УДК 621.317.08

Г.Г. Порубов, В.П. Денисов

Методика расчёта антенных структур многобазовых фазовых пеленгаторов

Предлагается метод расчета баз многобазового фазового пеленгатора, обеспечивающий точное и однозначное измерение. Метод основан на анализе фазовых соотношений при переходе от самой большой базы к меньшим в каждом интервале однозначных измерений на большой базе. Метод не требует знания закона распределения вероятностей фазовых погрешностей. Ключевые слова: пеленгатор, фазовый сдвиг, разрешение неоднозначности.

Проектирование многобазовых фазовых пеленгаторов (МФП) начинается с выбора структуры антенной решётки (АР), т.е. с выбора числа фазометрических баз, их относительных размеров и положения в АР, обеспечивающих выполнение заданных на пеленгатор технических требований.

В статье рассматриваются однокоординатные фазовые пеленгаторы, предназначенные для пеленгации в одной плоскости. Антенные системы таких пеленгаторов представляют собой линейные решётки.

Простых аналитических методов расчёта антенных структур фазовых пеленгаторов по заданным характеристикам точности пеленгования не существует. Существует численный метод оптимизации антенных систем пеленгаторов, основанный на полном переборе всех возможных положений антенных элементов при заданном их количестве и габаритном размере решётки [1]. Метод основан на использовании для устранения неоднозначности измерений принципа максимального правдоподобия, в предположении о нормальности распределения фазовых погрешностей. При этом логика выбора того или иного значения конкретной фазометрической базы (за исключением максимальной) не просматривается. В данной работе выбор фазометрических баз основан на анализе фазовых соотношений при переходе от большей базы к меньшей в каждом интервале однозначных измерений на большой базе.

Расчёт начинается с выбора наибольшей базы пеленгатора, которая полностью определяет точность пеленгования при построении пеленгатора по «методу уточнений» и в значительной степени при использовании метода максимального правдоподобия [2]. Обозначим наибольшую базу пеленгатора символом l_1 , пусть $l_1 \gg \lambda$, где λ – длина волны.

Полная разность фаз сигналов на базе *l*₁

$$\Phi_1 = 2\pi \frac{l_1}{\lambda} \sin \alpha = \varphi_1 + 2\pi k , \qquad (1)$$

где φ_1 – измеренная разность фаз в радианах $\pi \le \varphi_1 < \pi$; k – полное число периодов разности фаз на базе l_1 , утраченное при измерениях; α – угол прихода плоской волны, отсчитанный от нормали к антенной системе.

Устранение неоднозначности измерений на базе l_1 заключается в отыскании k по результатам измерений на меньших базах.

Обозначим $\frac{l_1}{\lambda} = n_{x1}$, sin $\alpha = v$, а разность фаз будем измерять в рад/ 2π , так что $0.5 \le \varphi_1 < 0.5$. Формулу (1) перепишем в виде

$$\varphi_1 = n_{x1} v - k \ . \tag{2}$$

При изменении $v = \sin \alpha$ в пределах от -1 до 1 полная разность фаз на базе $l_1 \varphi_1 + k$ изменяется в пределах от $-\frac{l_1}{\lambda}$ до $\frac{l_1}{\lambda}$. В указанных пределах ось v можно разделить на интервалы длиной $\frac{\lambda}{l_1}$, в пределах которых разность фаз изменяется на 2π радиан. Каждому из этих интервалов, называемых интервалами однозначного измерения на базе l_1 , соответствует определенное значение k. На рис. 1, *а* показана ось *v*, разбитая на интервалы однозначности в пределах $|v| \le 1$. Принято, для примера, $\frac{l_1}{\lambda} = 5$. Вертикальными стрелками в каждом интервале однозначности показано рассчитанное по формуле (1) значение *v*, соответствующее некоторой разности фаз φ_1 и определённому *k*.



Рис. 1. Геометрическая интерпретация неоднозначных фазовых измерений

Допустим, мы хотим найти истинное значение v, используя измерение на другой базе l_2 , также неоднозначной. На рис. 1, δ показаны измеренные пеленги на оси v. Для построения принято $\frac{l_2}{\lambda} = 2$, считается, что погрешности фазовых измерений отсутствуют. Тогда в точке истинного пеленга отсчёты по двум шкалам совпадают, а в других интервалах однозначности они расходятся. Совпадение отсчётов является критерием истинности пеленга.

При наличии фазовых погрешностей результаты измерений пеленга на различных базах не совпадают ни в одной точке v. За результат измерений принимается тот отсчёт по базе l_1 , где отсчёты по базам l_1 и l_2 наиболее близки.

При построении рис. 1 предполагалось, что относительные базы $\frac{l_1}{\lambda}$, $\frac{l_2}{\lambda}$ – взаимно простые целые числа. Из рис. 1 видно, что совокупность отсчётов разностей фаз по базам обладает периодичностью: если при некотором v результаты измерений равны φ_1 и φ_2 , то они точно повторяются в точках $v \pm 1$.

Данный результат легко проверить аналитически. Представим совокупность относительных баз вектор-столбцом \vec{n}_x :

$$\vec{n}_{x} = \begin{pmatrix} \vec{n}_{x1} \\ \vec{n}_{x2} \end{pmatrix},$$

а совокупность результатов измерений – вектором $\vec{\phi}$:

Тогда вектор полных разностей фаз

$$\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \vec{\varphi}_1 \\ \vec{\varphi}_2 \end{pmatrix}.$$

 $\vec{\Phi} = \vec{\varphi} + \vec{k} = \vec{n}_x v$.

(3)

Если v изменяется на ± 1 , то вектор полных разностей фаз

$$\dot{\mathbf{D}} = \vec{n}_{\mathcal{X}}(v\pm 1) = \vec{n}_{\mathcal{X}}v\pm \vec{n}_{\mathcal{X}} \,.$$

На каждой базе полная разность фаз изменилась на целое число периодов, поэтому измеренная разность фаз не изменилась ни на одной из баз.

Таким образом, если относительные базы $\frac{l_i}{\lambda}$ – взаимно простые целые числа, интервал однозначного измерения величины $v = \sin \alpha$ равен 1, что соответствует угловому сектору $\pm 30^{\circ}$ относительно нормали к антенной системе. Фазовые соотношения на базах достаточно рассмотреть на указанном интервале.

При работе пеленгатора в диапазоне частот условие целочисленности относительных баз $\frac{l_i}{2}$ не

выполняется. Предположим, что выполняется менее жёсткое условие – базы относятся между собой как взаимно простые целые числа, так что

$$\vec{n}_{\chi} \Delta v_{\rm OZH} = \vec{e}_{\chi} \,, \tag{4}$$

где \vec{e}_x – вектор взаимно простых целых чисел, а величина $\Delta v_{\text{одн}}$ имеет смысл интервала однозначного пеленгования системой баз \vec{n}_x .

Действительно, подставляя в (3)

$$\vec{n}_{\chi} = \frac{1}{\Delta v_{\text{OДH}}} \vec{e}_{\chi}$$

имеем

$$\vec{\Phi} = \vec{e}_X v \frac{1}{\Delta v_{\text{OZH}}}$$

Пусть *v* изменится на $\Delta v_{\text{одн}}$. Тогда $\vec{\Phi} = \vec{e}_x \left(v \pm \Delta v_{\text{одн}} \right) \frac{1}{\Delta v_{\text{одн}}} = \vec{e}_x v \frac{1}{\Delta v_{\text{одн}}} \pm \vec{e}_x$ – на каждой базе

полная разность фаз изменилась на целое число периодов, так что измеряемые разности фаз φ_i остались прежними.

Таким образом, рассмотрение фазовых соотношений на интервале |v| < 0,5 при целочисленных базах равносильно рассмотрению этих соотношений на интервале $\Delta v_{\text{одн}}$, если относительные базы n_{xi} не целочисленные, но относятся между собой как взаимно простые целые числа. Будем считать, что это условие выполняется, и рассматривать фазовые соотношения на интервале $\Delta v_{\text{одн}}$.

Принцип выбора базы l_2 по базе l_1 заключается в том, чтобы на оси v результаты измерений расходились достаточно сильно во всех интервалах однозначности базы l_1 , кроме соответствующего истинному пеленгу. Для правильного устранения неоднозначности необходимо, чтобы эта разница была больше, чем возможные ошибки измерений.

Пусть истинный пеленг задается некоторой величиной v. В этой точке на базе l_2 измеренная разность фаз

$$\varphi_2 = n_{x2}v - k \,, \tag{5}$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, e_{x2}$.

Если изменить пеленг на *j* интервалов однозначности на большой базе $l_1 \Delta v_{\text{одн}1} = \frac{1}{n_{x1}}$, то из-

меряемая разность фаз на базе l_2 будет

$$\varphi_{2j} = n_{x2} \left(v + j \frac{1}{n_{x1}} \right) - \left(k + f \right) = n_{x2} v + j \frac{n_{x2}}{n_{x1}} - \left(k + f \right).$$
(6)

Разность φ_2 (5) и φ_{2j} (6) характеризует величину отклонения измеренной разности фаз на базе l_2 с направления $v + j\Delta v_{\text{одн1}}$ относительно измеренной с направления v

$$\Delta_{2j} = \varphi_{2j} - \varphi_2 = j \frac{n_{x2}}{n_{x1}} - f .$$
⁽⁷⁾

Величина Δ_{2j} определяет вероятность исключения из возможных результатов измерения отсчёта пеленга, отстоящего от истинного на *j* интервалов однозначного измерения по большой базе l_1 .

Задаваясь величиной Δ_{2j} , найдём из (7) отношение баз

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\Delta_{2j} + f}{j},\tag{8}$$

где f = 0, 1, 2, ... – целые числа; j – количество интервалов однозначного измерения по большой базе относительно истинного пеленга.

С другой стороны, при выбранном отношении баз $\frac{l_2}{l_1}$ из (8) можно найти Δ_{2j} для любого интервала однозначного измерения по базе l_1

$$\Delta_{2j} = j \frac{l_2}{l_1} - f , (9)$$

где j – номер интервала однозначности на базе l_1 ; величина Δ_{2j} выражена в рад/ 2π ; f = 0, 1, 2, ... – целые числа.

Величина Δ_{2j} не может быть больше 180°: на базе l_2 соседние отсчёты отстоят друг от друга на 360° (см. рис. 1), поэтому если расстояние от разности фаз φ_{2j} до разности фаз φ_2 , соответствующей истинному пеленгу, больше 180°, оно меньше 180° в соседнем интервале однозначности. В формуле (9) это соответствует изменению целого числа f на единицу.

В приводимых ниже примерах величина Δ_{2j} принималась равной следующим значениям:

$$\Delta_{2j} = \frac{1}{2} 360^{\circ} = 180^{\circ},$$

$$\Delta_{2j} = \frac{3}{7} 360^{\circ} = 154, 29^{\circ},$$

$$\Delta_{2j} = \frac{2}{5} 360^{\circ} = 144^{\circ},$$

$$\Delta_{2j} = \frac{1}{3} 360^{\circ} = 120^{\circ}.$$
(10)

Минимальная величина Δ_{2j} определяется погрешностями фазовых измерений. Если, к примеру, фазовые погрешности распределены нормально, имеют нулевые средние значения и дисперсии σ_{ϕ}^2 , можно принять $\Delta_{2j} = (4 \div 6)\sigma_{\phi}$.

Порядок действий при выборе баз следующий.

По базе l_1 , определённой исходя из требуемой точности пеленгования, и принятой величине Δ_{2j} , для первой зоны однозначности измерений на базе l_1 (j=1) по формуле (8) находится база l_2 . Для других интервалов однозначного измерения на базе l_1 (т.е. для других j) находятся фактические значения Δ_{2j} , которые определяются выбранной базой l_2 . Находится минимальный номер интервала однозначного измерения j на базе l_1 , для которого выбранная база l_2 не обеспечивает желаемого значения Δ_{2j} . Далее находится база l_3 с помощью формулы, аналогичной (8). Запишем её в виде

$$\frac{l_3}{l_1} = \frac{\Delta_{3j} + f}{j}, \tag{11}$$

где j – номер интервала однозначного измерения на базе l_1 , в котором база l_2 не обеспечивает желаемой величины Δ_{2j} ; Δ_{3j} – отклонение измеренной разности фаз на базе l_3 с направления $v + j\Delta v_{\text{одн1}}$ относительно измеренной с направления v. Интервалы Δ_{2j} , Δ_{3j} не обязательно должны быть одинаковыми.

Далее по найденной базе l_3 находятся величины Δ_{3j} в других секторах однозначности базы l_1 . Находится минимальный номер *j* сектора однозначности, в котором ни база l_2 , ни база l_3 не обеспечивают выбранных величин Δ_{2j} , Δ_{3j} . Для этого сектора по изложенной методике находится дополнительная база l_4 . Процесс выбора дополнительных баз продолжается, пока во всех секторах неоднозначности базы l_1 не будет разности фаз Δ_{ij} , равной принятой величине.

Достоинством изложенного метода выбора баз является то, что он не связан с видом закона распределения вероятностей случайных фазовых погрешностей. В частности, это могут быть паразитные фазовые сдвиги сигналов в приёмно-измерительных каналах пеленгатора, вызванные технологическими причинами. Предлагаемый метод не связан также и со структурной схемой подключения фазометров к элементам антенной решетки. Пользуясь терминологией, принятой в монографии [2], можно сказать, что он в одинаковой степени применим к пеленгаторам с «параллельными базами», «опорной антенной», «последовательным включением фазометров» или иной схемой построения. Естественно, при выбранных базах характеристики точности пеленгатора будут существенно зависеть от структурной схемы подключения фазометров. Кроме того, они будут зависеть от закона распределения вероятностей фазовых погрешностей и способа обработки совокупности измеренных разностей фаз для получения точного и однозначного пеленга.

Результаты расчётов ряда структур антенных решёток фазовых пеленгаторов с числом баз от двух до пяти приведены в таблице, где они представлены соотношением баз.

В графах таблицы указаны величины Δ_{ij} , для которых производились расчёты. Из таблицы видно, что существует целый ряд антенных структур, для которых Δ_{ij} не больше заданных величин.

Среди них есть и структуры, совпадающие с оптимизированными по критерию максимально правдоподобного устранения неоднозначности фазовых измерений. Структуры ряда таких решеток приведены в монографии [1]. В указанной монографии оптимизация проведена в предположении, что фазовые погрешности на измерительных базах подчинены многомерному нормальному закону распределения с нулевым вектором средних значений, их источники содержатся в приемноизмерительных каналах.

Сравним между собой по вероятности правильного устранения неоднозначности два пеленгатора. Пусть один из них имеет антенную решетку, оптимизированную по критерию максимального правдоподобия, а другой имеет антенную решетку, найденную предложенным в статье методом, но не являющуюся оптимальной по указанному критерию. Предположим, что обработка совокупности результатов фазовых измерений выполняется в соответствии с принципом максимального правдоподобия и все необходимые для этого условия выполняются. Естественно, габаритные размеры антенных решеток и число их элементов должно быть одинаковым. Примем, что число элементов решетки N = 4, а количество фазометрических баз n = N - 1 = 3. Будем считать, что в первом случае (оптимизированная решетка) фазометры подключены к приемным трактам по схеме «с опорной антенной». Структурная схема такой системы приведена на рис. 2, *а*. Видно, что наибольшая база определяет размеры всей антенной системы.



Рис. 2. Схема организации фазометрических баз на антенной решетке: *а* – пеленгатор с опорной антенной; *б* – «свернутая» схема организации баз

Среди приведенных в таблице трехбазовых пеленгаторов оптимальными по критерию максимального правдоподобия являются системы со структурами антенной системы, задаваемой целочисленными векторами $\vec{e}_x = (6,3,2)^T$, $\vec{e}_x = (6,4,1)^T$, $\vec{e}_x = (9,6,4)^T$. Примем для сравнения пеленгатор со структурой антенной системы $\vec{e}_x = (9,6,4)^T$. Для удобства читателя заметим, что на рис. 2, *а* изменена закономерность обозначений баз, принятая в монографиях [1, 2], которые являются основой для анализа: в монографиях индексом 1 обозначена наименьшая база, а остальные индексы увеличиваются в порядке увеличения размера баз; на рисунке, как это принято в статье, индексом 1 обозначена наибольшая база.

Будем считать, что во втором случае (структура решетки найдена изложенным в статье методом, но не является оптимальной по критерию максимального правдоподобия) фазометры подключены к приемно-измерительным трактам, как показано на рис. 2, δ («свернутая» схема организации баз). В этой схеме, как и в предыдущей, большая база определяет габаритный размер антенной решетки, что необходимо для их сравнения. Примем для расчетов соотношение баз, показанное на рис. 2, δ , $\vec{e}_x = (9,6,4)^T$. Такой вектор имеется в таблице, где он представлен соотношением баз.

Структуры антенных решеток многобазовых пеленгаторов							
Вари-	Число		Соотношение баз: e_{x1} , e_{x2} , e_{x3} , e_{x4} , e_{x5}				
ант	баз	e_{x1}	e_{x2}	<i>e</i> _{x3}	e_{x4}	e_{x5}	
1	2	2	1 (180°)				
2	2	3	1, 2 (120°)				
3		4	2 (180°)	1, 3 (180°)			
4		6	3 (180°)	1, 2, 4, 5 9 (120°)			
5	3	6	2, 4 (120°)	1, 3, 5 (180°)			
6		9	3, 6 (120°)	1, 2, 4, 5, 7, 8 (120°)			
7		8	4 (180°)	2, 6 (180°)	1, 3, 5, 7 (180°)		
8		12	6 (180°)	2, 4, 8, 10 (120°)	1, 3, 5, 7, 9, 11 (180°)		
9		12	4, 8 (120°)	2, 6, 10 (180°)	1, 3, 5, 7, 9, 11 (180°)		
10		12	6 (180°)	3, 9 (180°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11 (120°)		
11	4	18	9 (180°)	3, 6, 12, 15 (120°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17 (120°)		
12		18	6, 12 (120°)	3, 9, 15 (180°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17 (120°)		
13		18	6, 12 (120°)	2, 4, 8, 10, 14, 16 (120°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 (180°)		
14		27	9, 18 (120°)	3, 6, 12, 15, 21, 24 (120°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26 (120°)		
15	5	16	8 (180°)	4, 12 (180°)	2, 6, 10, 14 (180°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 (180°)	
16		24	12 (180°)	4, 8, 16, 20 (120°)	2, 6, 10, 14, 18, 22 (180°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 (180°)	
17	5	24	8, 16 (120°)	4, 12, 20 (180°)	2, 6, 10, 14, 18, 22 (180°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 (180°)	
18	5	24	12 (180°)	6, 18 (180°)	2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22 (120°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23 (180°)	
19		24	12 (180°)	6, 18 (180°)	3, 9, 15, 21 (180°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23 (120°)	
20		36	18 (180°)	6, 12, 24, 30 (120°)	3, 9, 15, 21, 27, 33 (180°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35 (120°)	
21	5	36	12, 24 (120°)	6, 18, 30 (180°)	3, 9, 15, 21, 27, 33 (180°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35 (120°)	
22		36	18 (180°)	9, 27 (180°)	3, 6, 12, 15, 21, 24, 30, 33 (120°)	$\begin{array}{c} 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, \\ 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, \\ 31, 32, 34, 35 (120^{\circ}) \end{array}$	
23	4	7	3, 4 (154°)	2, 5 (154°)	1, 6 (154°)		
24		14	6, 8 (154°)	4, 10 (154°)	2, 12 (154°)	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 (180°)	
25	5	21	9, 12 (154°)	6, 15 (154°)	3, 18 (154°)	1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20 (120°)	
26	3	5	2, 3 (144°)	1, 4 (144°)			
27	4	10	4, 6 (144°)	2, 8 (144°)	1, 3, 5, 7, 9 (180°)		

На схеме рис. 2, б имеет место полная система линейно независимых фазометрических баз. При выполнении этого условия вероятность правильного устранения неоднозначности P_0 не зависит от того, как подключены фазометры к приемно-измерительным трактам, а зависит только от структуры решетки [2]. Перейдем к подключению фазометров по схеме «с опорной антенной» и получим вектор баз $\vec{e}_x = (9,6,5)^T$.

Методика расчетов вероятности P_0 для пеленгаторов, реализующих метод максимального правдоподобия, приведена в монографии [2] и в трехбазовом случае сводится к вычислению двумерного нормального интеграла. На рис. 3 приведена рассчитанная по этой методике зависимость вероятности правильного устранения неоднозначности P_0 от СКО фазовых погрешностей для оптимизированного пеленгатора со структурой антенной системы $\vec{e}_x = (9,6,4)^T$, а также со структурой $\vec{e}_x = (9,6,5)^T$, полученной на основании предложенного метода.



от СКО фазовых погрешностей

Как видно из графиков, при малых фазовых погрешностях (СКО не больше 20 град), вероятность P_0 практически одинакова для сравниваемых структур, но становится существенно различной при дальнейшем увеличении СКО: при СКО, равном 36 град, разница достигает 0,05.

Сравнение результатов расчетов проведено для обработки совокупности измеренных разностей фаз в соответствии с принципом максимального правдоподобия. При использовании иного способа обработки, например, «суммирование косинусоид» [1], результаты сравнения будут несколько иными. Тем не менее, по мнению авторов, проведенное сравнение показывает привлекательность предложенного метода выбора фазометрических баз для проектировщиков фазовых пеленгаторов. Достоинством метода являются его простота и возможность применения к пеленгаторам с любым размером максимальной базы.

Идея метода принадлежит Г.Г. Порубову. В.П. Денисов по его просьбе подготовил представленные материалы к опубликованию в журнале. Нетрудно видеть, что метод применим не только к пеленгаторам, но и к другим видам многошкальных фазовых измерительных систем.

Литература

1. Белов В.И. Теория фазовых измерительных систем. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 1994. – 102 с.

2. Денисов В.П. Фазовые радиопеленгаторы / В.П. Денисов, Д.В. Дубинин. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2002. – 252 с.

Порубов Геннадий Гаврилович Инженер, ОАО «НИИАП», г. Новосибирск Тел.: 8-961-871-47-25 Эл. почта: porub27@mail.ru

Денисов Вадим Прокопьевич

Д-р техн. наук, профессор каф. радиотехнических систем ТУСУРа Тел.: 8 (382-2) 41-36-70 Эл.почта: dvp15@sibmail.com

Porubov G.G., Denisov V.P. Method to calculate the structures of antenna arrays for multibase phase direction finders

The paper considers the method that can be used to calculate the structures of antenna arrays for multibase phase direction finders. As the criterion for calculating the relative size of bases was taken the condition, that ensures obtaining of the specified amount of deviation of the expected value in the ambiguity areas of the maximum base-efficient sign is also presented. The paper gives the results of mathematical modeling of phase direction finders.

Keywords: direction finder, phase difference, ambiguity resolution.