, направленных на увеличение экономии энергии, входит оптимизация систем работы электродвигателей. Асинхронный ЭП является самым массовым приводом рабочих механизмов и в то же время основным потребителем реактивной мощности (45–60% от общей реактивной мощности предприятия). При этом известно, что в большом числе механизмов имеется возможность существенно повысить энергоэффективность асинхронного двигателя (АД) за счёт регулирования напряжения статора и достичь сокращения потребления активной энергии до 15%, а реактивной энергии – до 50% [1, 2].

Автономные системы генерирования электрической энергии (СГЭЭ) переменного тока на базе магнитоэлектрического синхронного генератора (МЭГ) с переменной частотой вращения вала представляют другую важную область электромеханики, нуждающуюся в высокоэффективных ППН. Обусловлено это тем, что в системах генерирования этого типа стабилизация напряжения осуществляется в силовом канале, в связи с чем энергетические и технико-экономические показатели всей системы определяются показателями силового преобразователя.

На сегодня в нерегулируемом по скорости асинхронном ЭП наиболее широкое применение получили тиристорные преобразователи напряжения с фазовым регулированием, которые в основном применяются для формирования пускотормозных режимов двигателя. Однако использование таких устройств в задачах повышения энергетической эффективности АД является малоэффективным, так как преобразователи этого типа вносят существенные низкочастотные гармонические искажения в токи и напряжения, а также увеличивают потребление реактивной мощности [3]. Применение преобразователей частоты только лишь в целях регулирования напряжения нецелесообразно, причём как в нерегулируемом по скорости асинхронном ЭП, так и в автономных СГЭЭ указанного типа.

Большой потенциал для использования в обеих упомянутых электромеханических системах имеют ППН понижающего типа (англ. «AC Buck Converter» или «AC Chopper»), характеризующиеся простотой конструкции, хорошими энергетическими, стоимостными и массогабаритными показателями. На сегодня предложено большое количество вариантов схемной реализации этих преобразователей, большая часть которых обобщена в [4].

Вследствие импульсного режима работы ППН вносит гармонические искажения в токи и напряжения входной и выходной цепей. Аналитическое исследование основных энергетических показателей преобразователя по высшим гармоникам является чрезвычайно важной задачей, решение которой необходимо для оптимального проектирования и эффективного его использования. При исследовании гармонических искажений токов и напряжений в преобразователях рассматриваемого типа в основном применяются метод коммутационных функций, кусочно-припасовочный метод и метод разностных уравнений с осреднением переменных [5–16]. Используя эти методы, удаётся описать мгновенные значения токов и напряжений преобразователя, но сильно затрудняется аналитическое исследование интегральных показателей гармонических искажений, а также построение инженерных методик расчёта элементов преобразователя и оптимизация его узлов. Другим большим недостатком этих методов являются трудоёмкость описания электромагнитных процессов в системах высокого порядка (как правило, больше 3-го) и значительная сложность использования результатов для аналитического исследования влияния основных параметров закона регулирования, схемы преобразователя и нагрузки на показатели системы. Другие популярные методы – имитационное или численное компьютерное моделирование – характеризуются частностью получаемых решений, поэтому вовсе не позволяют выполнять полноценное аналитическое исследование преобразователя, а также имеют ряд других широко известных недостатков. В связи с этим актуальным является разработка модели, лишённой отмеченных недостатков.

Постановка задачи. Силовая схема понижающего ППН в общем случае состоит из трёх структурных звеньев (рис. 1): входной фильтр нижних частот (Ф1), вентильный комплект (ВК) и выходной фильтр нижних частот (Ф2). При линейной нагрузке (Н) и синусоидальном напряжении питающего источника (И) генератором высших гармоник тока и напряжения является только ВК преобразователя, причём степень вносимых искажений зависит от параметров всех структурных звеньев и закона управления.



Рис. 1. Полная структурная схема системы с понижающим ППН

При исследовании показателей искажений токов и напряжений ППН первостепенный интерес представляют частотный состав искажений, а также следующие коэффициенты [17–19]:

- коэффициент *n*-й гармонической составляющей *K*<sub>(*n*)</sub>;

- суммарный коэффициент гармонических составляющих (коэффициент гармоник) K<sub>Г</sub>;

– приведённый интегральный коэффициент *n*-й гармонической составляющей  $\overline{K}^{\langle q \rangle}_{(n) \text{пр}}$ ;

– приведённый интегральный коэффициент гармоник  $\overline{K}^{\langle q 
angle}_{\Gamma.np}$ .

Основной задачей данной работы являются разработка упрощённой математической модели ВК, позволяющей с приемлемой для инженерных задач точностью выполнять расчёт основных показателей гармонических искажений токов и напряжений преобразователя при его работе в составе разных электротехнических систем. Получаемые в результате применения модели аналитические выражения должны иметь конечный вид и в явном виде содержать основные параметры системы и закона управления.

**Математическая модель ВК по высшим гармоникам.** Анализ электромагнитных процессов в преобразователе выполнен при следующих условиях и допущениях:

– питающие напряжения U(t) – симметричные синусоидальные;

- силовые ключи преобразователя идеальные, коммутация происходит мгновенно;

 – одноимённые ключи каждой фазы переключаются синхронно (коммутационная функция одинакова для всех фаз преобразователя); – отношение частоты коммутации к частоте основной гармоники питающего напряжения удовлетворяет соотношению  $N_S = f_S/f_{(1)} >> 10;$ 

- преобразователь работает в установившемся режиме;

- основные характеристики элементов фильтров линейные;

- нагрузка преобразователя пассивная линейная симметричная;

- индуктивные элементы работают в режиме непрерывного тока.

Для рассматриваемого преобразователя наиболее распространённым способом регулирования напряжения является широтно-импульсное регулирование (ШИР), что обусловлено многими известными особенностями преобразователя [6, 7, 20]. Поэтому далее рассматривается только этот способ регулирования. Принцип действия ВК при ШИР поясняется рис. 2.



Рис. 2. Обобщённая схема ВК понижающего ППН – *a*; временная диаграмма выходного напряжения при ШИР – *б* 

Мгновенные значения токов и напряжений на входе и выходе многофазного ВК описываются следующими векторными уравнениями [12]:

$$\mathbf{I}_1(t) = K_I(t) \cdot \mathbf{I}_2(t), \tag{1}$$

$$\mathbf{U}_{2}(t) = K_{U}(t) \cdot \mathbf{U}_{1}(t), \qquad (2)$$

где  $I_1(t)$  – вектор-столбец токов на входе BK;  $I_2(t)$  – вектор-столбец токов на выходе BK;  $K_l(t)$  – коэффициент обратной передачи BK по току;  $U_2(t)$  – вектор-столбец напряжений на выходе BK;  $U_1(t)$  – вектор-столбец напряжений на входе BK;  $K_U(t)$  – коэффициент прямой передачи BK по напряжению.

Коэффициенты передачи по току и напряжению преобразователя являются разрывными функциями, которые в соответствии со свойствами преобразователя описываются общим математическим выражением и могут быть представлены в виде постоянной  $\gamma_0$  и переменной  $\gamma_{nep}(t)$  составляющих:

$$K_I(t) = K_U(t) = \gamma(t) = \gamma_0 + \gamma_{\text{nep}}(t).$$
(3)

Постоянная составляющая  $\gamma_0$  коммутационной функции  $\gamma(t)$  является коэффициентом регулирования напряжения преобразователя и равняется коэффициенту заполнения импульсов управления группой ключей S1.

В связи с тем, что уравнения (1), (2) аналогичны, а коэффициенты передачи описываются одной функцией  $\gamma(t)$ , все рассуждения удобно выполнять относительно обобщённых функций x(t), h(t) и используя уравнение вида

$$h(t) = \gamma(t) \cdot x(t) , \qquad (4)$$

где x(t) – несинусоидальная периодическая функция.

Несинусоидальная функция x(t) представляет собой сумму первой гармоники  $x_{(1)}(t)$  и высших гармоник  $x_{\text{в.r}}(t)$  (рис. 3, *a*):

$$x(t) = x_{(1)}(t) + x_{B,\Gamma}(t).$$
(5)

После подстановки выражений (3), (5) уравнение (4) принимает вид

$$h(t) = h_{(1)}(t) + h_{x(1)}(t) + h_{x,B,\Gamma}(t) = h'(t) + h_{x,B,\Gamma}(t) , \qquad (6)$$

где  $h_{(1)}(t) = \gamma_0 \cdot x_{(1)}(t); \quad h_{x,B,\Gamma}(t) = \gamma(t) \cdot x_{B,\Gamma}(t); \quad h_{x(1)}(t) = \gamma_{\Pi ep}(t) \cdot x_{(1)}(t); \quad h'(t) = h_{(1)}(t) + h_{x(1)}(t).$ 

Согласно выражению (6) высшие гармоники функции h(t) представлены суммой функций  $h_{x(1)}(t)$  и  $h_{x.в.r}(t)$ , причём высокочастотные пульсации функции x(t) включены только в последнее слагаемое. Если допустить, что функция x(t) является практически синусоидальной, то вклад функции  $h_{x.в.r}(t)$  в

суммарные гармонические искажения результирующей функции h(t) является незначительным. Таким образом, при выполнении условия

$$X_{\Pi,\mathsf{B},\mathsf{\Gamma}} / X_{\Pi(1)} \ll 1, \tag{7}$$

где  $X_{\mathcal{A},B,\Gamma}$  – действующее значение суммы высших гармоник переменной x(t);  $X_{\mathcal{A}(1)}$  – действующее значение первой гармоники функции x(t), функцию h(t) (рис. 3,  $\delta$ ) можно с некоторым приближением считать равной функции h'(t) (рис. 3, e):

$$h(t) \approx h'(t) = X_{(1)} \cdot g(t),$$

где  $g(t) = \gamma(t) \cdot \cos(\omega_{(1)} \cdot t)$ ;  $X_{(1)}, \omega_{(1)} -$ амплитуда и угловая частота первой гармоники функции x(t).



Рис. 3. Временные диаграммы рассматриваемых несинусоидальных функций и их составляющих

Применительно к анализируемому преобразователю полученный результат означает, что при выполнении для переменных  $U_1(t)$  и  $I_2(t)$  условия (7) ВК преобразователя может быть представлен эквивалентными управляемыми источниками несинусоидального тока и напряжения, причём мгновенное значение каждого из них описываются функцией g(t) с коэффициентом пропорциональности в виде амплитуды первой гармоники соответствующей переменной. Используя приведённое математическое описание функции g(t), несложно выразить все необходимые коэффициенты гармонических искажений этих источников. Важно отметить, что функция g(t) не зависит от параметров цепей преобразователя, следовательно, имеется возможность исследовать показатели искажений токов и напряжений, рассматривая входную и выходную цепи по высшим гармоникам независимо друг от друга.

Для конкретизации условия (7) необходимо оценить влияние пульсаций на точность расчёта коэффициентов искажений. Выполняя эту оценку будем считать, что на интервале единичного состояния коммутационной функции  $\gamma(t)$  переменные U<sub>1</sub>(t) и I<sub>2</sub>(t) изменяются по линейному закону и являются непрерывными функциями (рис. 3,  $\varepsilon$ ). Тогда слагаемое  $h_{x,B,r}(t)$  в выражении (6) можно представить в виде периодической последовательности пилообразных импульсов переменной амплитуды и постоянной длительности, а функцию h(t) записать в следующем виде:

$$h(t) = X_{(1)} \cdot g(t) + \Lambda \cdot \cos(\omega_{(1)} \cdot t + \varphi_{(1)}) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lambda \left(\frac{t - k \cdot T_S}{\gamma_0 \cdot T_S}\right)$$

где  $T_S$  – период коммутации;  $\phi_{(1)}$  – сдвиг по фазе;  $\Lambda$  – максимальное приращение переменной x(t) на интервале коммутации;  $\lambda(t/\tau)$  – пилообразный импульс единичной амплитуды,

$$\lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\tau}t + \frac{1}{2}\right), & |t| \le \frac{\tau}{2}, \\ 0, & |t| > \frac{\tau}{2}. \end{cases}$$

Представив h(t) в виде ряда Фурье с учетом

$$\gamma(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{t - k \cdot T_S}{\gamma_0 \cdot T_S}\right),$$

где  $rect(t/\tau)$  – прямоугольный импульс,

$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \le \frac{\tau}{2}, \\ 0, & |t| > \frac{\tau}{2}, \end{cases}$$

можно увидеть, что в спектре имеются первая гармоника с частотой  $f_{(1)}$  и группы парных высших гармоник с частотами  $f = k f_S \pm f_{(1)}, k = 1, 2, ...$  Амплитуды гармоник рассчитываются по следующему выражению:

$$H_{(k)} = \frac{X_{(1)}}{\pi} \cdot \frac{1}{k} \cdot \left| \frac{H_{\Lambda}}{2j} \left( \operatorname{sinc}(k \cdot \pi \cdot \gamma_0) - e^{-jk \cdot \pi \cdot \gamma_0} \right) \cdot e^{\pm j \cdot \varphi_{(1)}} + \sin(k \cdot \pi \cdot \gamma_0) \right|, \tag{8}$$

где  $H_{\Lambda} = \Lambda / X_{(1)}$ ;  $\operatorname{sinc}(\alpha) = \sin(\alpha) / \alpha$ .

В пределах группы k частоты гармоник отличаются незначительно. В связи с этим при расчёте коэффициентов гармонических искажений допустима замена двух гармоник группы одной эквивалентной гармоникой с частотой  $f = k f_s$ . Амплитуда эквивалентной гармоники равняется средне-квадратичному значению амплитуд гармоник группы.

В результате упрощения и преобразования выражения (8) получены конечные приближённые аналитические формулы для расчёта искомых коэффициентов искажений, которые с учётом  $n = k N_S$  имеют следующий вид:

$$K_{(n)} \approx d_{\Lambda} \sqrt{\left(\frac{H_{\Lambda}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{k \cdot \pi \cdot \gamma_0}\right)^2 + \operatorname{sinc}^2(k \cdot \pi \cdot \gamma_0)}, \qquad (9)$$

$$\overline{K}_{(n)\mathrm{np}}^{\langle q \rangle} \approx d_{\Lambda} \frac{\sqrt{2}}{\pi \cdot \gamma_0} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{H_{\Lambda}}{2}\right)^2 + \sin^2\left(k \cdot \pi \cdot \gamma_0\right)}}{k^{q+1}}, \qquad (10)$$

$$K_{\Gamma} \approx d_{\Lambda} \sqrt{\left(\frac{H_{\Lambda}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \gamma_0}\right)^2 + \frac{1}{\gamma_0} - 1},$$
(11)

$$\overline{K}_{\Gamma.\mathrm{np}}^{\langle q \rangle} \approx d_{\Lambda} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\left(\frac{H_{\Lambda}}{2} \cdot \frac{1}{\gamma_0}\right)^2 + \left(4(1-\gamma_0)\right)^2} , \qquad (12)$$

где *q* – порядок интегрального коэффициента;

$$d_{\Lambda} = \sqrt{1 + H_{\Lambda} \cdot \cos(\varphi_{(1)})}$$
.

Таким образом, коэффициенты искажений выходных переменных эквивалентных источников ВК описываются выражениями (9)–(12). Важно отметить, что полученные выражения позволяют исследовать зависимость показателей гармонических искажений не только от величины коэффициента регулирования, но и от величины фазового сдвига между первыми гармониками тока и напряжения, а также от величины пульсаций входных и выходных переменных (параметра  $H_{\Lambda}$ ). Сравнение с результатами численного расчёта показало, что формулы обладают приемлемой точностью при  $\gamma_0 > 0,3$ .

На рис. 4 изображены графические зависимости коэффициентов искажений эквивалентных источников от коэффициента заполнения импульсов управления  $\gamma_0$ . Графики наглядно показывают, что выражения, соответствующие допущению о нулевых пульсациях переменных  $U_1(t)$  и  $I_2(t)$  (линии при  $H_{\Lambda} = 0$ ), дают заниженные результаты, причём величина расхождения практически линейно зависит от величины параметра  $H_{\Lambda}$  и может быть приближённо определена по величине коэффициента  $d_{\Lambda}$  (рис. 5).



Рис. 4. График зависимости приведённого интегрального коэффициента *n*-й гармонической составляющей – *a*, *б*; *в* – коэффициента гармоник и *г* – приведённого интегрального коэффициента гармоник от коэффициента заполнения γ<sub>0</sub> (φ<sub>(1)</sub> = π/6)



Рис. 5. График зависимости коэффициента  $d_{\Lambda}$  от параметра  $H_{\Lambda}$  при разной величине фазового сдвига  $\varphi_{(1)}$ 

Гармонические искажения в понижающем ППН при питании асинхронного двигателя. Ниже продемонстрировано применение предложенной модели ВК для анализа показателей искажений трёхфазного понижающего ППН с входным однозвенным LC-фильтром при работе на асинхронный двигатель (АД) (рис. 6). Предметом исследования является степень искажения входного I(t) и выходного  $I_H(t) = I_s(t)$  токов ППН, выраженная коэффициентами  $K_{(n)}$ ,  $K_{\Gamma}$ .



Рис. 6. Схема анализируемой системы с понижающим ППН – *a*; эквивалентная электрическая схема замещения системы по высшим гармоникам – *б* 

При анализе использована модель АД в виде системы дифференциальных уравнений, записанных относительно тока статора и потокосцепления ротора, соответствующая следующим условиям и допущениям:

- машина неявнополюсная;
- обмотки статора и ротора симметричные;
- потери, обусловленные гистерезисом и вихревыми токами, равны нулю;
- магнитная система машины линейная;
- воздушный зазор между ротором и статором равномерный;
- высшие пространственные гармоники магнитного поля равны нулю.

В соответствии с этой моделью в статическом режиме работы эквивалентная схема замещения АД по высшим гармоникам представляет собой последовательную RL-цепь, параметры которой рассчитываются по следующим формулам:

$$r_{3\text{KB},\text{B},\Gamma} = r_s + r_r \frac{l_m^2}{l_r^2} ,$$
$$l_{3\text{KB},\text{B},\Gamma} = l_s - \frac{l_m^2}{l_r} = \sigma \cdot l_s ,$$

где  $r_s$ ,  $r_r$  – активное сопротивление фазной обмотки статора и ротора соответственно;  $l_s$ ,  $l_r$  – полная эквивалентная индуктивность фазной обмотки статора и ротора соответственно;  $l_m$  – эквивалентная индуктивность от поля главного потока (индуктивность намагничивания);  $\sigma$  – коэффициент рассеяния.

Эквивалентная электрическая схема замещения анализируемой системы по высшим гармоникам представляет собой каскадное соединение схем замещения входного фильтра, ВК и АД (рис. 6, б). Входная и выходная цепи этой схемы являются линейными пассивными и находятся под воздействием управляемых источников несинусоидального тока и напряжения, мгновенные значения и интегральные коэффициенты которых описаны выше. Таким образом, при использовании предложенной модели ВК задача анализа показателей искажений ППН сводится к типовой, рассматриваемой в общей теории прямых методов расчёта энергетических показателей вентильных преобразователей [18, 19].

В результате алгебраизации дифференциальных уравнений системы получены формулы для расчёта коэффициента *n*-й гармонической составляющей и коэффициента гармоник входного и выходного токов ППН, которые при выполнении условий

$$\begin{cases} r_{\Phi} \ll r_{\mathsf{_{3KB}}(1)} \ll x_C, \\ x_{\Phi} \ll x_{\mathsf{_{3KB}}(1)} \ll x_C, \\ r_{\Phi} \ll x_{\Phi} \end{cases}$$

имеют следующий вид:

$$K_{(n)i} \approx \overline{K}_{(n)\Pi p}^{\langle 2 \rangle} \cdot N_{\Phi,S}^2 \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{x_C} \cdot \frac{r_{\Im \kappa B(1)}}{\gamma_0^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{x_C} \cdot \frac{x_{\Im \kappa B(1)}}{\gamma_0^2}\right)^2}},$$
(13)

$$K_{\Gamma,i} \approx \overline{K}_{\Gamma,\mathrm{np}}^{\langle 2 \rangle} \cdot N_{\Phi,S}^2 \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{x_C} \cdot \frac{r_{\mathsf{3KB}}(1)}{\gamma_0^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{x_C} \cdot \frac{x_{\mathsf{3KB}}(1)}{\gamma_0^2}\right)^2}}, \tag{14}$$

$$K_{(n)i_{s}} \approx \overline{K}_{(n)np}^{\langle 1 \rangle} \frac{z_{\Im KB}(1)}{x_{\Im KB,S}} \sqrt{1 + \left(\frac{r_{\Im KB,B,\Gamma}}{x_{\Im KB,S}}\right)^{2}}, \qquad (15)$$

$$K_{\Gamma,i_{S}} \approx \overline{K}_{\Gamma,\mathrm{np}}^{\langle 1 \rangle} \frac{z_{\Im \mathrm{KB}}(1)}{x_{\Im \mathrm{KB},S}} \sqrt{1 + \left(\frac{r_{\Im \mathrm{KB},\mathrm{B},\Gamma}}{x_{\Im \mathrm{KB},S}}\right)^{2}}, \qquad (16)$$

где  $r_{\Phi}$ ,  $x_{\Phi}$  – активное и реактивное сопротивление реактора фильтра (на частоте первой гармоники);  $x_{C}$  – реактивное сопротивление конденсатора фильтра (на частоте первой гармоники);  $r_{_{3KB(1)}}$ ,  $x_{_{3KB(1)}}$ ,  $z_{3 \text{кв}(1)}$  – эквивалентное активное, реактивное и полное сопротивление АД со стороны статора (на частоте первой гармоники);  $N_{\Phi,S}$  – коэффициент отношения частоты резонанса фильтра к частоте коммутации,

$$N_{\Phi,S} = \omega_{\Phi} / \omega_S$$
,  $\omega_{\Phi} = 1 / \sqrt{l_{\Phi} \cdot c_{\Phi}}$ ,  $\omega_S = 2\pi \cdot f_S$ ;

 $x_{_{3KB,S}}$  – эквивалентное реактивное сопротивление АД со стороны статора (на частоте коммутации),  $x_{_{3KB,S}} = \omega_S \cdot l_{_{3KB,B,\Gamma}}$ .

Приведённые интегральные коэффициенты гармоник 1-го и 2-го порядков в формулах (13)–(16) вычисляются по выражениям (10), (12).

Можно показать, что параметры эквивалентной последовательной схемы замещения АД по первой гармонике определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} r_{3KB(1)} &= r_{S} + \frac{r_{r.HOM}}{s} \cdot \frac{x_{m}^{2}}{\left(r_{r.HOM}/s\right)^{2} + x_{r}^{2}}, \\ x_{3KB(1)} &= x_{S} - x_{r} \frac{x_{m}^{2}}{\left(r_{r.HOM}/s\right)^{2} + x_{r}^{2}}, \\ z_{3KB(1)} &= \sqrt{r_{3KB(1)}^{2} + x_{3KB(1)}^{2}}, \end{aligned}$$

где  $x_s$  – синхронное реактивное сопротивление обмотки статора;  $x_r$  – синхронное реактивное сопротивление обмотки ротора;  $x_m$  – реактивное сопротивление индуктивности намагничивания;  $r_{r,\text{ном}}$  – эквивалентное активное сопротивление обмотки ротора при номинальном скольжении  $s_{\text{ном}}$ ; s – относительное скольжение;  $s_r$  – скольжение при скорости вращения вала  $\omega_r$ ;  $r_{r,\text{ном}} = r_r/s_{\text{ном}}$ ;  $s = s_r/s_{\text{ном}}$ ;  $s_r = 1 - \omega_r/\omega_{(1)}$ .

Следует отметить, что предложенная модель ВК позволяет выполнить расчёт показателей искажений всех переменных системы. Также, при наличии результатов анализа по первой гармонике описанные коэффициенты могут быть пересчитаны в другие важные показатели, например: коэффициент мощности, действующее значение, установленная мощность и др.

Имитационное моделирование и физический эксперимент. Для оценки точности полученных аналитических выражений результаты расчётов сопоставлены с результатами имитационного моделирования и экспериментального исследования преобразователя. Моделирование выполнено в приложении Simulink. В качестве модели АД использован блок «Asynchronous Machine», параметры которого заданы в соответствии с определёнными экспериментально для машины 4AC80B4Y3 (1,7 кВт). При моделировании межкоммутационная пауза в сигналы управления ключами преобразователя не вводилась.

Экспериментальное исследование выполнено на макете преобразователя, силовая схема которого подробно описана в [20, 21]. Частота коммутации 7,81 кГц ( $N_S = 156$ ), межкоммутационная пауза 1,2–1,3 мкс. Параметры фильтра:  $L_{\Phi} = 400$  мкГн,  $C_{\Phi} = 3$  мкФ (конденсаторы соединены треугольником). В качестве нагрузки для АД использована машина постоянного тока, работающая в генераторном режиме и установленная на едином валу с двигателем. Измерения токов и напряжений выполнены в одной фазе преобразователя с помощью цифрового запоминающего осциллографа TDS2014 (Tektronix), измерительные датчики LV 25-P, LA 55-P (LEM). Расчёт коэффициента *n*-й гармонической составляющей реализован программно в приложении Matlab.

Результаты теоретического расчёта, моделирования и экспериментов для скольжения  $s = 1,63s_{HOM}$  изображены на рис. 7. В связи с тем, что в данном случае пульсации напряжения на выходе фильтра и тока статора двигателя практически отсутствуют, теоретические кривые построены при нулевом параметре  $H_{\Lambda}$  интегральных коэффициентов эквивалентных источников схемы замещения ВК.

Анализируя графики коэффициента n-й гармонической составляющей для гармоник группы k = 1, можно отметить небольшие расхождения между результатами. Причиной расхождения между результатами моделирования и теоретического расчёта является приближённость используемых аналитических выражений. Для сетевого тока основной причиной расхождения результатов теоретического расчёта и экспериментов является влияние распределённой индуктивности питающей сети, величина которой соизмерима с индуктивностью реакторов фильтра и при расчётах не учитывалась. Для тока статора двигателя расхождение результатов теоретического расчёта и эксперимен-

тов объясняется погрешностью экспериментального определения параметров машины, а также зависимостью этих параметров от частоты, которая является особенно выраженной для двигателей общего назначения [22].



Рис. 7. Графики зависимости коэффициента *n*-й гармонической составляющей сетевого тока  $(a, \delta)$  и тока статора двигателя (e, c) от коэффициента заполнения  $\gamma_0$  при скольжении  $s = 1,63s_{HOM}$ 

Главной причиной расхождения результатов для высших гармоник группы k = 2 является ограниченная разрешающая способность использованного осциллографа.

К другим факторам, повлиявшим на точность результатов экспериментов, относятся влияние межкоммутационной паузы, погрешность измерительных датчиков, разброс параметров элементов фильтра и погрешность, обусловленная выполнением измерений в одной фазе машины. Тем не менее характер зависимостей на всех представленных графиках повторяет теоретический. Величина расхождений является вполне приемлемой для аналитической модели.

Опыты были проведены при разных значениях скольжения двигателя. Относительная величина расхождений между результатами теоретического расчёта, моделирования и экспериментов практически одинакова.

Заключение. Выполненное исследование показало, что при анализе понижающего ППН по высшим гармоникам ВК преобразователя допустимо представить в виде эквивалентных управляемых источников несинусоидального тока и напряжения, мгновенные значения и коэффициенты искажений которых описываются приведёнными выше выражениями. Используя эту модель при анализе прямыми методами расчёта энергетических показателей вентильных преобразователей можно достаточно эффективно описывать показатели несинусоидальных искажений токов и напряжений преобразователя. Получаемые аналитические выражения имеют конечный вид и в явном виде содержат основные параметры системы и закона управления. Благодаря этому выражения могут быть использованы для построения инженерных методик расчёта элементов преобразователя, для выбора оптимальной структуры фильтров, для определения экстремальных режимов элементов преобразователя и нагрузки, для обоснования выбора частоты коммутации, а также при анализе энергетических показателей сложных систем на базе понижающего ППН.

В результате оценки влияния высокочастотных пульсаций переменных  $U_1(t)$ ,  $I_2(t)$  на точность расчёта коэффициентов искажений можно сделать вывод, что даже при относительном размахе пульсаций 20% ( $H_{\Lambda} = 0,2$ ) вносимая погрешность в результаты, полученные при допущении о нуле-

вых пульсациях, составляет всего 5–10% (см. рис. 5). Однако, пренебрежение пульсациями этих переменных даёт возможность рассматривать входную и выходную цепи преобразователя по высшим гармоникам независимо друг от друга. Это значительно упрощает анализ гармонических искажений, что особенно важно при аналитическом исследовании систем высокого порядка.

Авторы выражают благодарность Александру Филиппову, Александру Духовскому, Сергею Власенко (НИ ТПУ) и Антону Гусеву (НТИ НИЯУ МИФИ) за помощь в сборке экспериментального макета преобразователя напряжения. Особая благодарность выражается Михаилу Штейну (НИ ТПУ) за оказанную помощь и техническую поддержку при проектировании основных узлов преобразователя.

# Литература

1. Горлова Т.В. Электропривод, его состояние и перспективы / Т.В. Горлова, В.П. Обрусник // Доклады Том. гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2015. – № 1 (35). – С. 161–164.

2. Радина Е.В. Алгоритмы регулирования напряжения асинхронных двигателей // Электротехника. – 1983. – № 5. – С. 32–34.

3. Shepherd W. Steady-state analysis of the series resistance-inductance circuit controlled by silicon controlled rectifiers // IEEE Transactions on Industry and General Applications. -1965. -Vol. IGA-1, issue 4. -P. 259–265.

4. Gorbunov R.L. Power losses and thermal modeling of AC Buck converters / R.L. Gorbunov, I.A. Kalinowski, G.I. Poskonnyy // International Conference of Young Specialists on Micro / Nanotechnologies and Electron Devices (EDM). – 2015. – P. 407–414.

5. Arvindan A.N. Investigation of harmonic distortion in line and load currents of the sinusoidal pulse-width modulated single-phase AC chopper / A.N. Arvindan, J.S. Alphonse // International Conference on Computation of Power, Energy, Information and Communication (ICCPEIC). – 2014. – P. 256–263.

6. Ahmed N.A. A new configuration of single-phase symmetrical PWM AC chopper voltage controller / N.A. Ahmed, K. Amei, M. Sakui // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 1999. – Vol. 46, issue 5. – P. 942–952. – doi: 10.1109/41.793343.

7. A novel circuit topology of three-phase direct AC-AC PWM voltage regulator / N.A. Ahmed, M. Miyatake, H.W. Lee, M. Nakaoka // Industry Applications Conference (IAC). – 2006. – Vol. 4. – P. 2076–2081.

8. Addoweesh K.E. An exact analysis of an ideal AC chopper // International Journal of Electronics. – 1993. – Vol. 75, № 5. – P. 999–1013.

9. Addoweesh K.E. Time-ratio control of chopper-type AC voltage regulators / K.E. Addoweesh, A.L. Mohamadein, H.A. Al-Ghalaban // Journal of King Saud University. – 1991. – Vol. 3, issue 1. – P. 19–43.

10. Hamed S.A. Modelling and design of transistor-controlled AC voltage regulators // International Journal of Electronics. – 1990. – Vol. 69, № 3. – P. 421–434.

11. Hamed S.A. Steady-state modeling, analysis, and performance of transistor-controlled AC power conditioning systems // IEEE Transactions on Power Electronics. – 1990. – Vol. 5, issue 3. – P. 305–313.

12. Кобзев А.В. Многозонная импульсная модуляция. Теория и применение в системах преобразования параметров электрической энергии. – Новосибирск: Наука, 1979. – 300 с.

13. Коршунов А.И. Импульсные преобразователи напряжения переменного тока // Силовая электроника. – 2006. – № 1. – С. 54–61.

14. Arvindan A.N. Performance analysis of three-phase PWM AC chopper feeding a delta connected load / A.N. Arvindan, A.S.A.R. Prabu // International Conference on Sustainable Energy and Intelligent Systems (SEISCON). – 2011. – P. 278–283.

15. Ahmed N.A. Improved circuit of AC choppers for single-phase systems / N.A. Ahmed, K. Amei, M. Sakui // Proceedings of the Power Conversion Conference (PPCC). – 1997. – Vol. 2. – P. 907–912.

16. Shinyama T. AC chopper using four switches / T. Shinyama, A. Ueda, A. Torii // Power Conversion Conference (PCC). – 2002. – Vol. 3. – P. 1056–1060.

17. ГОСТ 32144–2013. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014. – 16 с.

18. Зиновьев Г.С. Силовая электроника. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2014. – 667 с.

19. Зиновьев Г.С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1990. – 220 с.

20. Горбунов Р.Л. Исследование трехфазного широтно-импульсного преобразователя переменного напряжения для повышения энергоэффективности асинхронных двигателей / Р.Л. Горбунов, Г.И. Посконный // Изв. Том. политех. ун-та. – 2014. – Т. 324, № 4. – С. 76–86.

21. Пат. 2 530 532 С1 РФ, МПК Н 02 Р 1/26, Н 02 Р 1/28. Устройство плавного пуска асинхронного двигателя / Р.Л. Горбунов (РФ), Г.И. Посконный (РФ). – № 2 013 113 597 / 07; заявл. 26.03.13; опубл. 10.10.14, Бюл. № 28. – 9 с.

22. Mirafzal B. Determination of parameters in the universal induction motor model / B. Mirafzal, G.L. Skibinski, R.M. Tallam // IEEE Transactions on Industry Applications. -2009. - Vol. 45, issue 1. - P. 142–151.

#### Горбунов Роман Леонидович

Аспирант каф. промышленной и медицинской электроники НИ ТПУ, Томск Тел.: 8-923-420-82-66 Эл. почта: romangorbunov91@gmail.com

#### Посконный Геннадий Ильич

К.т.н., доцент каф. промышленной электроники Новоуральского технологического института НИЯУ МИФИ, Новоуральск Тел.: 8-343-709-49-51 Эл. почта: pgi\_ngti@mail.ru

## Gorbunov R.L., Poskonnyy G.I. Simplified model for analysis of harmonic distortions in AC buck converter

In this paper the simplified model of the AC buck converter switching unit in the form of equivalent controlled non-sine current and voltage sources is proposed. The model suitable for harmonic distortions analysis and can be used with direct methods of power indexes analysis in switching converters. The model allows determining the main harmonic distortion indexes of currents and voltages in different filter configurations and different types of load. In contrast to the switching functions method, the section-stick method, computer or numerical simulation, the results of analysis by use of the proposed model present finite analytical formulas, which allow calculation of required distortion indexes and in an explicit form include the main parameters of control algorithm and circuits of converter. An example of analysis of the system with the single-stage input filter, the power converter and the induction motor is described. Theoretical results are compared with the results of computer simulation and experiment.

**Keywords:** AC buck converter, harmonic distortions, mathematical model, equal time-ratio control, total harmonic distortion, harmonic distortion ratio.