

УДК 621.396.67

Шифр специальности ВАК: 2.2.14

Д.А. Юзвик, М.А. Степанов

Метод формирования нескольких минимумов электромагнитного поля в требуемых точках пространства

Актуальность. Рассмотрен метод формирования нескольких минимумов электромагнитного поля в требуемых областях пространства с целью снижения уровня помех для чувствительного оборудования. **Цель исследования.** Разработка метода расчета комплексных амплитуд излучаемых сигналов для формирования нескольких заданных областей пониженной амплитуды напряженности электрического поля при одновременной установке уровней поля в остальных точках приема с использованием регуляризации Тихонова. **Методы.** Система линейных алгебраических уравнений была уравновешена введением регуляризации Тихонова, обеспечивающей единственность решения. Также была поставлена оптимизационная задача по минимизации квадратичной невязки между требуемым и получаемым распределениями электрического поля. Проверка теоретических результатов выполнена путем математического моделирования. **Научная новизна.** Использована связь между комплексными амплитудами в точках приема и комплексными амплитудами излучаемых сигналов через матрицу S-параметров. Отмечено, что вычисление комплексных амплитуд излучаемых сигналов может приводить к недоопределенной системе линейных алгебраических уравнений, вследствие чего решения могут быть неустойчивыми: их может быть бесконечно много или решения может не быть вовсе. **Результаты.** Предложены три конфигурации электрического поля, для каждой из которых определены комплексные амплитуды излучаемых сигналов. Результаты математического моделирования подтвердили полученные теоретические положения. **Практическая значимость.** Полученные результаты могут быть использованы для формирования требуемых распределений электромагнитного поля с несколькими минимумами в заданных областях пространства.

Ключевые слова: антенные решетки, оптимизация, СЛАУ, электромагнитное поле, минимумы электрического поля.

DOI: 10.21293/1818-0442-2026-29-2-16-23

Введение

Фокусировка электромагнитного поля в требуемые точки пространства является одним из способов повышения отношения сигнал/шум (ОСШ) на апертуре приемной антенны абонентского устройства. Повышение ОСШ позволяет использовать высокие порядки квадратурной амплитудной модуляции, например, 4096-QAM. Использование высоких порядков QAM модуляции позволяет повышать скорость передачи информации в беспроводных сетях [1, 2]. В работах [3–5] были рассмотрены вопросы, касающиеся фокусировки линейных антенных решеток на конечное расстояние, изучены эффекты смещения максимума амплитуды напряженности электрического поля в сторону антенной решетки относительно точки фокуса.

В работе [6] рассмотрены вопросы, касающиеся формирования нескольких максимумов амплитуды напряженности электрического поля в требуемых областях пространства. Формирование максимумов амплитуды напряженности электрического поля обосновано тем, что могут быть заранее известны места расположения устройств-абонентов, особо актуально это может быть при обеспечении связью устройств умного дома, интернета вещей, так как местоположение устройств умного дома и интернета вещей, как правило, статично. Таким образом, возможно обеспечивать связью такие устройства и создавать минимум помех для остальных устройств. У этого способа есть другая сторона медали, например, в медицинских учреждениях располагается оборудование, которое

может быть чувствительным к излишнему электромагнитному излучению от беспроводных телекоммуникационных сетей. При этом расположение абонентских устройств в подобных локациях предсказать проблематично. Поэтому разумно снижать амплитуду напряженности электрического поля в областях, где расположено чувствительное к излучению оборудование, а в остальных областях пространства обеспечивать сигнал на требуемом уровне. Целенаправленное формирование одного минимума амплитуды напряженности электрического поля на фокальной оси возможно за счет фазировки антенной решетки.

На практике чувствительного к электромагнитной обстановке оборудования в помещении может быть больше одного и может потребоваться создать несколько зон в пространстве, где обеспечиваются минимумы амплитуды напряженности электрического поля. В настоящей работе под минимумом амплитуды напряженности электрического поля понимается локальное понижение амплитуды напряженности электрического поля в окрестности заданной точки пространства относительно амплитуды в других точках пространства.

Стоит отметить, что предлагаемый в работе метод не заменяет классические методы обеспечения электромагнитной совместимости: экранировка аппаратуры, фильтрация или частотное разделение каналов и т.д. Снижение напряженности электрического поля в окрестности заданных точек может служить дополнительным способом снижения электро-

магнитных помех для чувствительного оборудования, расположенного в этих точках.

Исходя из этого, **целью работы** является разработка метода расчета комплексных амплитуд излучаемых сигналов для формирования нескольких заданных областей пониженной амплитуды напряженности электрического поля при одновременной установке уровней поля в остальных точках приема с использованием регуляризации Тихонова.

Математическая модель системы

В работе [6] был предложен способ представления антенной системы в виде многополюсника СВЧ, связывающий комплексные амплитуды излучаемых сигналов, комплексные амплитуды в точках приема через матрицу S -параметров. Под точкой приема подразумевается произвольная точка в объеме анализируемого пространства, где требуется управлять амплитудой напряженности электрического поля. Рассматриваемая модель подразумевает, что анализ происходит в свободном пространстве. Поляризация приемных и передающих антенн считается согласованной, так что поляризационными эффектами можно пренебречь. За основу математической модели возьмем этот способ и кратко его напомним [6].

Предлагаемый способ основан на следующем подходе. В рассматриваемой области пространства размещают N излучающих антенн и M точек приема, положение которых выбирается произвольным образом. Один из возможных вариантов расположения антенн и точек приема приведен на рис. 1.

Начало координат в области, содержащей излучающие антенны и точки приема, находится в геометрическом центре рассматриваемой области. Оси координат X и Y ориентированы параллельно антенным решеткам. Ось Z направлена вверх.

В показанном примере антенны установлены по границе области (вдоль стен помещения), тогда как точки приема находятся внутри нее. Для каждой точки приема заранее задают требуемое значение амплитуды напряженности электрического поля. Далее определяются комплексные коэффициенты передачи между каждой излучающей антенной и каждой точкой приема.

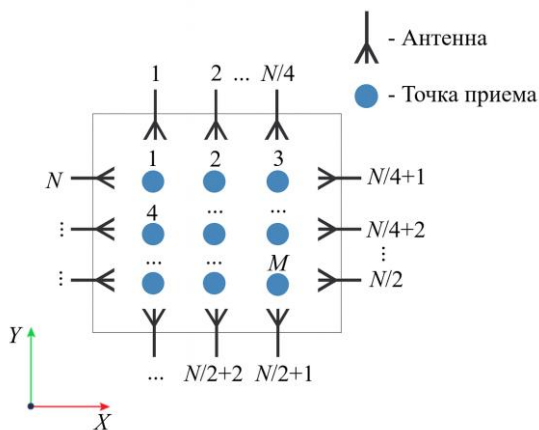


Рис. 1. Геометрическое расположение излучающих антенн и точек приема [6]

Путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) определяются комплексные амплитуды сигналов, которые нужно подвести к каждой излучающей антенне для получения требуемого распределения поля в пространстве. Эффективность способа была продемонстрирована в работе [6].

Кратко напомним основную идею способа управления распределением электрического поля в заданном пространстве, показанного в работе [6].

В [6] приняты обозначения комплексных амплитуд излучаемых сигналов:

$$\dot{a}_n = a_n \cdot e^{j\phi_n}, \quad (1)$$

где a_n – амплитуда сигнала, излучаемого из n -й точки; ϕ_n – начальная фаза сигнала, излучаемого из n -й точки; j – мнимая единица.

Комплексная амплитуда в точках приема [6]:

$$\dot{b}_m = b_m \cdot e^{j\psi_m}, \quad (2)$$

где b_m – амплитуда сигнала в m -й точке; ψ_m – фаза сигнала в m -й точке.

Комплексные амплитуды сигналов в точках излучения можно представить в виде вектор-столбца $[\dot{\mathbf{A}}]$, а комплексные амплитуды сигналов в точках приема – вектор-столбца $[\dot{\mathbf{B}}]$.

Среда распространения электромагнитных волн от точек передачи к точкам приема, представленная на рис. 1, может рассматриваться как СВЧ-многополюсник (рис. 2) [6]. Количество входов многополюсника равно $N+M$, где N – количество излучающих антенн, M – количество точек приема. Очевидно, что входы с 1 по N соответствуют излучающим антеннам, входы с $N+1$ по $N+M$ соответствуют точкам приема.

Следовательно, задавая вектор-столбец выходных сигналов многополюсника $[\dot{\mathbf{Y}}]$, можно определять вектор-столбец входных сигналов $[\dot{\mathbf{X}}]$. Их связывает матрица рассеяния (S -параметров – $[\dot{\mathbf{S}}]$):

$$[\dot{\mathbf{Y}}] = [\dot{\mathbf{S}}] \cdot [\dot{\mathbf{X}}]. \quad (3)$$

Зададим граничные условия. Поскольку управление распределением напряженности электрического поля должно осуществляться внутри объема помещения, а не на его границах, элементы вектор-столбца $[\dot{\mathbf{Y}}]$ от 0 до N принимаются равными нулю.

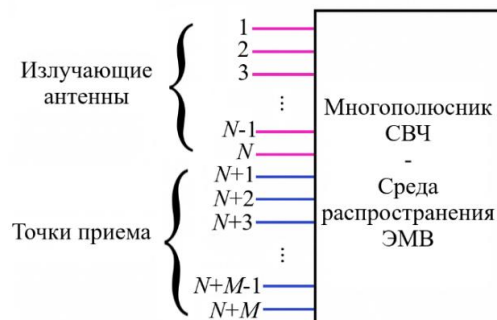


Рис. 2. Схематическое представление излучающих элементов, среды распространения и точек приема в виде многополюсника СВЧ [6]

Элементы с $N + 1$ по $N + M$ при этом задают комплексные амплитуды сигналов ($\dot{b}_m$) в требуемых точках приема M .

$$[\dot{\mathbf{Y}}] = [\dot{y}_1 = 0; \dots; \dot{y}_N = 0; \dot{y}_{N+1} = \dot{b}_1; \dots; \dot{y}_{N+M} = \dot{b}_M]^T. \quad (4)$$

Кроме того, предполагается, что элементы вектор-столбца входных сигналов $[\dot{\mathbf{X}}]$ с $N + 1$ по $N + M$ равны нулю. Для упрощения принимается, что в рассматриваемых точках отражение отсутствует.

$$[\dot{\mathbf{X}}] = [\dot{x}_1 = \dot{a}_1; \dots; \dot{x}_N = \dot{a}_N; \dot{x}_{N+1} = 0; \dots; \dot{x}_{N+M} = 0]^T. \quad (5)$$

Матрица S -параметров многополюсника имеет следующий вид [6]:

$$[\dot{\mathbf{S}}] = \begin{bmatrix} \dot{s}_{1,1} & \dots & \dot{s}_{1,N} & \dot{s}_{1,N+1} & \dots & \dot{s}_{1,N+M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{s}_{N,1} & \dots & \dot{s}_{N,N} & \dot{s}_{N,N+1} & \dots & \dot{s}_{N,N+M} \\ \dot{s}_{N+1,1} & \dots & \dot{s}_{N+1,N} & \dot{s}_{N+1,N+1} & \dots & \dot{s}_{N+1,N+M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{s}_{N+M,1} & \dots & \dot{s}_{N+M,N} & \dot{s}_{N+M,N+1} & \dots & \dot{s}_{N+M,N+M} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Диагональные элементы матрицы соответствуют коэффициентам отражения на каждом входе многополюсника. Внедиагональные элементы, в свою очередь, описывают коэффициенты передачи между различными входами многополюсника.

В свободном пространстве коэффициенты передачи определяются следующим выражением [6]:

$$\dot{s}_{i,k} = F_{i,k} \cdot F_{k,i} \cdot r_{i,k}^{-q} \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot r_{i,k}), \quad (7)$$

где $r_{i,k}$ – расстояние между точками, соответствующими i -му и k -му входам многополюсника; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ – коэффициент фазы; $F_{i,k}$ – описывает коэффициент усиления по полю антенны между i -м и k -м входами; множитель $r_{i,k}^{-q}$ учитывает уменьшение амплитуды напряженности при передаче от i -го входа к k -му входу. Для ближней зоны принимают $q = 2$, для дальней зоны принимают $q = 1$.

Для определения расстояния между входами многополюсника используется следующее выражение [6]:

$$r_{i,k} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2}, \quad (8)$$

где (x_i, y_i, z_i) – декартовы координаты i -й точки.

Стоит отметить, что для реальной антенны в качестве ее координат необходимо использовать координаты ее фазового центра.

Совокупность входов многополюсника, которые являются излучающими антеннами, можно анализировать как антенную решетку. Соответственно, при вычислении коэффициентов передачи по выражению (7) необходимо определить, в какой зоне поля антенной решетки располагается вход многополюсника, для которого вычисляется коэффициент передачи, чтобы корректно выбрать значение q . Для определения границ ближней зоны используется выражение [7]

$$r_n \leq \frac{2 \cdot D^2}{\lambda}, \quad (9)$$

где D – размер апертуры антенной решетки.

Условие для определения q можно записать в следующем виде:

$$q = \begin{cases} 2, & r_{i,k} \leq \frac{2 \cdot D^2}{\lambda}, \\ 1, & r_{i,k} > \frac{2 \cdot D^2}{\lambda}. \end{cases} \quad (10)$$

В [6] показано, что матрицу S -параметров (6) можно разбить на подматрицы

$$[\dot{\mathbf{S}}] = \begin{bmatrix} [\dot{\mathbf{S}}_{TT}] & [\dot{\mathbf{S}}_{TR}] \\ [\dot{\mathbf{S}}_{RT}] & [\dot{\mathbf{S}}_{RR}] \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где $[\dot{\mathbf{S}}_{TT}]$ описывает передачу между точками излучения, т.е. от одной антенны к другой и имеет размер $N \times N$; $[\dot{\mathbf{S}}_{TR}]$ характеризует передачу от точек приема до точек излучения и имеет размер $N \times M$; $[\dot{\mathbf{S}}_{RT}]$ – характеризует передачу от точек излучения до точек приема и имеет размер $M \times N$; $[\dot{\mathbf{S}}_{RR}]$ характеризует передачу между точками приема и имеет размер $M \times M$.

На рис. 3 [6] схематично показано, какую роль играют отдельные подматрицы.

В идеальном случае, когда все приемные и передающие антенны согласованы, а взаимное влияние точек передачи друг с другом и точек приема друг с другом отсутствует, выражение (3) принимает вид:

$$[\dot{\mathbf{B}}] = [\dot{\mathbf{S}}_{RT}] \cdot [\dot{\mathbf{A}}]. \quad (12)$$

Тогда количество уравнений сократится с $N+M$ до M .

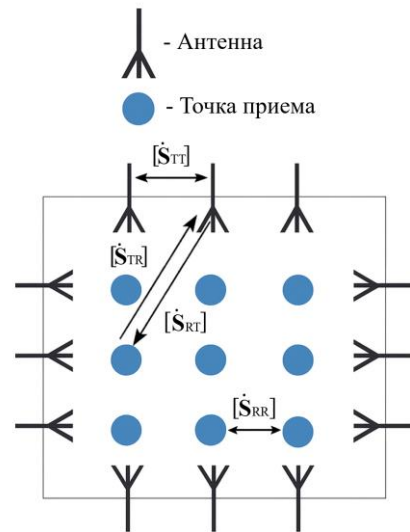


Рис. 3. Иллюстрация роли подматриц [6]

Формирование нескольких минимумов

Если для соответствующей точки приема задать условие $\dot{b}_m = 0$, то минимум напряженности электрического поля окажется не одиночным, а будет

повторяться, распространяясь на множество соседних точек пространства. Чтобы минимум амплитуды напряженности электрического поля оставался однозначным, в задачу вводят дополнительные точки поддержки. В этих точках задаются такие значения амплитуды, которые отличаются от минимальных и позволяют ограничить область минимума. Соответственно, требуется задавать вектор-столбец $[\dot{\mathbf{B}}]$ так, чтобы в точках приема, где требуется обеспечить минимум, значение элемента $\dot{b}_m$ было равно нулю, а в заданной точке поддержки значение было больше нуля ($\dot{b}_m > 0$).

Установлено, что количество и расположение точек поддержки относительно точки минимума влияет на качество совпадения требуемого и формируемого распределения напряженности электрического поля. Вопрос определения количества и расположения точек поддержки выходит за рамки настоящей работы и подлежит отдельному изучению.

В работе [6] решалась задача по формированию максимумов амплитуды напряженности электрического поля в требуемых областях пространства. В них решалась система уравнений (12) при помощи метода Гаусса, но в таком случае при введении в систему дополнительных точек поддержки может возникать неустойчивость решения [8–10]. Помимо этого, если количество излучающих антенн N больше количества точек приема M в системе, то такая система будет являться недоопределенной. Такая недоопределенная система может иметь бесконечное количество решений или не иметь их вовсе. Поэтому для решения системы (12) вводим критериальную постановку задачи: найти вектор-столбец $[\dot{\mathbf{A}}]$, минимизирующий квадратичную невязку приближения требуемого распределения поля.

Чтобы иметь возможность управлять глубиной подавления в заданных точках минимума, нужно ввести дополнительные веса w_m в виде диагональной матрицы

$$[\mathbf{W}] = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_m), \quad (13)$$

чем больше значение w_m , тем выше приоритет обеспечения условий $\dot{b}_m \approx 0$ и $\dot{b}_m \approx 1$, в зависимости от того требуется обеспечить максимум или минимум амплитуды напряженности электрического поля в требуемой точке приема.

Тогда для определения вектор-столбца $[\dot{\mathbf{A}}]$ необходимо решить следующую задачу определения критерия минимизации невязки – Ψ :

$$\Psi([\dot{\mathbf{A}}]) = \|[\mathbf{W}] \cdot ([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] \cdot [\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{B}}])\|_2^2, \quad (14)$$

где $\|\cdot\|_2$ – L2-норма, $\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$.

Фактически если ввести математическое определение невязки для введенной системы, то получим

$$[\dot{\mathbf{\epsilon}}] = [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}][\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{B}}], \quad (15)$$

в идеальном случае $[\dot{\mathbf{\epsilon}}] = 0$.

Можно записать

$$\Psi([\dot{\mathbf{A}}]) = \|[\mathbf{W}] \cdot [\dot{\mathbf{\epsilon}}]\|_2^2, \quad (16)$$

таким образом, определен критерий минимизации невязки в (14) и (16).

Введение в систему дополнительных точек поддержки может привести к неустойчивости решений [8–10]. Задача становится плохо обусловленной. Поэтому в систему (14) введем метод регуляризации Тихонова [11], используемый для решения плохо обусловленных задач. Введение регуляризации Тихонова при $\mu > 0$ позволяет получить единственность решения. Тогда выражение (14) принимает следующий вид:

$$\Psi([\dot{\mathbf{A}}]) = \|[\mathbf{W}] \cdot ([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] \cdot [\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{B}}])\|_2^2 + \mu \|[\dot{\mathbf{A}}]\|_2^2, \quad (17)$$

где μ – коэффициент регуляризации Тихонова.

Раскроем норму через эрмитово сопряжение. Известно [8–10], что: $\|x\|_2^2 = x^H \cdot x$, где H – эрмитово сопряжение.

Тогда первое слагаемое выражения (17) примет вид $\|[\mathbf{W}][\dot{\mathbf{\epsilon}}]\|_2^2 = ([\mathbf{W}][\dot{\mathbf{\epsilon}}])^H ([\mathbf{W}][\dot{\mathbf{\epsilon}}]) = [\dot{\mathbf{\epsilon}}]^H [\mathbf{W}]^H [\mathbf{W}][\dot{\mathbf{\epsilon}}]$. (18)

Поскольку матрица весов $[\mathbf{W}]$ является вещественной и диагональной, то получим

$$[\mathbf{W}]^H [\mathbf{W}] = [\mathbf{W}]^2 = \text{diag}(w_1^2, \dots, w_M^2). \quad (19)$$

Тогда выражение (17) примет вид

$$\begin{aligned} \Psi([\dot{\mathbf{A}}]) = & ([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] \cdot [\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{B}}])^H \cdot [\mathbf{W}]^2 \times \\ & \times ([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] \cdot [\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{B}}]) + \mu [\dot{\mathbf{A}}]^H [\dot{\mathbf{A}}]. \end{aligned} \quad (20)$$

Раскроем скобки в (20)

$$\begin{aligned} \Psi([\dot{\mathbf{A}}]) = & [\dot{\mathbf{A}}]^H [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}][\dot{\mathbf{A}}] - \\ & - [\dot{\mathbf{A}}]^H [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}] - [\dot{\mathbf{B}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}][\dot{\mathbf{A}}] + \\ & + [\dot{\mathbf{B}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}] + \mu [\dot{\mathbf{A}}]^H [\dot{\mathbf{A}}]. \end{aligned} \quad (21)$$

Согласно [12] считается, что требуется найти комплексный вектор-столбец $[\dot{\mathbf{A}}]$, при котором выражение $\Psi([\dot{\mathbf{A}}])$ не уменьшается при малых изменениях действительной и мнимой части, т.е. находится стационарная точка – глобальный минимум функции

$$\frac{\partial \Psi([\dot{\mathbf{A}}])}{\partial [\dot{\mathbf{A}}]^*} = 0, \quad (22)$$

где $[\dot{\mathbf{A}}]^*$ – комплексно-сопряженный вектор-столбец $[\dot{\mathbf{A}}]$.

Требуется выражение (21) продифференцировать согласно (22). В результате получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi([\dot{\mathbf{A}}])}{\partial [\dot{\mathbf{A}}]^*} = & [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}][\dot{\mathbf{A}}] - \\ & - [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}] + \mu [\dot{\mathbf{A}}]. \end{aligned} \quad (23)$$

В качестве условия минимума запишем

$$[\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}][\dot{\mathbf{A}}] - [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}] + \mu [\dot{\mathbf{A}}] = 0. \quad (24)$$

Тогда

$$[\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] [\dot{\mathbf{A}}] + \mu [\dot{\mathbf{A}}] = [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}]. \quad (25)$$

Преобразуем (25)

$$([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] + \mu [\mathbf{I}]) [\dot{\mathbf{A}}] = [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}], \quad (26)$$

где $[\mathbf{I}]$ – единичная матрица.

Таким образом, решая систему (26), определяется вектор-столбец излучаемых сигналов $[\dot{\mathbf{A}}]$ для обеспечения требуемого распределения электрического поля в заданной области пространства.

Из (26) можно выразить $[\dot{\mathbf{A}}]$:

$$[\dot{\mathbf{A}}] = ([\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}] + \mu [\mathbf{I}])^{-1} [\dot{\mathbf{S}}_{\text{RT}}]^H [\mathbf{W}]^2 [\dot{\mathbf{B}}]. \quad (27)$$

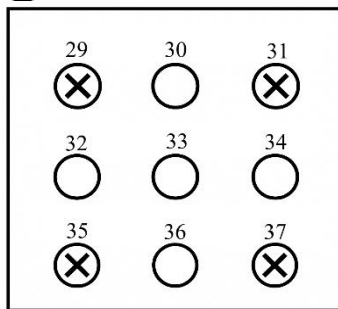
Проверим полученный математический аппарат с помощью математического моделирования.

Математическое моделирование

Рассмотрим антенную систему, состоящую из 28 излучателей, которая расположена по периметру области (по 7 антенн на каждой из сторон). Данная система рассчитана на работу с 9 точками приема. Рабочая частота составляет 2,5 ГГц, расстояние между излучателями составляет половину длины волны $\lambda/2$. Диаграмма направленности одиночного излучателя принята равной изотропной, все антенны полагаются идеально согласованными. Выбор исходных данных эксперимента обусловлен с аналогичными выборами в работах [13–18].

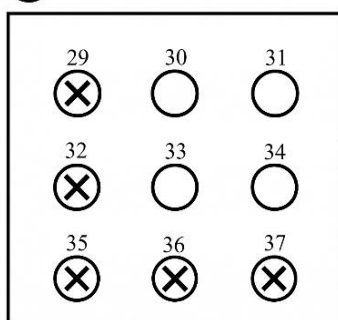
На рис. 4 представлены требуемые конфигурации распределения напряженности электрического поля в пространстве.

⊗ – точка минимума, –20 дБ
○ – точка максимума, 0 дБ



а

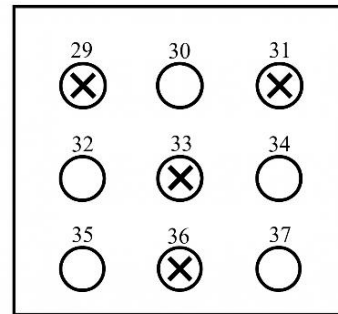
⊗ – точка минимума, –20 дБ
○ – точка максимума, 0 дБ



б

Рис. 4 (начало)

⊗ – точка минимума, –20 дБ
○ – точка максимума, 0 дБ



в

Рис. 4 (окончание). Требуемые конфигурации распределения напряженности электрического поля в пространстве: а – минимумы в углах пространства; б – антибуква «L»; в – антибуква «Y»

В табл. 1 приведены координаты излучателей.

Таблица 1

Координаты излучателей

№	X_i , м	Y_i , м	Z_i , м
1	–0,1800	–0,2100	0
2	–0,1200	–0,2100	0
3	–0,0600	–0,2100	0
4	0	–0,2100	0
5	0,0600	–0,2100	0
6	0,1200	–0,2100	0
7	0,1800	–0,2100	0
8	0,2100	–0,1800	0
9	0,2100	–0,1200	0
10	0,2100	–0,0600	0
11	0,2100	0	0
12	0,2100	0,0600	0
13	0,2100	0,1200	0
14	0,2100	0,1800	0
15	0,1800	0,2100	0
16	0,1200	0,2100	0
17	0,0600	0,2100	0
18	0	0,2100	0
19	–0,0600	0,2100	0
20	–0,1200	0,2100	0
21	–0,1800	0,2100	0
22	–0,2100	0,1800	0
23	–0,2100	0,1200	0
24	–0,2100	0,0600	0
25	–0,2100	0	0
26	–0,2100	–0,0600	0
27	–0,2100	–0,1200	0
28	–0,2100	–0,1800	0

В табл. 2 представлены амплитуды и начальные фазы излучаемых сигналов, рассчитанные по выражению (27) для формирования заданного распределения электрического поля в пространстве.

На рис. 5 представлены результаты математического моделирования распределения электрического поля в пространстве.

Таблица 2

Амплитуды и начальные фазы излучаемых сигналов

№	Минимумы в углах пространства		Антибуква «L»		Антибуква «Y»	
	Амплитуда, В/м	Фаза, град	Амплитуда, В/м	Фаза, град	Амплитуда, В/м	Фаза, град
1	6,7	179	6,7	-166	10	-142
2	5,7	-66	4,9	2	3,7	-42
3	14,9	-24	7	8	2,9	-14
4	16,1	-61	8,5	-40	8,5	-55
5	14,9	-24	6,7	-14	2,9	-14
6	5,7	-66	2,6	-51	3,7	-42
7	6,6	179	8,3	-149	10	-142
8	6,6	179	5,8	-155	7,8	-136
9	5,7	-66	5,6	-3	7,2	-20
10	14,9	-24	8,2	-9	4,2	-6
11	16,1	-61	11,6	-44	11,1	-49
12	14,9	-24	5,3	-30	6,9	-30
13	5,7	-66	5,56	-48	3,4	-70
14	6,6	179	11,1	-134	9,1	-140
15	6,6	179	11,1	-134	7,7	-141
16	5,7	-66	5,56	-48	3,6	-42
17	14,9	-24	5,3	-30	5	-28
18	16,1	-61	11,6	-44	13	-46
19	14,9	-24	8,2	-9	5	-28
20	5,7	-66	5,6	-3	3,6	-42
21	6,6	179	5,8	-155	7,7	-141
22	6,6	179	8,3	-149	9,1	-140
23	5,7	-66	2,6	-51	3,4	-70
24	14,9	-24	6,7	-14	6,9	-30
25	16,1	-61	8,5	-40	11,1	-49
26	14,9	-24	7	8	4,2	-6
27	5,7	-66	4,8	2	7,2	-20
28	6,6	179	6,7	-166	7,8	-136

Как можно наблюдать из результатов, показанных на рис. 5 и в табл. 3, предложенный метод определения амплитуд и начальных фаз сигналов позволяет обеспечить минимум амплитуды напряженности электрического поля в нескольких требуемых точках пространства, а также обеспечить разницу между точкой минимума и максимума в худшем случае в 5,41 дБ, а в лучшем случае – 17,71 дБ, что говорит о потенциальной возможности применения предложенного метода на практике.

Также стоит прокомментировать разницу по нормированным значениям амплитуды напряженности электрического поля между целевыми значениями и результатами моделирования. Стоит отметить, что разница по целевым показателям в лучшем случае составила 6 дБ, в худшем – 9,3 дБ. Эта разница определяется плохой обусловленностью задачи: имеется множество решений для выражения (27) для разных значений коэффициента μ , характеризующихся одинаковой или близкой величиной квадратичной невязки. Часть требований (значений напряженности электрического поля в разных точках) оказывается взаимно ограничивающей, и качество полученного решения определяется минимально возможной величиной квадратичной невязки между целевым и результирующим распределением поля в пространстве. Кроме того, некоторые получаемые решения хоть и характеризуется низкой величиной невязки и обеспечивают распределение напряженности электриче-

ского поля, близкое к заданному, обладают физически нереализуемыми значениями комплексных амплитуд излучаемых сигналов.

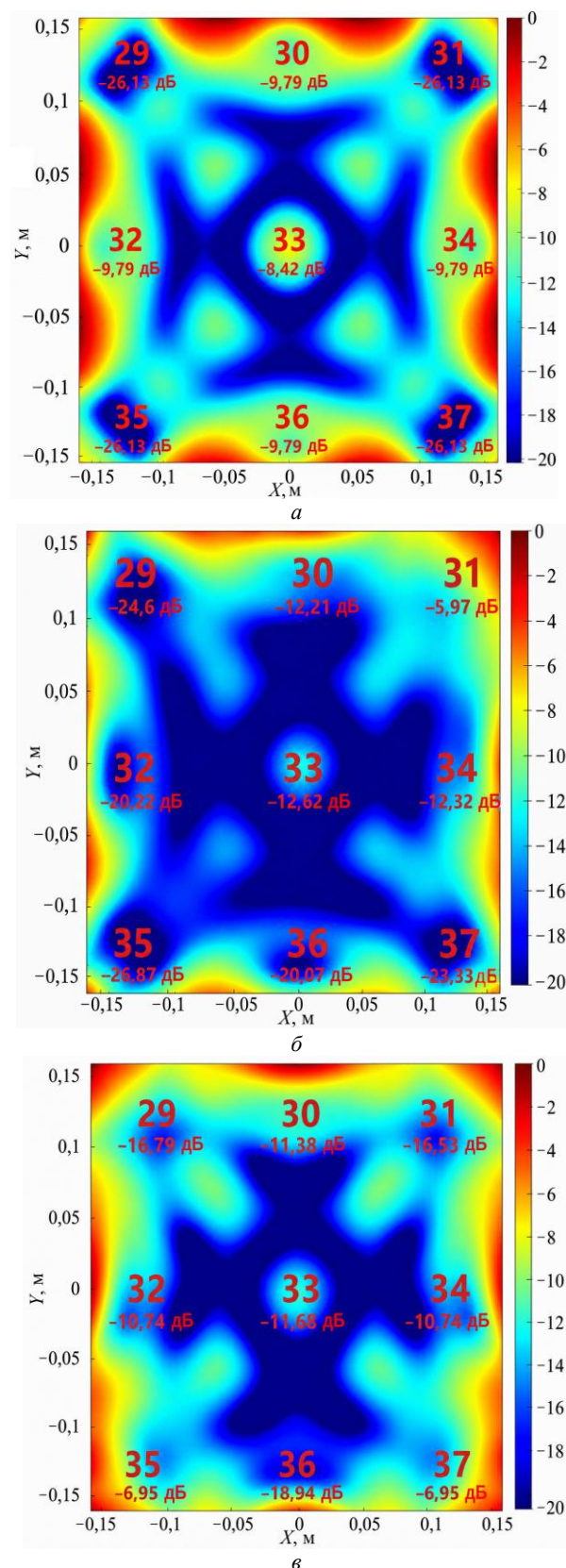


Рис. 5. Распределения электрического поля:
а – минимумы в углах пространства,
б – антибуква «L», в – антибуква «Y»

Таблица 3

Значения напряженности электрического поля в точках приема

№ точки приема	Минимумы в углах пространства, дБ	Антибуква «L», дБ	Антибуква «Y», дБ
29	-26,13 (точка минимума)	-24,6 (точка минимума)	-16,79 (точка минимума)
30	-9,79	-12,21	-11,38
31	-26,13 (точка минимума)	-5,97	-16,53 (точка минимума)
32	-9,79	-20,22 (точка минимума)	-10,74
33	-8,42	-12,62	-11,68
34	-9,79	-12,32	-10,74
35	-26,13 (точка минимума)	-26,87 (точка минимума)	-6,95
36	-9,79	-20,07 (точка минимума)	-18,94 (точка минимума)
37	-26,13 (точка минимума)	-23,33 (точка минимума)	-6,95

Стоит отметить, что рассматриваемый квадратичный критерий не является единственным возможным. При развитии данного направления исследования целесообразно рассмотреть иные способы минимизации невязки.

Заключение

В работе рассмотрен подход, позволяющий определить комплексные амплитуды излучаемых сигналов, при которых в заранее выбранных областях пространства формируются несколько минимумов амплитуды напряженности электрического поля. Связью между комплексными амплитудами излучаемых сигналов и комплексными амплитудами в точках приема является матрица S-параметров. Вычисление комплексных амплитуд излучаемых сигналов в работе предложено решать при помощи решения СЛАУ. Полученная в работе СЛАУ может являться недоопределенной системой, что может давать бесконечное количество решений или неустойчивость решений, поэтому задача была сведена к минимизации квадратичной невязки между требуемым и получаемым распределениями электрического поля в пространстве. Также в систему была введена регуляризация Тихонова, которая обеспечивает единственность решения у решаемой СЛАУ. Результатом решения задачи оптимизации при введенной квадратичной мере невязки является решение новой СЛАУ.

Были предложены три конфигурации электрического поля, для каждой из конфигураций были вычислены амплитуды и начальные фазы сигналов. Математическое моделирование распределения электрического поля с использованием полученных амплитуд и начальных фаз сигналов показало работоспособность предложенного метода.

Литература

1. Voudoukis N. Performance analysis, characteristics, and simulation of digital QAM // *European Journal of Electrical Engineering and Computer Science*. – 2017. – Vol. 1, No. 1. – P. 1–7.
2. Svensson A. An introduction to adaptive QAM modulation schemes for known and predicted channels // *Proceedings of the IEEE*. – 2007. – Vol. 95, No. 12. – P. 2322–2336.

3. Hansen R. Focal region characteristics of focused array antennas // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2003. – Vol. 33, No. 12. – P. 1328–1337.

4. Iuzvik D. Formation of the maximum amplitude of the electric field strength using two one-dimensional linear antenna arrays located orthogonal to each other / D. Iuzvik, M. Stepanov // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. – 2024. – Vol. 38, No. 18. – P. 2106–2123.

5. Iuzvik D. Ensuring the maximum amplitude of the electric field strength in given coordinates using a linear antenna array focused on a finite distance / D. Iuzvik, M. Stepanov // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. – 2024. – Vol. 38, No. 4. – P. 411–427.

6. Iuzvik D. Focusing of the electromagnetic field in several given areas of space / D. Iuzvik, M. Stepanov // *Progress in Electromagnetics Research M*. – 2022. – Vol. 113. – P. 11–22.

7. Skolnik M.I. Radar Handbook. – 3rd ed. – New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2008. – 1328 p.

8. Strang G. Linear Algebra and Its Applications. – 4th ed. – Belmont: Thomson Brooks/Cole, 2006. – 487 p.

9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц: учеб. пособие. – 5-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 560 с.

10. Ben-Israel A. Generalized Inverses: Theory and Applications / A. Ben-Israel, T.N.E. Greville. – New York, NY, USA: Springer, 2003. – 420 p.

11. Tikhonov A.N. Solutions of Ill-Posed Problems / A.N. Tikhonov, V.Y. Arsenin. – New York: Winston, 1977. – 258 p.

12. Brandwood D.H. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory // *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*. – 1983. – Vol. 130, No. 1. – P. 11–16.

13. Energy-efficient near-field beamforming: A review on practical channel models / H. Ni et al. // *Energies*. – 2025. – Vol. 18, No. 11. – Art. no. 2966.

14. Gaussian approach for the synthesis of periodic and aperiodic antenna arrays: Method review and design guidelines / G. Buttazzoni et al. // *Sensors*. – 2021. – Vol. 21, No. 7. – Art. no. 2343.

15. Yang S.J. An accurate near-field focusing of array antenna based on near-field active element pattern and infinitesimal dipole modeling / S.J. Yang, Y.D. Kim // *IEEE Access*. – 2021. – Vol. 9. – P. 143771–143781.

16. Fault diagnosis of realistic arrays from a reduced number of phaseless near-field measurements / R. Palmeri et al. // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2023. – Vol. 71, No. 9. – P. 7206–7219.

17. A review on different techniques of mutual coupling reduction between elements of any MIMO antenna. – Part 2: Metamaterials and many more / A. Kumar, A.Q. Ansari, B.K. Kanaujia, J. Kishor, L. Matekovits // *Radio Science*. – 2021. – Vol. 56, No. 3. – P. 1–22.

18. Mandal S. Mutual coupling reduction in a patch antenna array based on planar frequency selective surface structure / S. Mandal, C.K. Ghosh // *Radio Science*. – 2022. – Vol. 57. – Art. no. e2021RS007392.

Юзвик Денис Андреевич

Канд. техн. наук, инженер каф. РПИППУ
Новосибирского гос. технического университета (НГТУ)
Карла Маркса пр-т, 20, г. Новосибирск, Россия, 630073
ORCID: 0000-0002-8365-1639
Тел.: +7 (383-3) 46-15-46
Эл. почта: zetanicestar@gmail.com

Степанов Максим Андреевич

Д-р техн. наук, зав. каф. РПИРПУ НГТУ

Карла Маркса пр-т, 20, г. Новосибирск, Россия, 630073

ORCID: 0000-0001-6095-1172

Тел.: +7 (383-3) 46-15-46

Эл. почта: m.stepanov@corp.nstu.ru

Поступила в редакцию: 19.03.2026.

Принята к публикации: 26.06.2026.

Iuzvik D.A., Stepanov M.A.

A method for forming several minima of the electromagnetic field at required points in space

Relevance. The article considers a method for forming several electromagnetic field minima in the required spatial regions in order to reduce the level of interference for sensitive equipment.

Purpose of the study. Developing a method for calculating the complex amplitudes of emitted signals to form several specified regions of reduced electric field amplitude while simultaneously setting field levels at other reception points using Tikhonov regularization. **Methods.** A system of linear algebraic equations was balanced by introducing Tikhonov regularization, ensuring the uniqueness of the solution. An optimization problem was also formulated to minimize the quadratic residual between the required and obtained electric field distributions. The theoretical results were verified using mathematical modeling. **Scientific novelty.** The relationship between complex amplitudes at reception points and complex amplitudes of emitted signals was exploited via the S-parameter matrix. It is noted that calculating the complex amplitudes of emitted may lead to an underdetermined system of linear algebraic equations, resulting in unstable solutions: there may be an infinite number of them, or there may be no solution at all. **Results.** Three electric field configurations are proposed, and for each of them the complex amplitudes of the emitted signals are determined. The results of mathematical modeling confirmed the obtained theoretical findings. **Practical significance.** The obtained results can be used to generate the required electromagnetic field distributions with several minima in specified regions of space.

Keywords: antenna arrays, optimization, system of linear equations, electromagnetic field, electric field minima.

DOI: 10.21293/1818-0442-2026-29-2-16-23

References

1. Voudoukis N. Performance analysis, characteristics, and simulation of digital QAM. *European Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, 2017, vol. 1, no. 1, pp. 1–7.
2. Svensson A. An introduction to adaptive QAM modulation schemes for known and predicted channels. *Proceedings of the IEEE*, 2007, vol. 95, no. 12, pp. 2322–2336.
3. Hansen R. Focal region characteristics of focused array antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2003, vol. 33, no. 12, pp. 1328–1337.
4. Iuzvik D., Stepanov M. Formation of the maximum amplitude of the electric field strength using two one-dimensional linear antenna arrays located orthogonal to each other. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2024, vol. 38, no. 18, pp. 2106–2123.
5. Iuzvik D., Stepanov M. Ensuring the maximum amplitude of the electric field strength in given coordinates using a linear antenna array focused on a finite distance. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2024, vol. 38, no. 4, pp. 411–427.

6. Iuzvik D., Stepanov M. Focusing of the electromagnetic field in several given areas of space. *Progress in Electromagnetics Research M*, 2022, vol. 113, pp. 11–22.

7. Skolnik M.I. *Radar handbook*. 3rd ed. New York, McGraw-Hill, 2008, 1328 p.

8. Strang G. *Linear algebra and its applications*. 4th ed. Belmont, Thomson Brooks/Cole, 2006, 487 p.

9. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [The theory of matrices], textbook, M., FIZMATLIT, 2010, 560 p. (in Russ.).

10. Ben-Israel A., Greville T.N.E. *Generalized inverses: theory and applications*. 2nd ed. New York, Springer, 2003, 420 p.

11. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. *Solutions of ill-posed problems*. Washington, V.H. Winston & Sons, 1977, 258 p.

12. Brandwood D.H. A complex gradient operator and its application in adaptive array theory. *IEEE Proceedings F – Communications, Radar and Signal Processing*, 1983, vol. 130, no. 1, pp. 11–16.

13. Ni H. et al. Energy-efficient near-field beamforming: a review on practical channel models. *Energies*, 2025, vol. 18, no. 11, art. no. 2966.

14. Buttazzoni G. et al. Gaussian approach for the synthesis of periodic and aperiodic antenna arrays: method review and design guidelines. *Sensors*, 2021, vol. 21, no. 7, art. no. 2343.

15. Yang S.J., Kim Y.D. An accurate near-field focusing of array antenna based on near-field active element pattern and infinitesimal dipole modeling. *IEEE Access*, 2021, vol. 9, pp. 143771–143781.

16. Palmeri R. et al. Fault diagnosis of realistic arrays from a reduced number of phaseless near-field measurements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2023, vol. 71, no. 9, pp. 7206–7219.

17. Kumar A., Ansari A.Q., Kanaujia B.K., Kishor J., Matekovits L. A review on different techniques of mutual coupling reduction between elements of any MIMO antenna. Part 2: Metamaterials and many more. *Radio Science*, 2021, vol. 56, no. 3, pp. 1–22.

18. Mandal S., Ghosh C.K. Mutual coupling reduction in a patch antenna array based on planar frequency selective surface structure. *Radio Science*, 2022, vol. 57, art. no. e2021RS007392.

Denis A. Iuzvik

Candidate of Technical Sciences, Engineer,
Department of Radio receiving and Radio transmitting devices,
Novosibirsk State Technical University
20, Karl Marx av., Novosibirsk, Russia, 630073
ORCID: 0000-0002-8365-1639
Phone: +7 (383-3) 46-15-46
Email: zetanicestar@gmail.com

Maksim A. Stepanov

Doctor of Technical Sciences, Head of Department
of Radio receiving and Radio transmitting devices,
Novosibirsk State Technical University
20, Karl Marx av., Novosibirsk, Russia, 630073
ORCID: 0000-0001-6095-1172
Phone: +7 (383-3) 46-15-46
Email: m.stepanov@corp.nstu.ru

Received: 19.03.2026.

Accepted: 26.06.2026.