УДК 519.612

Р.Р. Ахунов, С.П. Куксенко, Т.Р. Газизов

Простой способ ускорения вычисления емкостных матриц полосковой структуры при изменении её геометрического параметра

Исследуется зависимость времени многократного вычисления методом моментов ёмкостной матрицы полосковой структуры от порядка (прямого или обратного) изменения её геометрического параметра. В ходе этого вычисления для ускорения решения системы линейных алгебраических уравнений использован итерационный метод. Приведены результаты вычислений 100 емкостных матриц трех структур: микрополосковой линии при изменении толщины полоски и двух модальных фильтров разной конфигурации при изменении зазора между проводниками в них. Получено ускорение до 1,84 раза за счет выбора обратного порядка.

Ключевые слова: микрополосковая линия, модальный фильтр, многократное решение, система линейных алгебраических уравнений, итерационный метод, предобусловливание, матрица емкостей.

В настоящее время разработка сложной радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) не обходится без предварительного компьютерного моделирования её работы. Для РЭА актуально моделирование и обеспечение электромагнитной совместимости (ЭМС). Для моделирования ЭМС сложной РЭА целесообразно отдельное моделирование её элементов. Поэтому для быстрого моделирования необходимо выявлять ресурсы ускорения. Моделирование задач ЭМС проводится различными видами анализа. В зависимости от вида задачи и исходных данных используют электродинамический, квазистатический или схемотехнический виды анализа. Одной из важных задач является вычисление методом моментов ёмкостной матрицы в общем случае произвольных двумерных и трехмерных структур проводников и диэлектриков, например полосковых. Решение этой задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). При изменении значений параметров структуры в широком диапазоне требуется многократное решение СЛАУ вида $\mathbf{A}_i\mathbf{x}_i = \mathbf{b}$ при $i = 1 \div m$, где $\mathbf{A}_i$ – квадратная плотная матрица порядка N, часто приводящее к большим затратам времени [1, 2]. При малых изменениях параметров структуры значения изменяющихся элементов текущей матрицы могут отличаться несущественно относительно предыдущей, поэтому, особенно при их расположении в произвольных местах матрицы, предпочтительно использование итерационных методов с предобусловливанием. Так, рассмотрено применение итерационного метода BiCGStab, показавшего существенное ускорение относительно метода исключения Гаусса [1, 3]. Для ускорения итерационного процесса использовались: вектор начального приближения, равный вектору решения предыдущей СЛАУ; неявное предобусловливание с матрицей **M**, полученной при решении первой СЛАУ. Однако показано падение эффективности предобусловливателя при увеличении разницы между первой и очередной матрицами. Данная проблема может быть решена корректировкой предобусловливателя. Однако при неявном предобусловливании корректировка **L** и **U** матриц достаточно сложна и почти всегда неэффективна [4]. Предложено переформировывать предобусловливатель, если число итераций становится выше заданного порога, и показано наличие оптимального порога, при котором время решения всех СЛАУ минимально [3]. Однако у данного подхода есть недостаток, который не позволяет широко использовать его на практике: определить значение оптимального порога до начала решения невозможно. Предложено условие переформирования по увеличению среднеарифметического времени решения СЛАУ, что позволило получить ускорение, близкое к оптимальному [5]. Тем не менее дополнительные предобусловливания требуют затрат времени.

Между тем ряд ресурсов ускорения не выявлен и не используется. Среди них особо важны те, которые не требуют вмешательства в итерационный процесс и дополнительных затрат времени. При этих условиях они оказываются универсальными, поскольку могут быть применимы к любому итерационному методу. Поэтому весьма актуально их выявление. Цель данной работы – найти подход к многократному решению СЛАУ итерационным методом, позволяющий ускорить решение без вмешательства в итерационный процесс и дополнительных затрат времени.

Одним из ресурсов ускорения представляется использование определенной очередности решения СЛАУ. Действительно, эта очередность обычно определяется заданным изменением параметра структуры. Но если общее время решения всех СЛАУ зависит от того, какая именно СЛАУ будет первой, какая – второй и т.д., то существует оптимальная очередность по критерию минимального времени решения. То, что такая зависимость существует, следует из самой сути многократного решения СЛАУ итерационным методом с предобусловливанием. Очевидно, что она определяется двумя факторами: выбором матрицы для вычисления предобусловливателя (то, какая именно из всех матриц будет выбрана, влияет на число итераций, требуемых для решения последующих СЛАУ), а также использованием решения предыдущей СЛАУ в качестве начального приближения текущей (чем ближе начальное приближение окажется к решению, тем меньше потребуется итераций) [1]. При многовариантном анализе используют несколько основных видов изменения параметра: линейное, логарифмическое, с заданными пользователем значениями. При оптимизации изменение может быть случайное, причем в любом направлении. Рассмотрим самое простое, но широко используемое изменение: линейное. При нем изменение очередности решения сводится к тривиальному выбору порядка решения, т.е. по возрастанию параметра (прямой порядок) или убыванию (обратный порядок).

Отметим, что линейное изменение параметра вовсе не гарантирует монотонного изменения элементов матрицы СЛАУ или её нормы, но может быть частым на практике. В любом случае полезен анализ конкретных структур. Для оценки изменений матриц использованы нормы [6]: $\|\Delta\mathbf{A}_{i,j}\|_1$ и $\|\Delta\mathbf{A}_{i,j}\|_\infty$, где $\Delta\mathbf{A}_{i,j}$ – матрица изменений ($\Delta\mathbf{A}_{i,j} = \mathbf{A}_i - \mathbf{A}_j$), i и j – порядковые номера сравниваемых матриц ($i, j = 1 \div m$, m – общее число СЛАУ). Анализируемые матрицы получены в системе TALGAT [7] по математическим моделям на основе метода моментов [8]. Использована структура (рис. 1), представляющая собой симметричный модальный фильтр с лицевой связью [9]. Число сегментов на каждом отрезке структуры не менялось, для постоянства N. Матрицы с $N = 2001$ получены путем изменения зазоров (s) в диапазоне. Изменения выполнялись в прямом (100, 101, …, 199 мкм) и обратном (199, 198, …, 100 мкм) порядках.

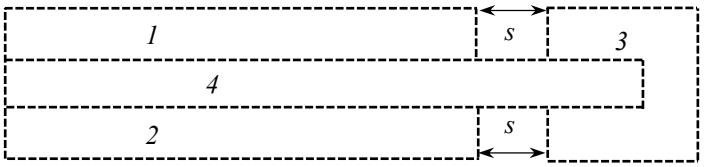

Рис. 1. Вид поперечного сечения модального фильтра в системе TALGAT.
Три проводника (*1*, *2* и *3*), между которыми помещен диэлектрик *4*

Зависимости относительных норм матрицы изменений для прямого и обратного порядков от номера решаемой СЛАУ приведены на рис. 2. Как видно, характер изменений для обеих норм одинаков, но для прямого порядка наблюдается монотонное нарастание с уменьшающейся скоростью (более выраженное в начале и менее – в конце диапазона), а для обратного порядка характер зависимостей противоположный. Как упоминалось, существует зависимость эффективности предобусловливателя от изменений матриц. Изменения в обратном порядке практически для всех i меньше, чем в прямом. Поэтому при обратном порядке эффективность предобусловливателя увеличивается из-за меньших и более плавных изменений в матрице СЛАУ. Следовательно, для ускорения решения предпочтительно первоначально решать СЛАУ с меньшими изменениями между матрицами, а затем – с большими. Для этого необходимо для каждой матрицы определить близкую к ней матрицу с минимальными изменениями, т.е. найти $\min\limits_j \left\|\Delta A_{i,j}\right\|_1$ или $\min\limits_j \left\|\Delta A_{i,j}\right\|_\infty$ и далее выполнить сортировку по возрастанию изменений. Но данный поиск трудоемок, поскольку требует нахождения матрицы изменений m^2 раз. Поэтому такой подход не подходит для практики.

Однако в нашем случае происходит линейное изменение параметра, что позволяет, меняя только порядок решения (прямой или обратный), выявить оптимальный порядок. На основе предложенного подхода к определению оптимального порядка многократного решения СЛАУ разработан общий алгоритм:

1. Задать очередность решения СЛАУ с матрицами $\mathbf{A}_i$, где $i = 1 \div m$
2. Вычислить матрицу предобусловливания $\mathbf{M}$ из матрицы $\mathbf{A}_1$.

3. Для i от 1 до m.
4. Найти $\mathbf{x}_i$ из уравнения $\mathbf{MA}_i\mathbf{x}_i = \mathbf{Mb}$ с заданной точностью Tol.
5. Увеличить i.

Для вычислительного эксперимента использовался персональный компьютер (без распараллеливания, т.е. работало одно ядро процессора) с параметрами: платформа – Intel(R) Core (TM) i7; частота процессора – 2,80 ГГц; объем ОЗУ – 12 Гбайт; число ядер – 8; операционная система – Windows 8×64. Использовались итерационные методы BiCGStab [10] и CGS [11]. Рассматривалась, как и ранее, структура 1 (см. рис. 1). Для структуры 2 (рис. 3, *а*), представляющей собой проводник на диэлектрической подложке над идеально проводящей плоскостью, матрицы порядка N = 1600 получены путем изменения высоты проводника (t) в диапазоне 6, 7, … 105 мкм. Для структуры 3 (рис. 3, *б*), представляющей собой зеркально-симметричный модальный фильтр [12], матрицы с N = 1709 получены путем изменения зазоров (s) в диапазоне 7,0; 7,1; …; 16,9 мкм. Далее учащением сегментации этих структур получены матрицы порядков 3200, 3001 и 3109, соответственно. Матрицы получены путем изменения зазоров (s). При этом число сегментов на каждом отрезке структуры не менялось для постоянства N.

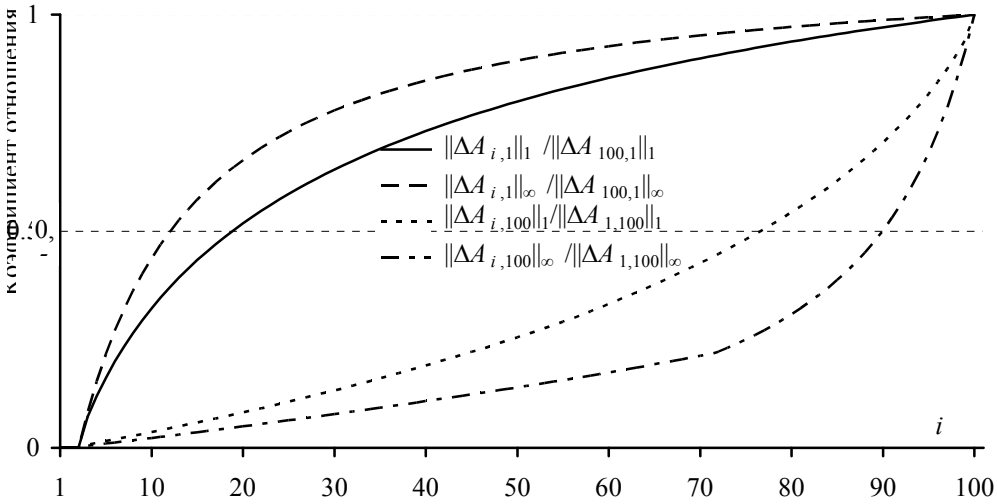

Рис. 2. Зависимости относительных норм матрицы изменений от номера решаемой СЛАУ для прямого и обратного порядков решения

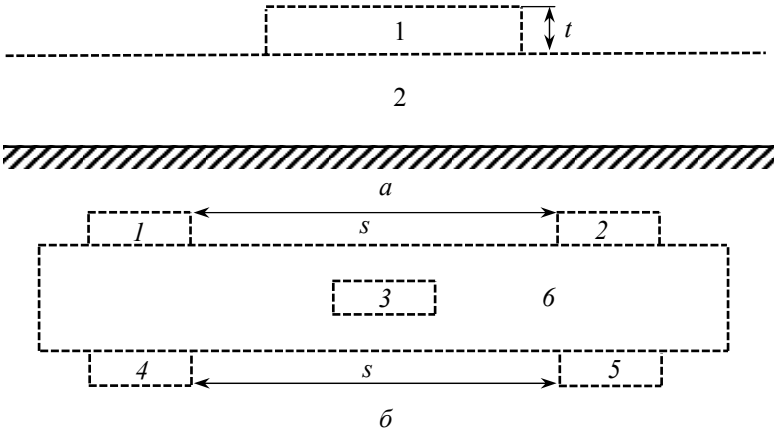

Рис. 3. Вид поперечного сечения структур 2 – проводник (*1*) на диэлектрической подложке (*2*) над идеально проводящей плоскостью (*а*) и *3* – зеркально-симметричный модальный фильтр (*1–5* – проводники, *6* – диэлектрик) (*б*)

При проведении вычислительного эксперимента по многократному решению СЛАУ выявлена целесообразность использования обратного порядка. В таблице сведены полученные ускорения при использовании обратного порядка решения СЛАУ относительно прямого.

Видно, что для всех структур наблюдается ускорение при использовании обратного порядка решения СЛАУ (до 1,84 для структуры 1 при N = 3001, итерационный метод BiCGStab), причем оно

получено для всех N и обоих итерационных методов. Ускорение достигается разницей в числе требуемых итераций при решении СЛАУ методом BiCGStab в прямом (N^{+}_{it}) и обратном (N^{-}_{it}) порядках, выражаемой в площади фигуры, ограниченной кривыми числа итераций (рис. 4, структура 1 – при N = 2001 (*а*) и 3001 (*б*), для структур 2 и 3 характер аналогичен). Обращает на себя внимание изрезанность правой части верхних графиков. Для всех структур при решении СЛАУ в прямом порядке число итераций больше, чем в обратном. Основная причина этого заключается в разных СЛАУ, из которых получен предобусловливатель: в прямом порядке предобусловливатель получен из первой СЛАУ, а в обратном – из 100-й. На число требуемых итераций повлияла и различная степень изменений матрицы СЛАУ в начале (сильная) и конце (слабая) диапазона. Полученные результаты подтверждают предположение о влиянии очередности решения СЛАУ на эффективность решения.

Ускорение решения 100 СЛАУ методами BiCGStab и CGS с использованием оптимальной очередности решения СЛАУ

Структура	Порядок матрицы	Метод	
		BiCGStab	CGS
1	2001	1,71	1,58
	3001	1,84	1,53
2	1600	1,76	1,73
	3200	1,63	1,66
3	1709	1,82	1,59
	3109	1,83	1,32

Таким образом, доказано влияние порядка многократного решения СЛАУ итерационным методом на общее время решения всех СЛАУ. Проведен вычислительный эксперимент при значительном изменении элементов матриц СЛАУ для вычисления ста емкостных матриц трех структур: микрополосковой линии при изменениях её толщины; двух модальных фильтров при изменении зазоров между их проводниками. Полученные ускорения обратного порядка (до 1,84 раза) относительно вычислений в прямом порядке показывают перспективность контроля очередности решения СЛАУ.

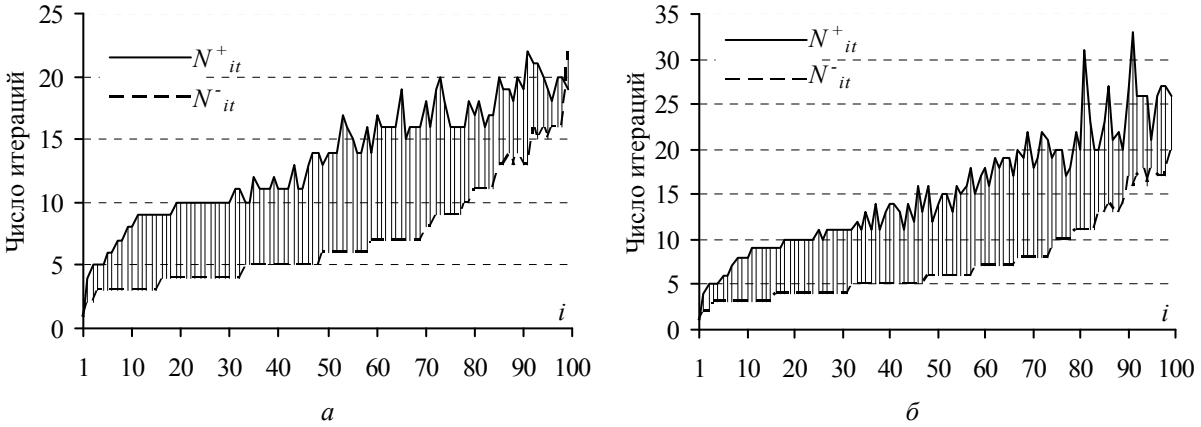

Рис. 4. Число итераций при многократном решении СЛАУ

Алгоритм многократного решения СЛАУ разработан при поддержке РФФИ по проектам 14-07-31267 и 14-29-09254. Программное обеспечение разработано в рамках выполнения проектной части Государственного задания № 8.1802.2014/К Минобрнауки России. Вычисление емкостей микрополосковой линии и модальных фильтров методом моментов выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-01232) в ТУСУРе.

Литература

1. Ахунов Р.Р. Ускорение многократного решения СЛАУ итерационным методом при вычислении емкости микрополосковой линии в широком диапазоне изменения ее размеров / Р.Р. Ахунов, С.П. Куксенко, Т.Р. Газизов // Зап. науч. семин. ПОМИ. – 2014. – Т. 428. – С. 32–41.

2. Куксенко С.П. Совершенствование алгоритма вычисления методом моментов ёмкостных матриц структуры проводников и диэлектриков в диапазоне значений диэлектрической проницаемости / С.П. Куксенко, Т.Р. Газизов // Электромагн. волны электр. сист. – 2012. – Т. 10. – С. 13–21.

3. Ахунов Р.Р. Многократное решение СЛАУ итерационным методом с переформированием матрицы предобусловливания / Р.Р. Ахунов, С.П. Куксенко, Т.Р. Газизов // Зап. науч. семин. ПОМИ. – 2014. – Т. 428. – С. 42–48.

4. Calgaro C. Incremental incomplete LU factorizations with applications to time-dependent PDEs / C. Calgaro, J.P. Chehab, Y. Saad // Numer. Lin. Algebra with Appl. – 2010. – Vol. 17(5). – P. 811–837.

5. Ahunov R.R. Multiple solution of linear algebraic systems by an iterative method with recomputed preconditioner in the analysis of microstrip structures / R.R. Ahunov, S.P. Kuksenko, T.R. Gazizov // Proc. of the 13-th Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics. – 2015. – Sept. 23–29. – Rhodes, Greece. – P. 1–4.

6. Амосов А.А. Вычислительные методы для инженеров: учеб. пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – М.: Высшая школа, 1994. – 544 с.

7. Куксенко С.П. Новые возможности системы моделирования электромагнитной совместимости TALGAT / С.П. Куксенко, А.М. Заболоцкий, А.О. Мелкозеров, Т.Р. Газизов // Докл. Том. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники. – 2015. – Т. 2 (36). – С. 45–50.

8. Gazizov T.R. Analytic expressions for Mom calculation of capacitance matrix of two dimensional system of conductors and dielectrics having arbitrary oriented boundaries // Proc. of the 2001 IEEE EMC Symposium. – 2001. – Vol. 1. – August 13–17. – Montreal, Canada. – P. 151–155.

9. Zabolotsky A.M. Improved design of modal filter for electronics protection / A.M. Zabolotsky, T.R. Gazizov, A.O. Melkozerov et al. // Proc. of 31-th Int. conf. on lightning protection. – 2012. – September 2–7. – Vienna, Austria.

10. Van der Vorst H. Bi-CGSTAB: a fast and smoothly converging variant of Bi-CG for solution of nonsymmetric linear systems // SIAM J. Sci. Stat. Comput. – 1992. – Vol. 13. – P. 631–644.

11. Sonneveld P. CGS, a fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear systems // SIAM J. Sci. Statist. Comput. – 1989. – Vol. 10. – P. 36–52.

12. Заболоцкий А.М. Использование зеркальной симметрии для совершенствования модальной фильтрации // Докл. Том. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники. – 2015. – Т. 2(36). – С. 41–44.

Ахунов Роман Раисович
Инженер-исследователь науч.-исслед. лаборатории
«Безопасность и электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств» (НИЛ «БЭМС РЭС»)
Тел.: 8 (382-2) 41-34-39
Эл. почта: arr1982@sibmail.com

Куксенко Сергей Петрович
Канд. техн. наук., доцент каф. телевидения и управления (ТУ), ст. научн. сотр. НИЛ «БЭМС РЭС»
Тел.: 8 (382-2) 41-34-39
Эл. почта: ksergp@mail.ru

Газизов Тальгат Рашитович
Д-р техн. наук, ст. науч. сотрудник, зав. каф. ТУ
Тел.: 8 (382-2) 41-34-39
Эл. почта: talgat@tu.tusur.ru

Akhunov R.R., Kuksenko S.P., Gazizov T.R.

A simple method to speed up the computation of capacitive matrixes of strip structure when changing its geometric parameter

The paper investigates the dependence existing between the time of a multiple solution of a capacitive matrix in a strip structure, by the method of moments, and the order (direct or reverse) in which its geometric parameter is changed. To accelerate solution of linear systems, iterative method was used during this computation. Computational results of 100 capacitive matrixes are given for three structures: a microstrip line under the changes of strip thickness and two modal filters of different configuration under the changes of a gap between their conductors. Acceleration up to 1.84 times has been obtained due to selection of the reverse order.

Keywords: microstrip line, modal filter, multiple solution, linear algebraic system, iterative method, preconditioning, capacitive matrix.