

УДК 691.5

Шифр специальности ВАК: 2.3.3

М.М. Свинцов, Л.П. Мышляев, Г.В. Макаров, В.В. Грачев

## Математические модели объектов управления с координатно-параметрическими связями

**Актуальность.** Учет координатно-параметрических связей (КПС) в объектах управления является важным условием для повышения эффективности автоматизированных технологических комплексов горнодобывающей, металлургической и химической промышленности. **Цель исследования.** Разработка новых структур моделей объектов с учетом взаимовлияния координатных и параметрических связей, формирование классификации новых структур математических моделей объектов управления с КПС. **Методы.** Использованы методы системного анализа, теории автоматического управления, математического моделирования динамических систем с запаздыванием и параметрическими зависимостями. **Научная новизна.** Создание математических моделей и схем объектов управления с КПС, учитывающих взаимное влияние координатных и параметрических переменных (в том числе для объектов с рециклом), формирование классификации объектов управления с координатно-параметрическими связями. **Результаты.** Предложены структуры математических моделей для четырех классов объектов с КПС, а также приведены примеры таких объектов в технологическом комплексе углеобогащения. **Практическая значимость** заключается в расширении инструментария анализа и синтеза эффективных автоматизированных технологических комплексов, содержащих объекты управления с КПС, за счет оперативного совместного определения координатных воздействий и параметров объекта.

**Ключевые слова:** система управления, автоматизированный технологический комплекс, координатно-параметрические связи (КПС), рецикл.

DOI: 10.21293/1818-0442-2026-29-2-135-139

### Введение

Первым из условий системных исследований является необходимость наличия в системе двух или более системных связей [1]. Определение понятия «связь» в контексте систем управления постоянно развивается, вместе с чем растёт и его практическая значимость [2]. Например, конкретизация принципа однонаправленности систем при формировании полной модели объекта изучения основывается на том, что полный объект исследования не должен охватываться прямыми и обратными связями, которые должны быть заключены внутри этого объекта [3].

Теоретическим и практическим развитием системных связей послужили принципы и конкретные положения теории новых типов обратных связей [4, 5]. Координатные и операторные (параметрические и структурные) типы связей в [1] предложено реализовать в управляющей части системы управления.

Полезно развить такой подход непосредственно и на объект управления, учитывая наличия разных типов связей между элементами и воздействиями внутри самого объекта управления. Это диктуется в том числе и более «тонким» математическим описанием многих объектов управления технических и социальных комплексов, что необходимо для повышения эффективности их управления [6].

При этом новые модели объектов управления требуют введения в алгоритмы управления функций совместного оперативного определения параметров объектов и координатных воздействий.

### Новые математические модели объектов и их классификация

Для многих технологических объектов горнодобывающей, металлургической, химической и других отраслей промышленности имеется ряд объектов,

которые можно представить моделями с координатными и параметрическими связями (КПС), когда координатные воздействия влияют на параметры объектов, что влияет через выработанное управление и на координатные воздействия [7]. Сформирована следующая классификация таких объектов и представлены их математические модели.

1. Объекты с влиянием выходных воздействий на его параметры.

В общем виде эти объекты можно представить следующей математической моделью:

$$y(t) = \varphi_y(t) \times u(t - \tau_u) + \varphi_w(t) \times w(t - \tau_w), \quad (1)$$

$$\varphi_y(t) = \psi_y \times y(t); \varphi_w(t) = \psi_w \times y(t), \quad (2)$$

где  $y(t), u(t), w(t)$  – выходное, управляющее и внешнее воздействия;  $\varphi_y(t), \varphi_w(t)$  – операторы преобразования  $u(t)$  и  $w(t)$  в параметры объекта;  $\psi_y, \psi_w$  – операторы преобразования  $y(t)$  в  $\varphi_y(t)$  и  $\varphi_w(t)$ ;  $\tau_u, \tau_w$  – запаздывание в канале преобразования управляющих и внешних воздействий;  $t$  – время.

Новизна предложенной модели заключается в введении дополнительной зависимости (2).

Простым примером рассматриваемого объекта может служить демпфирующая емкость (бункер) для сыпучих или жидких материалов (рис. 1).

Математическая модель этого агрегата имеет вид

$$y(t) = \int_{t-\Theta}^t k(t) [u(t - \Theta) + w(t - \Theta)] dt, \quad (3)$$

$$k(t) = \begin{cases} k_0 & \text{при } y(t) > y^*, \\ k_0 + a[y^* - y(t)] & \text{при } y(t) \leq y^*, \end{cases} \quad (4)$$

где  $y$  – уровень материала в ёмкости;  $y^*$  – величина уровня, при котором цилиндрическая часть ёмкости переходит в конусообразную;  $k_0$ ,  $a$  – коэффициенты, зависящие от геометрии ёмкости.

При более сложной геометрии ёмкости вместо величины  $y$  можно брать площадь сечения бункера. Тогда коэффициент будет иметь следующий вид:

$$k(t) = \beta \times S_{y(t)}, \quad (5)$$

где  $S_{y(t)}$  – площадь поперечного сечения ёмкости при  $y(t)$ ;  $\beta$  – коэффициент пересчета  $S_{y(t)}$  в  $k(t)$ .

2. Объекты с влиянием управляющих воздействий на его параметры

$$y(t) = y_\tau(t - \tau(t)), \quad (6)$$

$$\tau(t) = C \times u(t), \quad (7)$$

где  $\tau$  – время запаздывания;  $C$  – пересчётный коэффициент.

Примером такого объекта может служить конвейер, когда количество материала на выходе с конвейера зависит от его скорости (рис. 2).

Математическая модель конвейера имеет вид

$$Q_2(t) = Q_1(t - \tau(t)), \quad (8)$$

$$\tau(t) = C \times u(t), \quad (9)$$

где  $Q_1(t)$  – расход на выходе питателя (производительность питателя);  $Q_2(t)$  – расход на выходе конвейера (производительность конвейера);  $\tau$  – время нахождения материала на конвейере.

Новизна данной модели заключается в введении зависимости (9).

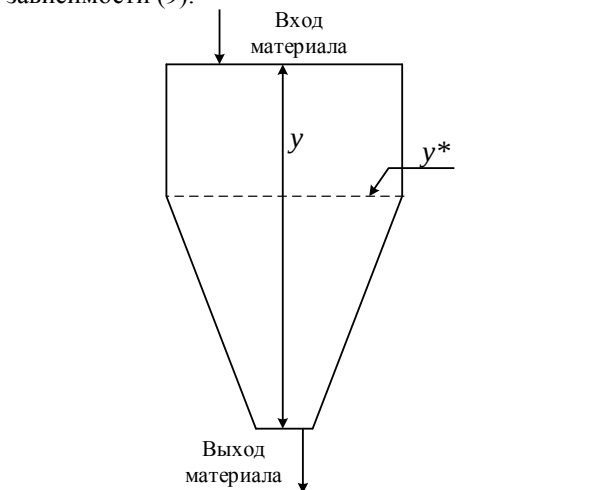


Рис. 1. Схема демпфирующей ёмкости

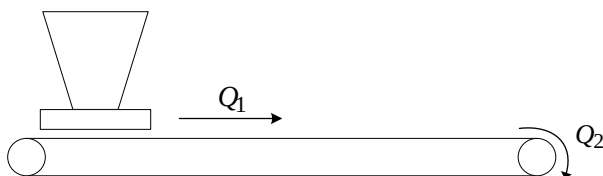


Рис. 2. Схема конвейера

Более сложный вариант объекта – проточные нагревательные ёмкости и технологические агрегаты с конечным временем обработки сырья, например, установка металлизации окисленных окатышей [8, 9], представленная на рис. 3.

В зависимости от скорости выгрузки восстановленных окатышей изменяется время нахождения окатышей в агрегате и, соответственно, коэффициент передачи, характеризующий степень восстановления окатышей, а также время отсечки. Математическая модель установки имеет вид [10]

$$y(t) = \int_{t-\theta_u}^t k_u(t) \times U(t - \theta_u(t)) dt, \quad (10)$$

$$\theta_u(t) = C_\theta \times U(t), \quad (11)$$

$$k_u(t) = C_u \times \theta_u(t), \quad (12)$$

где  $\theta_u(t)$  – время отсечки, время нахождения материала в установке;  $C_\theta$  и  $C_u$  – пересчетные коэффициенты.

3. Объекты с внутренней положительной обратной связью (с рециклом), для которых рецикл влияет на параметры элементов прямой цепи [11]. Математическая модель с запаздыванием в пространстве состояний имеет вид [12]

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t - \tau_X) + B(t)U(t - \tau_U) + C(t)W(t - \tau_W), \quad (13)$$

$$Y(t) = D(t) \times X(t - \tau_Y), \quad (14)$$

где  $X, U, W, Y$  – векторы состояний, управления, внешних и выходных воздействий;  $\tau_X, \tau_U, \tau_W$  – соответствующее время запаздывания;  $A(t), B(t), C(t), D(t)$  – матрицы соответствующих размерностей.

Примером таких объектов могут служить дробильные агрегаты с возвратом на вход крупной фракции материала, которые меняют характеристики (параметры) непосредственно механизмов дробления [13]. Структурная схема такого агрегата показана на рис. 4.

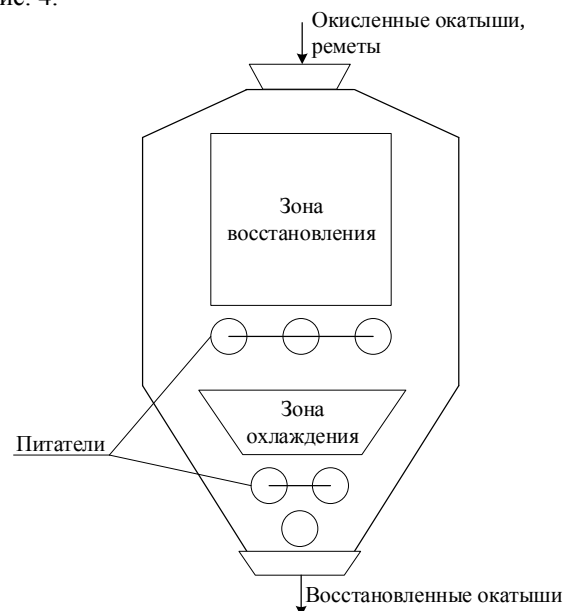


Рис. 3. Схема установки металлизации окисленных окатышей



Рис. 4. Схема дробильного агрегата

4. Комбинированные комплексы, объединяющие предыдущие три группы объектов и предназначенные для описания сложных технологических производств [14].

Реализация описанных выше моделей проводилась в рамках разработки алгоритмов управления технологическими объектами на программно-аппаратных комплексах действующего производства.

#### Пример технологического комплекса, включающего объекты с КПС

Описанные объекты встречаются во многих автоматизированных технологических комплексах горнодобывающей, металлургической и химической промышленности.

На рис. 5 представлен фрагмент видеокadra углеобогатительной фабрики, на котором контурами отмечены объекты с КПС. Контуром в виде сплошной

линии отмечены демфирующие ёмкости насосов 237, 252 и 253. Они обеспечивают работу тяжелосредних гридоциклонов и характеризуются влиянием выходных воздействий на параметры объекта – так, при уменьшении уровня в ёмкости будет увеличиваться влияние производительности связанного насоса на скорость изменения уровня.

Контуром в виде пунктирной линии отмечены конвейеры 50, 52, 54, 55, 201, 202, 336 и 340. В частности, конвейерами 54 и 55 подаются отдельные компоненты шихты в требуемых пропорциях, конвейер 201 подаёт готовую шихту в технологический процесс. Особенностью данного объекта является влияние управляющих воздействий на его параметры – в зависимости от скорости конвейера 201 будет уменьшаться запаздывание объекта, что необходимо учитывать при изменении соотношения компонентов шихты.

Контуром в виде двойной линии отмечена дробилка 102, являющаяся объектом с внутренней положительной обратной связью (с рециклом), где крупная фракция, полученная в результате дробления, повторно подаётся на вход агрегата.

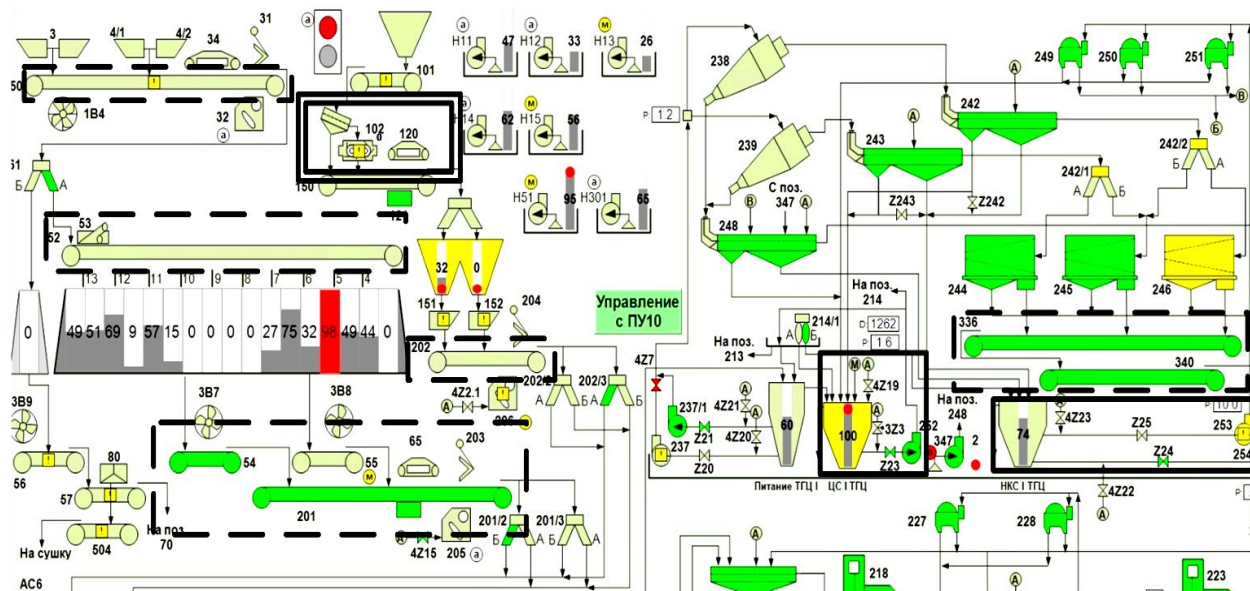


Рис. 5. Фрагмент главного видеокadra углеобогатительной фабрики

#### Заключение

В работе разработаны новые структуры моделей объектов управления с КПС, охватывающие основные типы взаимного влияния координатных и параметрических переменных, сформирована классификация таких объектов, представлены их математические модели. Наличие КПС существенно изменяет свойства объектов управления, что должно учитываться при синтезе систем управления путем совместного определения координатных воздействий и параметров объекта, а для объектов с рециклом еще и за счет цепей модельной компенсации рециклов [15].

Приведены примеры предложенных структур моделей объектов в технологическом комплексе углеобогатительной фабрики.

Полученные результаты расширяют возможности анализа и синтеза систем управления и могут быть использованы для дальнейших исследований в области моделирования и разработки эффективных автоматизированных технологических комплексов.

#### Литература

1. Блауберг И.В. Становление и сущность системного подхода / И.В. Блауберг, Э.Г. Юдин. – М.: Наука, 1973. – 270 с.
2. Optner S.L. Systems analysis for business and industrial problem solving. – N.J.: Prentice-Hall, 1965. – 116 p.
3. Laske O. Advanced Systems-Level Problem Solving, Volume 3: Manual of Dialectical Thought Forms. – Cham: Springer, 2023. – 234 p.
4. Емельянов С.В. Основные принципы системного анализа / С.В. Емельянов, Э.Л. Наппельбаум // Матер.

II Всесоюз. науч.-техн. конф.: Проблемы научной организации управления социалистической промышленностью / под ред. Д.М. Гвишиани, С.Е. Каменицера. – М.: Экономика, 1974. – С. 92–99.

5. Емельянов С.В. Новые типы обратной связи: Управление при неопределённости / С.В. Емельянов, С.К. Корovin. – М.: Наука, Изд-во «Физ.-мат. лит.», 1997. – 352 с.

6. Cohen M. Adaptive and Learning-Based Control of Safety-Critical Systems / M. Cohen, C. Belta. – Cham: Springer, 2023. – 194 p.

7. Васильков Ю.В. Математическое моделирование объектов и систем автоматического управления / Ю.В. Васильков, Н.Н. Василькова. – Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2025. – 428 с.

8. Семёнов А.Д. Математические модели систем управления / А.Д. Семёнов, А.В. Волков, О.В. Ермилина. – Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2022. – 200 с.

9. Иванова А.А. Математическое моделирование тепловых процессов непрерывной разливки металлов: монография / А.А. Иванова, А.Б. Бирюков. – М.: Инфра-Инженерия, 2022. – 284 с.

10. Зароченцев В.М. Математическое и компьютерное моделирование в металлургии цинка: монография. – Барнаул: Новый формат, 2025. – 396 с.

11. Блочное-модульное моделирование и исследование бимолекулярного гетерогенного взаимодействия при обжиге сульфида металла / В.М. Зароченцев, А.Л. Рутковский, Т.В. Кондратенко, А.К. Макоева // Вестник Магнитогорского гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова. – 2024. – Т. 22, № 1. – С. 20–28.

12. Математическая модель металлизации титаномагнетитовых руд Качканарского месторождения в шахтной печи Мидрекс / А.Н. Дмитриев, М.О. Золотых, Г.Ю. Витькина, Л.А. Маршук, М.С. Ялунин // Черная металлургия. Бюллетень научно-технической и экономической информации. – 2021. – Т. 77, № 10. – С. 1039–1045.

13. Особенности теории и практики идентификации объектов в системах управления / Л.П. Мышляев, Е.И. Львова, К.А. Ивушкин, Е.Н. Тараборина // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11–1. – С. 519–524.

14. Фуртат И.Б. Методы анализа и синтеза линейных и нелинейных систем управления при наличии возмущений и запаздывания: монография / И.Б. Фуртат, П.А. Гуштин. – Москва; Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2021. – 194 с.

15. Aguirre L.A. An Introduction to Nonlinear System Identification // Lectures on Nonlinear Dynamics / ed. by J.R. Castilho Piqueira, C.E. Nigro Mazzilli, C.P. Pesce, G.R. Franzini. – Cham: Springer, 2023. – P. 133–154.

#### Свинцов Максим Максимович

Аспирант каф. автоматизации и информационных систем Сибирского государственного индустриального университета (СибГИУ)

Кирова ул., 42, г. Новокузнецк, Россия, 654007

Нач. отд. систем технологического управления Научно-исследовательского центра систем управления» (ООО «НИЦ СУ»)

Строителей ул., 55, корп. А, оф. 25,

г. Новокузнецк, Россия, 654005

Тел.: +7-923-630-84-20

Эл. почта: svintzovmax@yandex.ru

#### Мышляев Леонид Павлович

Д-р техн. наук, проф., гл. н.с. ООО «НИЦ СУ»

Строителей ул., 55, корп. А, оф. 25,

г. Новокузнецк, Россия, 654005

ORCID: 0000-0002-0833-4772

Тел.: +7-905-911-51-16

Эл. почта: myshl\_948@mail.ru

#### Макаров Георгий Валентинович

Канд. техн. наук, доцент каф. менеджмента качества

и инноваций Сибирского государственного

индустриального университета (СибГИУ)

Кирова ул., 42, г. Новокузнецк, Россия, 654007;

директор ООО «НИЦ СУ»

Строителей ул., 55, корп. А, оф. 25,

г. Новокузнецк, Россия, 654005

ORCID: 0000-0002-9933-4769

Тел.: +7-913-138-42-19

Эл. почта: gmakarov@nicsu.ru

#### Грачев Виталий Викторович

Канд. техн. наук, доцент каф. автоматизации

и информационных систем СибГИУ

Кирова ул., 42, г. Новокузнецк, Россия, 654007;

зам. дир. ООО «НИЦ СУ»

ул. Строителей, 55, корп. А, оф. 25,

г. Новокузнецк, Россия, 654005

ORCID: 0000-0002-0615-3820

Тел.: +7-909-509-67-76

Эл. почта: vitality.grachev@nicsu.ru

Поступила в редакцию: 21.05.2026.

Принята к публикации: 20.08.2026.

Svintsov M.M., Myshlyaev L.P., Makarov G.V., Grachev V.V.

#### Mathematical models of control objects with coordinate-parametric couplings

**Relevance.** Accounting for coordinate-parameter couplings (CPCs) in control objects is an essential prerequisite for improving the efficiency of automated technological complexes in the mining, metallurgical, and chemical industries. **Purpose of the study.** To develop new structural models of objects taking into account the mutual influence of coordinate and parameter couplings, and to form a classification of new structures of mathematical models of control objects with CPCs. **Methods.** The methods of system analysis, automatic control theory, and mathematical modeling of dynamic systems with delay and parametric dependencies were used. **Scientific novelty.** The novelty lies in the creation of mathematical models and structural schematics for control objects with CPCs that incorporate the mutual influence of coordinate and parametric variables (including for objects with recycling), as well as in the development of a classification framework for control objects exhibiting coordinate-parameter couplings. **Results.** Mathematical model structures for four classes of objects with CPCs are proposed, along with examples of such objects in a coal preparation process complex. **Practical significance** lies in expanding the toolset for analyzing and synthesizing effective automated technological complexes containing control objects with CPCs through the rapid joint determination of coordinate effects and object parameters.

**Keywords:** control system, automated technological complex, coordinate-parameter couplings (CPCs), recycling.

**DOI:** 10.21293/1818-0442-2026-29-2-135-139

## References

1. Blauberger I.V., Yudin E.G. *Stanovlenie i sushchnost sistemnogo podkhoda* [Formation and essence of the systems approach]. – M.: Nauka, 1973, 270 p. (in Russ.).
2. Optner S.L. Systems analysis for business and industrial problem solving, N.J., Prentice-Hall, 1965, 116 p.
3. Laske O. Advanced Systems-Level Problem Solving, Volume 3: Manual of Dialectical Thought Forms. Cham, Springer, 2023, 234 p.
4. Emelyanov S.V., Nappelbaum E.H. *Osnovnye printsipy sistemnogo analiza* [Basic principles of systems analysis]. Pro. of the Second All-Union Scientific and Technical Conference «Problems of Scientific Organization of Management of Socialist Industry», ed. by D.M. Gvishiani, S.E. Kamenitser, Moscow: Ekonomika, 1974, pp. 92–99. (in Russ.).
5. Emelyanov S.V., Korovin S.K. *Novye tipy obratnoi svyazi: Upravlenie pri neopredelennosti* [New types of feedback: Management under uncertainty. Moscow: Nauka, Publishing company «Phys.-Math. Literature», 1997, 348 p. (in Russ.).
6. Cohen M., Belta C. Adaptive and Learning-Based Control of Safety-Critical Systems. Cham, Springer, 2023, 194 p.
7. Vasilkov Yu.V., Vasilkova N.N., *Matematicheskoe modelirovanie ob'ektov i sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Mathematical modeling of objects and automatic control systems]. M.; Vologda: Infra-Engineering, 2025, 428 p. (in Russ.).
8. Semenov A.D., Volkov A.V., Ermilina O.V. *Matematicheskie modeli sistem upravleniya* [Mathematical models of control systems]. Moscow; Vologda: Infra-Engineering, 2022, 200 p. (in Russ.).
9. Ivanova A.A., Biryukov A.B. *Matematicheskoe modelirovanie teplovykh processov nepreryvnoy razlivki metallov: monografiya* [Mathematical modeling of thermal processes of continuous casting of metals: monograph]. M.: Infra-Engineering Publ., 2022, 284 p. (in Russ.).
10. Zarochentsev V.M. *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie v metallurgii cinka: monografiya* [Mathematical and computer modeling in zinc metallurgy: monograph]. Barnaul: New Format Publ., 2025, 396 p. (in Russ.).
11. Zarochentsev V.M., Rutkovskii A.L., Kondratenko T.V., Makoeva A.K. [Block-modular simulation and study on a bimolecular heterogeneous interaction during roasting of metal sulfide]. *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University], 2024, vol. 22, no. 1, pp. 20–28 (in Russ.).
12. Dmitriev A.N., Zolotikh M.O., Vitkina G.Yu., Marshuk L.A. [A mathematical model of metallization of titanium-magnetite ores of kachkanar deposit in midrex shaft furnace]. *Ferrous metallurgy. bulletin of scientific, technical and economic information*, 2021, vol. 10, pp. 1039–1045 (in Russ.).
13. Myshlyaev L.P., Lvova E.I., Ivushkin K.A., Taraborina E.N. [Features of the theory and practice of identification of objects in control systems]. *Fundamental research*, 2014, № 11–1. pp. 519–524 (in Russ.).
14. Furtat I.B., Gushchin P.A. *Metody analiza i sinteza lineynykh i nelineynykh sistem upravleniya pri nalichii vozmushchenij i zapazdyvaniya: monografiya* [Methods of analysis and synthesis of linear and nonlinear control systems in the presence of disturbances and delays: monograph]. Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Research, 2021, 193 p. (in Russ.).
15. Aguirre L.A. An Introduction to Nonlinear System Identification. In the book: Lectures on Nonlinear Dynamics, ed. by J.R. Castillo Piqueira, C.E. Nigro Mazzilli, C.P. Pesce, G.R. Franzini. Cham: Springer, 2023, pp. 133–154.

**Maksim M. Svintsov**

Postgraduate student, Department of Automation and Information Systems, Siberian State Industrial University (SibSIU)  
42, Kirova St., Novokuznetsk, Russia, 654007;  
Head, Technological Control Systems Department, Limited Liability Company «Research Center for Control Systems»  
55/A, Stroiteley Str., Off. 25, Novokuznetsk, Russia, 654005  
Phone: +7-923-630-84-20  
Email: svintzovmax@yandex.ru

**Leonid P. Myshlyaev**

Doctor of Technical Sciences, Professor  
Chief Research Fellow at the Limited Liability Company «Research Center for Control Systems»  
55/A, Stroiteley Str., Off. 25, Novokuznetsk, Russia, 654005  
ORCID: 0000-0002-0833-4772  
Phone: +7-905-911-51-16  
Email: myshl\_948@mail.ru

**Georgy V. Makarov**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Department of Quality Management and Innovation, SibSIU  
42 Kirova St., Novokuznetsk, Russia, 654007;  
Director of the Limited Liability Company «Research Center for Control Systems»  
55/A, Stroiteley Str., Off. 25, Novokuznetsk, Russia, 654005  
ORCID: 0000-0002-9933-4769  
Phone: +7-913-138-42-19  
Email: gmakarov@nicsu.ru

**Vitaly V. Grachev**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Department of Automation and Information Systems, SibSIU  
42 Kirova St., Novokuznetsk, Russia, 654007;  
Deputy Director of the Limited Liability Company «Research Center for Control Systems»  
55/A, Stroiteley Str., Off. 25, Novokuznetsk, Russia, 654005  
ORCID: 0000-0002-0615-3820  
Phone: +7-909-509-67-76  
Email: vitaly.grachev@nicsu.ru

Received: 21.05.2026.

Accepted: 20.08.2026.