

УДК 621.391

Г.Н. Шалин, Д.А. Покаместов, Я.В. Крюков,  
А.С. Шинкевич, С.А. Еремеев, Д.Е. Ильинский

## Полярные коды: обзор подходов и направлений исследований

Рассматриваются современные методы усовершенствования и адаптации полярных кодов, класса помехоустойчивых кодов, обладающих теоретически доказанной способностью приближаться к пределу Шеннона. Полярные коды были стандартизированы в 5G NR для управляющих каналов и рассматриваются в качестве одного из перспективных кандидатов для использования в системах связи 6G благодаря их высокой эффективности, гибкости и масштабируемости. Кратко изложены основные принципы построения полярных кодов, включая процесс поляризации каналов и базовые алгоритмы декодирования. Представлена реализация полярных кодов в спецификациях 5G, включая процедуры сегментации, добавления циклического избыточного кода (Cyclic Redundancy Check, CRC), перемежения и согласование скоростей. Далее рассмотрены современные направления развития полярных кодов: усовершенствованные схемы декодирования, в том числе с применением алгоритма распространения доверия и быстрого упрощенного последовательного исключения, коды на основе мультитядер, адаптация к условиям многолучевых каналов, а также подходы на базе нейронных сетей, направленные на оптимизацию декодеров и конструкций кодов под конкретные условия передачи. В заключении обсуждаются проанализированные методы, существующие проблемы и открытые вопросы, а также перспективы дальнейшего развития полярных кодов в контексте требований будущих беспроводных систем связи.

**Ключевые слова:** 5G, 6G, SC, SCL, декодирование, системы связи, многолучевые каналы, мультитядра, поляризация, полярные коды.

**DOI:** 10.21293/1818-0442-2025-28-3-14-26

В настоящее время объемы передаваемого трафика стремительно увеличиваются и к системам связи предъявляются все более высокие требования по надежности и скорости передачи данных. Предлагается множество методов по удовлетворению этих требований, такие как многоантенные системы (Multiple Input Multiple Output, MIMO), множественный доступ с неортогональным разделением каналов по мощности (Power Domain Non-Orthogonal Multiple Access, PD-NOMA), помехоустойчивые коды и др.

Работа посвящена одному из наиболее перспективных направлений в теории помехоустойчивых кодов – полярному кодированию. В 2008 г. Э. Арикан предложил новый метод кодирования, получивший название полярные коды [1]. Это открытие стало прорывным в области кодирования, поскольку данный тип кодов позволяет достичь предела пропускной способности двоичных симметричных каналов [2]. Суть полярного кодирования заключается в поляризации каналов: часть каналов становятся практически безошибочными, их симметричная пропускная способность стремится к единице, а другая – зашумленными, пропускная способность которых стремится к нулю.

Полярные коды показали высокую эффективность в каналах связи с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ). В настоящее время полярные коды применяются в системах связи 5G, они также рассматриваются как один из претендентов в качестве помехоустойчивых кодов для систем связи шестого поколения [3].

Учитывая растущие требования к будущим системам 6G, современные коммуникационные технологии должны обеспечивать высокие скорости передачи данных, минимальные задержки и надежность

работы в условиях сложных каналов распространения радиоволн. В системах 6G предполагается обеспечение высокой скорости передачи данных с низкими задержками, что может достигаться применением полярного кодирования, уже показавшего высокую надежность в системах связи 5G в служебных каналах. Полярные коды зарекомендовали себя благодаря простоте построения как алгоритмов кодирования, так и декодирования.

Однако в полярном кодировании сохраняется ряд нерешенных задач. Полярные коды асимптотически достигают пропускной способности при больших длинах, а на практике показывают преимущество над альтернативами при коротких сообщениях (что и обусловило их выбор в 5G для управляющих каналов), но длина кодового слова ограничена величинами вида  $2^n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . В дальнейшем в статье будут рассмотрены подходы к формированию кодов других длин за счет применения новых ядер. Еще одной важной проблемой полярных кодов является низкая эффективность классического метода их построения в условиях многолучевых каналов. Возможные подходы к решению данной проблемы будут рассмотрены в пятом разделе. К проблемам полярных кодов относится высокая вычислительная сложность алгоритмов декодирования. В настоящее время предлагается ряд алгоритмов с комбинированием машинного обучения и полярных кодов на этапе кодирования и декодирования, что значительно снижает их вычислительную сложность.

В ряде обзоров [4–6] полярные коды рассматриваются в контексте современных и перспективных стандартов связи. В отличие от них настоящая работа акцентирует не только применение полярного кодирования в 5G/6G, но и усовершенствованные

методы кодирования и декодирования и их адаптацию к многолучевым каналам. При этом [4] преимущественно посвящена квантовым полярным кодам и почти не затрагивает альтернативные направления. В [5] обсуждаются Polarization Adjusted Convolution, PAC, полярное кодирование с гибридным повторным запросом (Polar Coded Hybrid Automatic Repeat Request, PC-HARQ) и многоуровневое модулированное полярное кодирование (Multi-Level Polar Coded Modulation, MLPCM), но без анализа мультядерных структур и подходов на основе нейросетей; [6] описывает базовое построение полярных кодов в системах пятого поколения (5G New Radio, 5G NR) и демонстрирует зависимости вероятности битовой ошибки (Bit Error-Ratio, BER) от  $E_b/N_0$ , однако не рассматривает новые методы развития и адаптации.

Статья состоит из шести основных разделов. В первом разделе рассматриваются основы полярных кодов, включая принцип поляризации каналов, классический метод их построения.

Второй раздел посвящен основным алгоритмам декодирования. В третьем разделе рассматриваются особенности полярных кодов в системах связи пятого поколения. В четвертом разделе представлены работы, в которых обсуждаются полярные коды с новыми ядрами.

В пятом разделе разбираются алгоритмы полярного кодирования для многолучевых каналов. Шестой раздел посвящен их применению в сетях следующего поколения и обсуждаются будущие направления исследований.

### Построение полярных кодов

В базовой работе Э. Арикана [2] предложена процедура поляризации каналов, при которой из  $N = 2^n$  независимых копий исходного двоичного дискретного канала без памяти (Binary-Input Discrete Memoryless Channel, B-DMC)  $W$  с помощью операций комбинирования и расщепления формируется  $N$  битовых подканалов. На рис. 1 иллюстрируется графическое представление процесса поляризации каналов для двух входных битов.

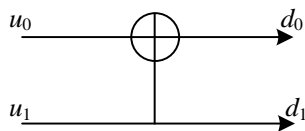


Рис. 1. Процесс элементарной поляризации каналов

Для  $N = 2$  входные биты  $\mathbf{u} = [u_0, u_1]$  преобразуются в выходные символы  $\mathbf{d} = [d_0, d_1]$ ,  $d_0 = u_0 \oplus u_1$ , а  $d_1 = u_1$ .

Процесс поляризации можно представить через генераторную матрицу Арикана  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Сама генераторная матрица зависит от кодового уровня  $n$ , который определяется как

$$n = \log_2(N). \quad (1)$$

Генераторная матрица более высоких порядков чем  $N = 2$ , формируется путем произведения Кронекера (обозначаемое символом  $\otimes$ ).

$$\mathbf{G}^{\otimes n} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{\otimes(n-1)} & \mathbf{O} \\ \mathbf{G}^{\otimes(n-1)} & \mathbf{G}^{\otimes(n-1)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{O}$  – нулевая матрица размером  $(2^{n-1} \times 2^{n-1})$ .

Сам процесс поляризации реализуется через произведение потока данных  $\mathbf{u}$  и генераторной матрицы  $\mathbf{G}$ , как показано далее

$$\mathbf{d} = \mathbf{u}_1^N \mathbf{G}^{\otimes n}. \quad (3)$$

Строки генераторной матрицы  $\mathbf{G}$  имеют разные веса, которые как раз и определяют надежность битовых подканалов. Сам процесс расчета весов можно представить следующим образом

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{v}$  – веса строк генераторной матрицы.

Таким образом по выражению (3) для генераторной матрицы из (4) процесс поляризации имеет вид

$$\mathbf{d} = [d_0, d_1] = [u_0, u_1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = [u_0 \oplus u_1, u_1]. \quad (5)$$

Первый подканал с выходным символом  $d_0$  содержит информацию о двух битах  $u_0$  и  $u_1$ , тогда как второй подканал с выходным символом  $d_1$  несет только бит  $u_1$ . Результат идентичен тому, что был представлен в графическом описании поляризации.

Из рассмотренных представлений поляризации, допустим, что каждый символ  $d_0$  и  $d_1$  передаются через двоичный канал со стираниями с вероятностью стирания  $Z$ . Из рис. 1 и выражения (5) видно, что  $u_0 = d_0 \oplus d_1$ , из этого следует, что  $u_0$  может быть восстановлен в приемнике только тогда, когда оба символа не стерты. Вероятность того, что хотя бы один из  $d_0$  и  $d_1$  будет стерт равна  $Z_{1,0} = 2Z - Z^2 \geq Z$ . Предположим, что на стороне приемника известно значение  $u_0$ , тогда  $u_1 = d_0 \oplus u_0 = d_1$ . Видно, что символ  $u_1$  не может быть восстановлен, если оба символа  $d_0$  и  $d_1$  будут стерты. Вероятность этого равна  $Z_{1,1} = Z^2 \leq Z$ . Из этого следуют, что двоичный канал расщепляется на два подканала, один из которых является более надежным, а второй менее.

В соответствии с (4)–(5), при выполнении полярной трансформации для  $n > 2$ , битовые каналы продолжают расщепляться на более и менее надежные. На рис. 2 представлено распределение подканалов по надежности для  $n = 10$  ( $N = 1024$ ), где значения, приближающиеся к единице, соответствуют более надежным битовым подканалам и наоборот.

По полученным в результате полярного преобразования двоичным каналам передаются биты с разной надежностью. При увеличении значения  $N$  симметричная пропускная способность  $I(W)$  поляризованных каналов стремится к единице для наиболее надежных подканалов и к нулю для наименее помехоустойчивых. Процесс поляризации каналов для  $n$  от 1 до 10 показан на рис. 3.

Полярное кодирование проводится таким образом, что по наиболее надежным поляризованным подканалам передаются информационные биты,

поскольку вероятность их корректной передачи максимально высока.

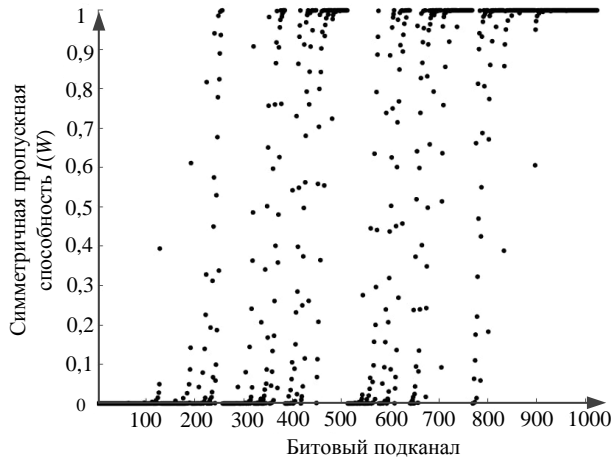


Рис. 2. Распределение битовых подканалов по надежности для  $n = 10$

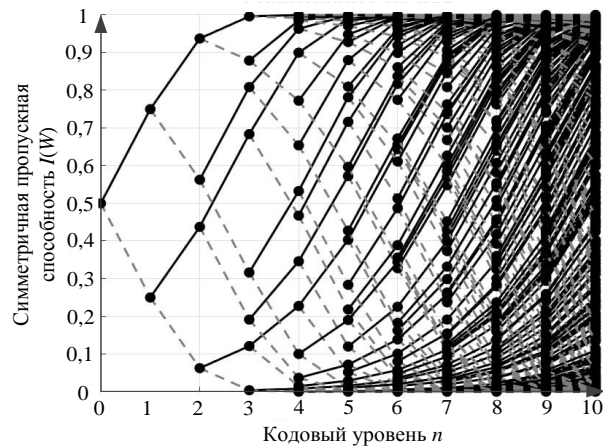


Рис. 3. Процесс поляризации двоичных каналов

В то же время по наименее надежным подканалам передаются заранее известные биты, так называемые «замороженные биты», которые, как правило, фиксируются равными нулю

$$\mathbf{d} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G}_N, u_i = 0, i \in F; u_j = b_k, j \notin F, \quad (4)$$

где  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ ,  $\mathbf{G}_N = \mathbf{G}^{\otimes n}$ ,  $F$  – множество позиций замороженных бит,  $b_k$  – информационные биты,  $k = 1, \dots, K$ .

На рис. 4 представлена схема для кодового слова длины  $N = 4$  и сообщения длины  $K = 2$ .

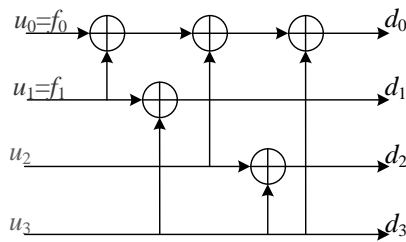


Рис. 4. Полярный кодер для (4, 2)

Из рис. 4 можно видеть, что данные вектора  $\mathbf{d}$  формируются суммой по модулю два из входных данных вектора  $\mathbf{u}$  и итоговое кодовое слово будет иметь

вид  $\mathbf{d} = [u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3, u_1 \oplus u_3, u_2 \oplus u_3, u_3]$ . Однако, учитывая поляризацию каналов и передачу по менее надежным каналам заранее известных бит, биты  $u_0$  и  $u_1$  являются замороженными, и можно обозначить их как  $f_0$  и  $f_1$ . Полярное преобразование для  $N = 4$  можно записать следующим образом:

$$\mathbf{d} = [u_0 \ u_1 \ u_2 \ u_3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [u_0 \oplus u_1 \oplus u_2 \oplus u_3, u_1 \oplus u_3, u_2 \oplus u_3, u_3]. \quad (7)$$

Тогда для кодера ( $N = 4, K = 2$ ) кодирование будет иметь вид:

$$\mathbf{d} = [f_0 \ f_1 \ u_2 \ u_3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [f_0 \oplus f_1 \oplus u_2 \oplus u_3, f_1 \oplus u_3, u_2 \oplus u_3, u_3]. \quad (8)$$

Таким образом, даже при утрате  $d_0$  и  $d_1$  информация о битах  $f_0$  и  $f_1$  будет заранее известна на стороне приемника, и дальнейшее декодирование может корректно восстановить полученные данные.

**Алгоритмы декодирования полярных кодов**

Существуют разные методы декодирования полярных кодов, но большинство из них строятся на основе алгоритма последовательного исключения SC [7]. В качестве входных данных в алгоритмах полярного декодирования выступают мягкие оценки принятых символов: логарифмическое отношение правдоподобия (Log-Likelihood Ratio, LLR):

$$L_i = \lg \frac{\Pr(r_i | d_i = 0)}{\Pr(r_i | d_i = 1)}, \quad (9)$$

где  $\Pr(r_i | d_i)$  – условная вероятность появления определенного бита,  $d_i$  – переданный бит,  $r_i$  – принятые значения символа,  $i = 1, \dots, N$ .

Как кодирование, так и декодирование SC удобно изображать на графе (рис. 5). На рис. 5, а – схема кодера для  $N = 2$ ; на рис. 5, б – обратный процесс: декодер SC для  $N = 2$ .

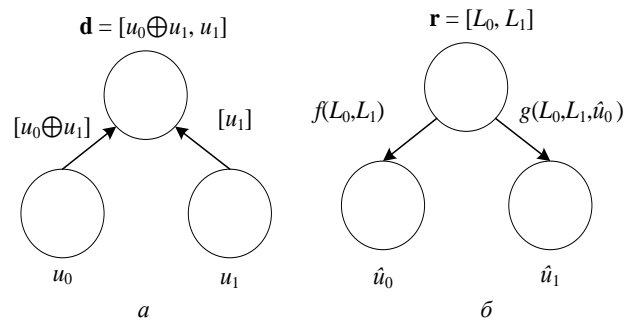


Рис. 5. Граф кодера – а и декодера – б для  $N = 2$

На рис. 5, а по левому пути учитываются оба бита  $u_0$  и  $u_1$ , в то время как по правому – только  $u_1$ . Результат аналогичен тому, что был рассмотрен на рис. 1, и рассчитан по формуле (5).

На рис. 5, б декодирование выполняется с использованием двух элементарных операций над  $L$ , по левому пути  $f$  и правому пути  $g$  для каждой промежуточной вершины.

Оценка по левому пути определяется функцией минимальной суммы

$$f(a,b) = \text{sign}(a) \cdot \text{sign}(b) \cdot \min(|a|, |b|), \quad (10)$$

где  $\text{sign}(\cdot)$  – оператор получения знака числа,  $\min(\cdot)$  – функция минимума,  $a$  – первое значение LLR,  $b$  – второе значение LLR.

Оценка по правому пути определяется следующим выражением.

$$g(a,b,\hat{u}) = b + (1 - 2\hat{u}) \cdot a, \quad (11)$$

где  $a$  – первое значение LLR,  $b$  – второе значение LLR,  $\hat{u}$  – оцененный бит из левого пути.

На рис. 6 показан граф SC-декодера для  $N = 4$ . Номера ребер графа отражают порядок вычислений: сначала полностью обходится левый путь (получаем ранние решения  $\hat{u}_i$ ), затем – правый, уже используя эти решения (правые узлы  $g$  зависят от  $\hat{u}_i$  слева).

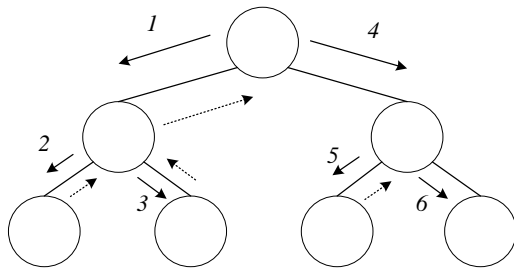


Рис. 6. Граф декодера для  $N = 4$

Однако, несмотря на простоту алгоритма SC, он является менее надежным по сравнению с другими алгоритмами декодирования, так как рассматривается единственный путь декодирования.

Опираясь на эту проблему, метод SC был модифицирован и на его основе был разработан алгоритм последовательного исключения со списком (Successive Cancellation List, SCL) [8]. Суть данного алгоритма заключается в формировании списка декодированных сообщений, полученные результаты сравниваются со значением циклического избыточного кода (Cyclic Redundancy Check, CRC), добавленного в передатчике. Из сформированного списка выбирается то сообщение, которое дает наименьшее значение метрики пути (Path-Metric, PM). Алгоритм SCL является более надежным по сравнению с обычным SC, но обладает более высокой вычислительной сложностью из-за повторного пересчета и формирования списка кодовых слов.

Еще один метод декодирования, основанный на SC, это метод стекового последовательного исключения (Successive Cancellation Stack, SCS) [9]. Суть декодирования заключается в формировании группы кодовых слов, как и в SCL, однако верный путь декодирования определяется на каждом уровне в отличие от алгоритмов SC и SCL, где путь декодирования проходил последовательно от верхней точки кодового дерева до нижней.

В таблице приведена вычислительная сложность по времени и по памяти для трех рассмотренных алгоритмов декодирования, где  $L$  – количество метрик;  $D$  – размер стека [2, 9, 10].

Вычислительная сложность алгоритмов декодирования

Алгоритм декодирования	Сложность по времени	Сложность по памяти
SC	$O(N \cdot \log(N))$	$O(N)$
SCL	$O(LN \cdot \log(N))$	$O(LN)$
SCS	$O(DN \cdot \log(N))$	$O(DN)$

Таким образом, вычислительная сложность алгоритма SC является наименьшей, но в то же время алгоритмы SCL и SCS являются более эффективными [9, 10].

За последние годы алгоритмы декодирования значительно усовершенствовались. В частности, для стандарта 5G в 2024 г. был предложен алгоритм параллельного декодирования для агрегированного построения полярных кодов [11].

В работе [12] представлен алгоритм с мягкими решениями декодирования (Soft-Output List, SOL), декодер, который обрабатывает обе гипотезы (0 и 1) для ненадежных битов и сохраняет априорные вероятности для надежных, что обеспечивает мягкий вывод при сохранении высокой корректирующей способности. Благодаря использованию свойств специальных узлов, FastSOL-декодер способен сразу выдавать мягкие сообщения от этих узлов, что значительно ускоряет процесс декодирования [12].

Еще один метод, являющийся улучшенной версией декодера методом распространения доверия (Belief Propagation, BP), это декодер методом распространения доверия со списком (BP List, BPL). Он расширяет область поиска кандидатов на кодовое слово за счет использования нескольких переставленных факторных графов (Permuted Factor Graphs, PFG), что значительно повышает эффективность декодирования в связи с тем, что обычный алгоритм декодирования BP имеет ограниченную способность к исправлению ошибок по сравнению с SCL-декодером. Чтобы улучшить производительность, применяется декодирование по нескольким PFG, что расширяет множество возможных решений и повышает вероятность успешного декодирования [13].

### Применение полярных кодов в современных системах связи

Полярные коды нашли свое применение в системах связи 5G, а именно в каналах управления [14]. Для восходящего (Uplink, UL) и нисходящего (Downlink, DL) канала используются разные схемы кодера; соответствующие блок-диаграммы приведены на рис. 7 [15].

Блок сегментации проводит разделение потока данных на два независимых, которые передаются параллельно. Каждый сегментированный поток данных кодируется в отдельное кодовое слово. Этот процесс проводится при большом размере кодового блока.

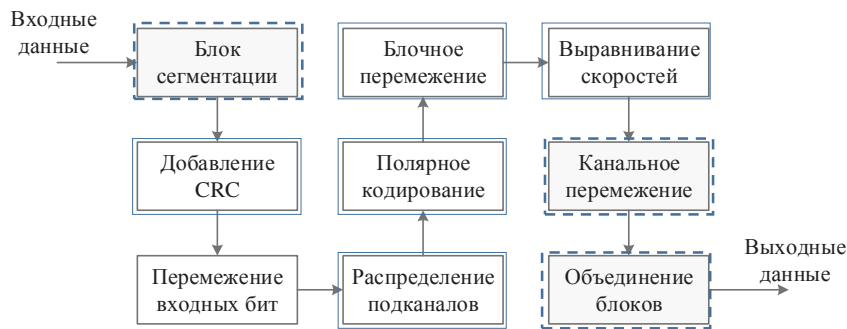


Рис. 7. Схема полярного кодирования для 5G NR, где блоки обозначены: пунктиром – для UL, одной линией – для DL и двойной линией – для обоих каналов

В блоке «Добавление CRC» проводится добавление к потоку данных циклического избыточного кода CRC. Предлагаемые полиномы CRC для полярных кодов в стандарте 5G следующие: CRC-6, CRC-11 и CRC-24b [14]. Применение алгоритма декодирования SCL совместно с CRC показало большую эффективность по сравнению с базовым алгоритмом декодирования SC [10, 16].

Блок перемежения выполняет перестановку входных бит согласно определенному паттерну, заданному 3GPP [14]. Процесс перемежения проводится в нисходящем канале DL.

Блок распределения подканалов включает в себя три основных этапа:

1. Определение позиций замороженных бит, которые отвечают за менее надежные битовые подканалы. Это проводится для расстановки на данные позиции заранее известных бит.

2. Определение позиций вспомогательных проверочных бит четности (Parity Check, PC). Биты проверки на четность в отличие от CRC вводятся прямо в структуру кода и участвуют при кодировании. Они помогают повысить точность алгоритма декодирования. Допустим, при близких значениях вероятности декодирования двух путей биты проверки на четность помогают определить верный путь декодирования из двух.

3. Добавление к потоку данных вспомогательных бит проверки на четность.

Рассматриваемый блок формирует вектор данных  $\mathbf{u}$ , который содержит в себе информационные биты, замороженные и вспомогательные, блок расширяет размерность вектора данных до требуемой длины  $N$ .

Блок полярного кодирования осуществляет перемножение сформированного вектора данных  $\mathbf{u}$  с генераторной матрицей  $\mathbf{G}$  по формуле (5), блок работает в соответствии с принципами, описанными в первом разделе обзора.

Блочное перемежение заключается в разделении кодового слова  $\mathbf{d}$  на 32 сабблока длиной  $B = N/32$  бит. Перестановка сабблоков проводится согласно заданному в стандарте паттерну [14].

Согласование скоростей проводится для приведения передаваемого блока данных в соответствии с доступными ресурсами системы. Также согласование скоростей позволяет подстроить размер передаваемых

данных под параметры канала передачи, чтобы повысить помехоустойчивость для определенных значений отношения сигнал/шум (ОСШ). Есть три варианта согласования скоростей:

1. Puncturing: когда размер кодового слова  $N$  превышает размер передаваемого блока  $E$  и первые биты  $U = N - E$  не передаются.

2. Shortening: когда размер кодового слова  $N$  превышает размер передаваемого блока  $E$  и последние  $U = N - E$  не передаются.

3. Repetition: когда размер передаваемого блока  $E$  превышает размер кодового слова  $N$ , тогда проводится повторная передача первых  $U = N - E$  бит.

Канальное перемежение проводится в восходящих каналах связи UL, оно применяется для высоких индексов модуляции, это связано с тем, что разные позиции бит в символе модуляции имеют разную устойчивость к шуму.

Треугольное перемежение, которое используется в блоке канального перемежения, позволяет равномерно распределить наименее и наиболее надежные биты по символам модуляции [15].

Если в начале кодирования была проведена сегментация, то на выходе кодера производится объединение двух параллельных потоков в один, который уже поступает на модулятор.

В работах [17, 18] представлены результаты моделирования применения полярных кодов в соответствии со стандартом 5G для различных типов каналов, а также сравнительный анализ эффективности кодов с малой плотностью проверок на четность (Low-Density Parity-Check, LDPC) и полярного кодирования при различных длинах кодовых слов. В частности, рассмотрены зависимости спектральной эффективности и BER от уровня ОСШ при варьировании длины кодового слова, используемых схем декодирования и размера списка для алгоритма SCL-декодирования.

Полученные данные показывают, что полярные коды при коротких длинах информационных блоков демонстрируют более высокую эффективность по сравнению как с некодированными системами, так и с системами, использующими LDPC-коды. Эти результаты подтверждают целесообразность и преимущество использования полярных кодов в управляющих каналах систем связи пятого и следующих поколений.

**Развитие полярных кодов с применением новых ядер**

Одной из важных проблем в полярном кодировании является ограничение размера передаваемого кодового слова, т.е. при применении исходной генераторной матрицы Арикана (1) кодовое слово может иметь размер  $N = 2^n$ , где  $n = \log_2 N$ . Это связано с фиксированным размером генераторной матрицы или ядра, участвующего в формировании кодового слова.

В ряде статей приводятся алгоритмы кодирования и декодирования с применением ядер разных размеров, называемых мультиядрами. Так, в статье [19] предлагается комбинирование генераторных матриц для формирования кодовых слов разных размеров, не равных  $2^n$ .

Например, для формирования кодового слова размером  $N = 6$  можно применить комбинирование матрицы Арикана с новой генераторной матрицей

$$\mathbf{T}_3 \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

В этом случае общая генераторная

матрица имеет вид  $\mathbf{G}_6 = \mathbf{T}_2 \otimes \mathbf{T}_3$ , а графически процесс кодирования можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 8.

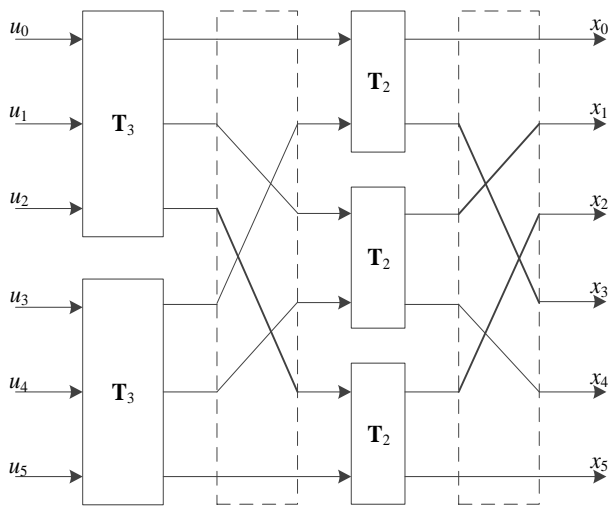


Рис. 8. Процесс полярного кодирования с генераторной матрицей  $\mathbf{G}_6 = \mathbf{T}_2 \otimes \mathbf{T}_3$

В статье [20] рассматривается комбинирование ядер произвольного порядка, их формирование и построение кодов на их основе.

Результаты, приведенные в рассмотренных работах, показывают, что применение комбинирования ядер позволяет повысить эффективность кодирования. Комбинирование ядер позволяет формировать кодовые слова разных размеров, что дает большую гибкость в построении кодов и исключает ограничение в размере кодового слова  $N = 2^n$ .

Еще одной проблемой, связанной с классическим подходом к полярному кодированию, является неполная поляризация каналов, вызванная конечной длиной блока, что приводит к неидеальной произво-

дительности полярных кодов с короткой и средней длиной блоков [21, 22].

В практических реализациях алгоритм SCL-кодирования является наиболее предпочтительным, поскольку увеличение параметра  $L$  улучшает корректирующую способность декодера. Однако при больших значениях  $L$  возрастает задержка декодирования. Поэтому для эффективной реализации SCL-декодирования необходимо удерживать  $L$  на умеренном уровне, что требует повышения исправляющей способности SC-декодера при заданной длине блока  $N$ . Это, в свою очередь, делает критически важным увеличение скорости поляризации.

Для дальнейшего улучшения характеристик можно применять ядра с более высокими экспонентами. В частности, доказано, что среди различных вариантов ядра Рида–Соломона являются оптимальными для полярных кодов [23].

По этой причине предлагается метод построения полярных кодов на основе генераторной матрицы Рида–Соломона (РС). Так, в статье [24] приводятся результаты, которые показывают большую эффективность при использовании четырехмерных ядер РС по сравнению с классическим бинарным ядром Арикана. В [25] приводится алгоритм на основе таблицы поиска с ядром РС, результаты показывают снижение сложности кодирования. В [26] приведен алгоритм с использованием «динамического замороженного символа», что приводит к уменьшению сложности декодирования.

Статья [27] посвящена изучению характеристики поляризации каналов полярных кодов с использованием ядер РС. В работе рассматривается взаимосвязь между индексом подканала и его надежностью. Сначала представляется частичный порядок (Partial Orders, POs) для полярных кодов с ядром РС. Из полученных POs предлагается метод построения с частичным расстоянием на основе поляризационного веса (Partial Distance-based Polarization Weight, PDPW), который обладает меньшей сложностью при сохранении гарантированной производительности.

В работе [28] приводится новый алгоритм небинарного полярного кодирования, отличный от подхода с использованием матрицы РС. В указанной статье предлагается новая небинарная матрица  $2 \times 2$   $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \beta & 1 \end{bmatrix}$ , где  $\beta \neq 0$  и выступает в качестве множителя, значение которого может изменяться для каждой операции Кронекера.

Основной проблемой всех алгоритмов, использующих мультиядерный подход, является увеличение вычислительной сложности декодирования. Это выдвигает перед исследователями новую задачу, разработку эффективных алгоритмов декодирования, совместимых с мультиядерными схемами кодирования. Такие алгоритмы должны обеспечивать повышение общей эффективности системы по сравнению с классическим подходом на основе матрицы Арикана, при этом сохраняя приемлемый уровень вычислительной сложности декодирования.

На данный момент существует ряд работ, предлагающих схемы декодирования полярных кодов для мультитядер. Так, в работе [29] представлен первый алгоритм декодирования для полярных кодов с мульти-ядрами, показаны исправляющие способности и скорость передачи данных. Авторами в [30] представлен улучшенный алгоритм быстрого упрощенного последовательного исключения (Fast Simplified Successive Cancellation, Fast-SSC), который показывает увеличение пропускной способности и уменьшение задержки декодирования с минимальными потерями корректирующей способности. В [31], посвященной алгоритму Fast-SSC, предложен алгоритм декодирования для мультитядер (Multi Kernel Fast-SSC, МК Fast-SSC), который сокращает задержку по сравнению с алгоритмом Fast-SSC в два раза. В работе [32] представлен алгоритм комбинированного SC декодера для мультитядер полярного кода, в данной работе приведены сравнительные результаты других алгоритмов декодирования с мультитядрами, этот алгоритм имеет наибольшую скорость передачи данных по сравнению с остальными.

#### **Методы адаптации полярных кодов к состоянию канала связи**

Полярные коды демонстрируют высокую эффективность в каналах с АБГШ, однако исследования показали, что применение классических полярных кодов для многолучевых каналов дает менее удовлетворительные результаты. Вследствие этого встала задача разработать метод полярного кодирования для многолучевых каналов, таких как каналы Рэлея, Райса и Накагами. Далее приведен ряд работ, демонстрирующий методы адаптации полярных кодов для этих каналов.

В своей работе П.В. Трифонов впервые представил итеративный алгоритм для вычисления порядков разнесения и дисперсии шума в поляризованных каналах для канала с быстрым Рэлеевским затуханием [33]. В рассматриваемом методе предлагается использование динамических замороженных битов. Они формируются исходя из канальной матрицы  $\mathbf{H}$ . Этот алгоритм предлагается для каналов с Рэлеевским затуханием, так как стандартная конструкция полярных кодов показывает низкую эффективность. Приведенные результаты показывают, что этот алгоритм обеспечивает выигрыш около 0,8 дБ по сравнению с LDPC-кодами.

Чжоу и Ниу с соавт. в работе [34] рассмотрели два метода формирования эквивалентных каналов (Binary Input Additive White Gaussian Noise Channel, BIAWGNC) для применения алгоритма гауссовской аппроксимации (ГА) в канале Рэлея.

Первый метод заключается в формировании BIAWGNC с точки зрения средней взаимной информации (Average Mutual Information, AMI). Вначале доказывается, что AMI монотонно убывает с увеличением дисперсии шума. Далее разрабатывается метод бисекции для нахождения дисперсии шума эквивалентного канала. После всех операций можно применять метод ГА для построения полярных кодов, этот метод получил название AMI Equivalence, AMIE.

Второй метод – это эквивалентность дивергенции Кульбака–Лейблера KLDE, он представляет аналитические выражения для дисперсии шума в BIAWGNC на основе дивергенции Кульбака–Лейблера (КЛД), для того чтобы снизить вычислительную сложность. Из-за того, что КЛД асимметрична, вводится коэффициент коррекции для учета результата из первого метода.

Ниу и Ли в работе [35] рассмотрели построение полярных кодов в различных каналах с быстрыми затуханиями, такие как каналы Райса, Рэлея и Накагами. Подход, приведенный в статье, опирается на расчет полярного спектра, который представляет собой набор весов Хэмминга. Из полученного полярного спектра формируется граница уровня ошибок. Устанавливается связь между вероятностью ошибок и параметрами канала с замиранием.

В статье предложены два метода построения метрик для полярного кода: логарифмическая верхняя граница веса LUW, которая представляет собой логарифмическую версию верхней границы вероятности ошибки поляризации канала, и минимальная логарифмическая верхняя граница веса M-LUW, которая учитывает только минимальный вес.

В работах [35, 37] был предложен метод адаптации полярных кодов к каналу Рэлея совместно с технологией NOMA и OFDM. Метод заключается в распределении битовых и физических подканалов по надежности, в результате чего наименее надежный битовый подканал передается по наиболее надежному физическому подканалу и наоборот.

#### **Полярные коды в системах связи следующего поколения**

В системах связи шестого поколения основными претендентами на роль помехоустойчивых кодов выступают LDPC и полярные коды. Развитие полярных кодов в 6G связано с необходимостью удовлетворения строгих требований к сверхвысокой надежности передачи, эффективному использованию спектра и увеличению пропускной способности. Предполагаемые требования к системам связи шестого поколения представлены в статьях [38–40].

В связи с требованиями, предъявляемыми к системам связи следующего поколения, в частности, к снижению вычислительной сложности и задержек при передаче и обработке данных, перед исследователями и разработчиками возникает задача создания более эффективных алгоритмов кодирования и декодирования. В этом контексте необходимы алгоритмы с оптимизированной структурой и сниженной сложностью, позволяющие реализовывать обработку в реальном времени даже на устройствах с ограниченными ресурсами.

Далее представлены исследования и разработки, направленные на решение этих задач, которые имеют важное значение для построения помехоустойчивых кодеров и декодеров в системах связи шестого поколения.

В 2019 г. Ариканом было предложено использовать одномерное сверточное преобразование (One-To-One Convolution Transform) в качестве прекодиру-

ющего шага перед полярным преобразованием. Такой каскадный подход к кодированию получил название PAC-коды [41]. Данный вид кодирования рассматривается как перспективный кандидат в качестве алгоритма полярного кодирования в стандарте 6G [42]. Хотя алгоритм PAC является относительно новым методом, есть ряд работ, посвященных модернизации этого метода, например алгоритм *revers PAC*-кодов, который позволяет преодолеть ограничения прямого прекодирования [43, 44].

Также существует ряд работ, посвященных декодированию полярных кодов с PAC-алгоритмом, например, в работах [45, 46] предлагается метод SCL декодирования для PAC-кодов, в работе [47] предлагается декодер BP совместно с PAC-кодером. Существует еще множество работ, посвященных PAC-кодированию и его адаптации, что показывает важность и перспективность данного алгоритма кодирования.

Еще один алгоритм кодирования, который предполагается в системах связи 6G, это алгоритм (Generalized LDPC Polar-Like, GLDPC-PC) [48]. Он подразумевает внедрения процедуры полярного кодирования в алгоритм кодирования LDPC. В качестве компонентных кодов как раз и выступают полярные коды, т.е. он отвечает за каждый (Check Node, CN) и накладывает ограничения на связанные с ним биты. Каждый CN должен проверять, что связанная подгруппа битов образует допустимое кодовое слово полярного кода. Результаты, приведенные в работе, показывают лучший результат по сравнению с алгоритмами кодирования, применяемыми в системах связи 5G, в области сверхнизкого уровня насыщения вероятности ошибок (Ultra-Low Error Floor). Однако еще остается ряд нерешенных задач и вопросов по практической реализации данного алгоритма.

В работе [49] предложено совместное использование полярного кодирования и иерархической квадратурной амплитудной модуляции (Hierarchical Quadrature Amplitude Modulation, HQAM). Основная идея метода заключается в анализе структуры кодового слова полярного кода и разделении битов по количеству информационных символов, участвующих в их формировании. На основе этого критерия биты распределяются на группы с высоким приоритетом (High Priority, HP) и низким приоритетом (Low Priority, LP). Приоритетность при передаче обеспечивается за счет неравномерного расстояния между точками созвездия HQAM: биты HP располагаются в более защищенных позициях, а биты LP – в менее защищенных. Это приводит к неравномерной защите бит, что снижает ошибки и позволяет сохранять на одном уровне вероятность блочной ошибки (Block Error Ratio, BLER) при меньших  $E_b/N_0$ .

В сетях следующего поколения планируется применение нейронных сетей для увеличения эффективности и уменьшения вычислительной сложности алгоритмов декодирования. Учитывая тот факт, что самым оптимальным алгоритмом декодирования полярных кодов является SCL алгоритм, большинство

работ нацелено на адаптацию нейронных сетей под данный тип декодирования. Так, в работах [50, 51] предлагается проектирование полярных кодов с использованием генетического алгоритма и метода обучения с подкреплением (Reinforcement Learning, RL) для SCL декодеров. В качестве критерия оценки выступает значение ОСШ, при котором достигается заданное значение вероятности блочной ошибки.

Работа в схожем направлении с RL-обучением [52], в которой в качестве оценки выступает немедленное отрицательное вознаграждение или штраф, если выбранное действие приводит к ошибке кадра при идеальном SCL-декодировании.

В статье [53] представлен аналог RL-методу. Метод заключается в обучении предсказывать значения BLER для SCL-декодера по вектору замороженных бит, затем по полученным значениям выбирается код с наименьшим BLER.

Еще один метод построения полярного декодера с помощью нейронных сетей представлен в работе [54]. В ней предлагается построение полярных кодов на основе графовых нейронных сетей (Graph Neural Networks, GNN). Суть метода заключается в отображении полярного кода в особый гетерогенный граф (Polar Code Construction Message-Passing, PCCMP), затем проводится итеративный алгоритм передачи данных на основе GNN, для того чтобы обнаружить граф, соответствующий полярному коду с минимальным BLER.

#### Заключение

После анализа всех предыдущих методов было рассмотрено построение полярных кодов и основных алгоритмов декодирования, таких как SC, SCL и SCS. Были представлены усовершенствованные алгоритмы декодирования, показывающие большую эффективность по сравнению с базовыми алгоритмами.

Кратко описано построение полярных кодов по стандарту 5G NR. Кратко описаны основные этапы кодирования для нисходящей и восходящей линии связи, приведены схема для этих линий и структурная схема со всеми блоками для двух линий связи.

Представлено построение полярных кодов с мультиядрами, а именно с комбинированием ядер разных размеров, которые позволяют динамически менять размер кодового слова в зависимости от комбинации ядер разных размеров. Рассмотрены работы с использованием в качестве ядра матрицы Рида–Соломона, которые позволяют динамически менять размер кодового слова и расстановку замороженных бит. Все алгоритмы с мультиядрами имеют общую проблему: это повышение вычислительной сложности, за счет расширения ядер, в связи с этим был представлен ряд работ с алгоритмами декодирования, взаимодействующими с этими ядрами, которые позволяют уменьшить вычислительную сложность с сохранением приемлемой помехоустойчивости.

Рассмотрен ряд работ, посвященных адаптации полярных кодов к многолучевым каналам передачи. Результаты в представленных работах демонстрируют повышение исправляющей способности поляр-

ных кодов в данных каналах, однако результаты моделирования представлены в двоичных каналах.

Представлены разработки, которые предполагается использовать в стандарте следующего поколения. К ним относятся различные модификации алгоритма PCC-кодов, комбинирование подходов LDPC и полярного кодирования и применения полярного декодирования совместно с машинным обучением для уменьшения вычислительной сложности и повышения эффективности декодирования.

Полярные коды уже показали свою эффективность благодаря своим свойствам, которые позволяют достичь предела Шеннона. Также в системах связи пятого поколения в каналах контроля информации благодаря высокой эффективности при передаче блоков короткой длины по сравнению с LDPC и турбокодами.

Простота построения полярных кодов, возможность приблизиться к пределу Шеннона выдвигают их в качестве основного претендента на роль канального кода в системах связи следующего поколения. Ведутся работы по расширению размера передаваемых кодовых слов для удовлетворения по скорости и объему передачи данных, таких, чтобы они соответствовали требованиям систем следующего поколения. Также ведутся разработки в области декодирования, чтобы уменьшить время вычисления, для сокращения задержек, что является важным в системах связи следующего поколения. Немаловажной задачей является изучение методов адаптации полярных кодов в условиях сложных каналов распространения радиоволн, поскольку ожидается кратный рост числа подключаемых устройств по сравнению с предыдущим поколением связи.

Все перечисленные выше факторы доказывают актуальность и высокую значимость дальнейших исследований в области полярных кодов как с теоретической, так и с практической точки зрения. Сегодня, в условиях стремительного развития цифровых технологий и перехода к системам связи нового поколения, требования к пропускной способности, надежности и устойчивости каналов связи возрастают многократно. Полярные коды, обладая способностью приближаться к пределу Шеннона и демонстрируя высокую эффективность при передаче блоков короткой длины, становятся ключевым инструментом для обеспечения устойчивой связи в условиях высокой плотности подключений и сложных радиочастотных условий.

Сопоставляя полярные коды с альтернативами, отметим следующее. При коротких и средних длинах блоков, типичных для управляющих каналов (Ultra-Reliable Low-Latency Communications, URLLC), полярные коды с CRC-SCL и SCS обычно обеспечивают более низкие BER и BLER и устойчивую работу при ограничениях по задержке, тогда как при больших длинах и требованиях к экстремально высокой пропускной способности лучшим вариантом остаются LDPC. Турбокоды на средних длинах сохраняют конкурентоспособность, но уступают по аппаратной простоте и демонстрируют выраженные области насыщения вероятности ошибки. Уникальными силь-

ными сторонами полярных кодов являются простота построения кодера и декодера, иерархическая структура подканалов, позволяющая распределять информационные и замороженные биты по степени их надёжности для повышения помехоустойчивости системы, а также удобство адаптивного выбора информационных позиций (включая Shortening, Puncturing в механизме согласования скоростей).

Современные направления исследований охватывают широкий спектр задач: от модификации ядер для увеличения длины кодовых слов и повышения спектральной эффективности до разработки адаптивных схем кодирования, способных оптимально работать в условиях многолучевого распространения, быстрого замирания сигнала и высокой корреляции каналов.

Особое внимание уделяется интеграции полярных кодов с методами машинного обучения, что открывает возможности для динамического выбора структуры кода и параметров декодирования в реальном времени, минимизируя вычислительные затраты и задержки.

Кроме того, важными направлениями будущих исследований являются: устойчивость конструкций в нестационарных многолучевых каналах, снижение вычислительной сложности спискового декодирования без потери качества, совместная оптимизация с HARQ, MIMO и реализация при жёстких ограничениях по энергии и задержке.

Ещё одной актуальной задачей, обладающей высоким научным потенциалом, является адаптивное построение полярных кодов для многолучевых каналов и совместная оптимизация кодирования и модуляции на основе надёжности битовых подканалов и вероятностных свойств символов модуляции, что позволяет повысить помехоустойчивость системы.

В условиях развития 5G и будущих систем 6G, где ожидается резкий рост количества IoT-устройств, беспилотных систем и приложений с критическими требованиями к задержке URLLC, полярные коды становятся одним из наиболее перспективных кандидатов на роль универсального канального кода. Их гибкость и возможность аппаратной оптимизации позволяют обеспечить баланс между высокой скоростью передачи, помехоустойчивостью и эффективностью использования ресурсов, что делает их незаменимыми в современной и будущей инфраструктуре связи.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00172, <https://rscf.ru/project/24-29-00172/>.

#### *Литература*

1. Arian E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes // IEEE Communications Letters. – 2008. – Vol. 12, No. 6. – P. 447–449.
2. Arian E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels // IEEE Transactions on information Theory. – 2009. – Vol. 55, No. 7. – P. 3051–3073.
3. Joint source-channel coding for 6G communications / Y. Dong, J. Dai, K. Niu, S. Wang, Y. Yuan // China Communications. – 2022. – Vol. 19, No. 3. – P. 101–115.

4. Kasi S. A quantum annealer-enabled decoder and hardware topology for nextg wireless polar codes / S. Kasi, J. Kaewell, K. Jamieson // *IEEE Transactions on Wireless Communications*. – 2023. – Vol. 23, No. 4. – P. 3780–3794.
5. A golden decade of polar codes: From basic principle to 5G applications / K. Niu, P. Zhang, J. Dai, Zh. Si, Ch. Dong // *China Communications*. – 2023. – Vol. 20, No. 2. – P. 94–121.
6. Kumar N. A review of channel coding schemes in the 5G standard / N. Kumar, D. Kedia, G. Purohit // *Telecommunication Systems*. – 2023. – Vol. 83, No. 4. – P. 423–448.
7. Pedarsani R. Polar Codes: Construction and Performance Analysis. // *Swiss Federal Institute of Technology (EPFL)*. – 2011. – P. 48.
8. Chen K. List successive cancellation decoding of polar codes / K. Chen, K. Niu, J.R. Lin // *Electron. Lett.* – 2012. – Vol. 48, No. 9. – P. 500–501.
9. Niu K. Stack decoding of polar codes / K. Niu, K. Chen // *Electronics letters*. – 2012. – Vol. 48, No. 12. – P. 695–697.
10. Tal I. List Decoding of Polar Codes / I. Tal, A. Vardy // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2015. – Vol. 61, No. 5. – P. 2213–2226.
11. Fast iterative soft-output list decoding of polar codes / Y. Shen, W. Zhou, Y. Huang, Z. Zhang, X. You, Ch. Zhang // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2022. – Vol. 70. – P. 1361–1376.
12. Fast decoding of polar codes for digital broadcasting services in 5G / H. Sun, E. Viterbo, B. Dai, R. Liu // *IEEE Transactions on Broadcasting*. – 2024. – Vol. 70, No. 2. – P. 731–738.
13. High-throughput and flexible belief propagation list decoder for polar codes / Y. Ren, Y. Shen, L. Zhang, A.T. Kristensen, A. Balatsoukas-Stimming, E. Boutillon, A. Burg, Ch. Zhang // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2024. – Vol. 72. – P. 1158–1174.
14. 3GPP TS 38.212 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Multiplexing and channel coding (Release 16) V16.0.0 (2019-12) [Электронный ресурс]. – URL: <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=3214> (дата обращения: 13.05.2025).
15. Bioglio V. Design of polar codes in 5G new radio / V. Bioglio, C. Condo, I. Land // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. – 2020. – Vol. 23, No. 1. – P. 29–40.
16. Niu K. CRC-aided decoding of polar codes / K. Niu, K. Chen // *IEEE Communications Letters*. – 2012. – Vol. 16, No. 10. – P. 1668–1671.
17. Ali M.H. Performance Evaluation of 5G New Radio Polar Code over Different Multipath Fading Channel Models / M.H. Ali, G.A. Al-Rubaye. // *International Journal of Intelligent Engineering & Systems*. – 2024. – Vol. 17, No. 2.
18. Sharma A. Polar code: The channel code contender for 5G scenarios / A. Sharma, M. Salim // *2017 International conference on computer communications and electronics (Comptelix)*. IEEE. – Jaipur, India. – 2017. – P. 676–682.
19. Minimum-distance based construction of multi-kernel polar codes / V. Bioglio, F. Gabry, I. Land, J. Belfiore // *GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference IEEE*. – Singapore, 2017. – P. 1–6.
20. Multi-kernel polar codes: Concept and design principles / V. Bioglio, F. Gabry, I. Land, J. Belfiore // *IEEE Transactions on Communications*. – 2020. – Vol. 68, No. 9. – P. 5350–5362.
21. Hassani S. H. Finite-length scaling for polar codes / S.H. Hassani, K. Alishahi, R.L. Urbanke // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2014. – Vol. 60, No. 10. – P. 5875–5898.
22. Guruswami V. Polar codes: Speed of polarization and polynomial gap to capacity / V. Guruswami, P. Xia // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2014. – Vol. 61, No. 1. – P. 3–16.
23. Mori R. Non-binary polar codes using reed-solomon codes and algebraic geometry codes / R. Mori, T. Tanaka // *Proc. IEEE ITW*. – Cairo, Egypt, 2010. – P. 1–5.
24. Mori R. Channel polarization on q-ary discrete memoryless channels by arbitrary kernels / R. Mori, T. Tanaka // in *Proc. IEEE ISIT*. – Austin, TX, USA, 2010. – P. 894–898.
25. Encoder and list decoder of Reed-Solomon kernel based polar codes / N. Cheng, R. Zhang, Y. Ge, W. Shi, Q. Zhang, X. Shen // *Proc. IEEE WCSP*. – Yangzhou, China, 2016. – P. 1–6.
26. Trifonov P. Binary successive cancellation decoding of polar codes with Reed-Solomon kernel // *Proc. IEEE ISIT*. – Honolulu, HI, USA. – 2014.
27. Zhao J. An Efficient Construction Method Based on Partial Distance of Polar Codes with Reed-Solomon Kernel / J. Zhao, W. Zhang, Y. Liu // *IEEE Transactions on Communications*. – 2024.
28. A multi-kernel multicore polar decoder architecture / G. Coppolino, C. Condo, G. Masera, W. J. Gross // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*. – 2018. – Vol. 65, No. 12. – P. 4413–4422.
29. Fast Low-Complexity Decoders for Low-Rate Polar Codes / P. Giard, A. Balatsoukas-Stimming, G. Sarkis, C. Thibeault, W.J. Gross // *Journal of Signal Processing Systems*. – 2018. – Vol. 90, No. 5. – P. 675–685.
30. Rezaei H. Low-latency multi-kernel polar decoders / H. Rezaei, N. Rajatheva, M. Latva-Aho // *IEEE Access*. – 2022. – Vol. 10. – P. 119460–119474.
31. Chen P. Nonbinary polar coding with low decoding latency and complexity / P. Chen, B. Bai, X. Ma // *Journal of Information and Intelligence*. – 2023. – Vol. 1, No. 1. – P. 36–53.
32. Rezaei H. High-throughput rate-flexible combinational decoders for multi-kernel polar codes / H. Rezaei, N. Rajatheva, M. Latva-Aho // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*. – 2023.
33. Trifonov P. Design of polar codes for rayleigh fading channel. *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. IEEE. – Brussels, Belgium, 2015. – P. 331–335.
34. Zhou D. Construction of polar codes in rayleigh fading channel / D. Zhou, K. Niu, C. Dong // *IEEE Communications Letters*. – 2019. – Vol. 23, No. 3. – P. 402–405.
35. Niu K. Polar codes for fast fading channel: Design based on polar spectrum / K. Niu, Y. Li // *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. – 2020. – Vol. 69, No. 9. – P. 10103–10114.
36. Adaptation of signal with NOMA and to the Rayleigh channel / D. Pokamestov, Y. Kryukov, E. Rogozhnikov, G. Shalin, A. Shinkevich, S. Novichkov // *Symmetry*. – 2022. – Vol. 14, No. 10. – P. 2103.
37. Adaptation of Polar Codes to Enhance BER Performance in Next-Generation Communication Systems / G. Shalin, D. Pokamestov, Y. Kryukov, A. Shinkevich, S. Eremeev, D. Ilinskiy // *2025 IEEE 26th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*. IEEE. – Altai, Russian Federation. – 2025. – P. 330–333.
38. On the road to 6G: Visions, requirements, key technologies, and testbeds / C. X. Wang, X. You, X. Gao, X. Zhu, Z. Li, Ch. Zhang, H. Wang, Y. Huang, Y. Chen, H. Haas, J.S. Thompson, E.G. Larsson, M.D. Renzo, W. Tong, P. Zhu, X. Shen, H.V. Poor, L. Hanzo // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. – 2023. – Vol. 25, No. 2. – P. 905–974.
39. 6G mobile communication technology: Requirements, targets, applications, challenges, advantages, and opportunities / M. Banafaa, I. Shaye, J. Din, M. H. Azmi, A. Alashbi,

Y.I. Daradkeh, A. Alhamadi // Alexandria Engineering Journal. – 2023. – Vol. 64. – P. 245–274.

40. 6G communication systems: concept, trends, physical level technologies / D. Pokamestov, Y. Kryukov, R. Abenov, E. Rogozhnikov, A. Brovkin, A. Shinkevich, G. Shalin // Radiotekhnika i elektronika. – 2024. – Vol. 69, No. 1. – P. 3–33.

41. Arkan E. From sequential decoding to channel polarization and back again. // IEEE Information Theory Society Newsletter. – 2019. – P. 10.

42. Channel coding toward 6G: Technical overview and outlook / M. Rowshan, M. Qiu, Y. Xie, X. Gu, J. Yuan // IEEE Open Journal of the Communications Society. – 2024. – Vol. 5. – P. 2585–2685.

43. Gu X. Selective reverse PAC coding for sphere decoding / X. Gu, M. Rowshan, J. Yuan // Information Theory. – 2022. – P. 5.

44. Gu X. Improved convolutional precoder for PAC codes / X. Gu, M. Rowshan, J. Yuan // GLOBECOM 2023. IEEE Global Communications Conference. IEEE. – Kuala Lumpur, Malaysia. – 2023. – P. 1836–1841.

45. Rowshan M. Polarization adjusted convolutional (PAC) codes: Sequential decoding vs list decoding / M. Rowshan, A. Burg, E. Viterbo // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2021. – Vol. 70, No. 2. – P. 1434–1447.

46. Yao H. List decoding of Arkan's PAC codes / H. Yao, A. Fazeli, A. Vardy // Entropy. – 2021. – Vol. 23, No. 7. – P. 841.

47. CRC-aided adaptive BP decoding of PAC codes / X. Zhang, M. Jiang, M. Zhu, K. Liu, Ch. Zhao // Entropy. – 2022. – Vol. 24, No. 8. – P. 1170.

48. GLDPC-PC Codes: Channel Coding Toward 6G Communications / L. Shen, Y. Wu, Y. Xu, X. You, X. Gao, W. Zhang // IEEE Communications Magazine. – 2025.

49. Adel M. Adaptive Transmission Based on Polar Code and Hierarchical Modulation For Future Wireless Communications / M. Adel, S. El Ramly, B. Abdelhamid // IEEE Access. – 2024.

50. AI coding: Learning to construct error correction codes / L. Huang, H. Zhang, R. Li, Y. Ge, J. Wang // IEEE Transactions on Communications. – 2019. – Vol. 68, No. 1. – P. 26–39.

51. Reinforcement learning for nested polar code construction / L. Huang, H. Zhang, R. Li, Y. Ge, J. Wang // 2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). – Waikoloa, HI, USA, 2019. – P. 1–6.

52. Construction of polar codes with reinforcement learning / Y. Liao, S. A. Hashemi, J. M. Cioffi, A. Goldsmith // IEEE Transactions on Communications. – 2021. – Vol. 70, No. 1. – P. 185–198.

53. Leonardon M. Using deep neural networks to predict and improve the performance of polar codes / M. Leonardon, V. Gripon // 2021 11th International Symposium on Topics in Coding (ISTC). IEEE. – Montreal, QC, Canada, 2021. – P. 1–5.

54. Scalable polar code construction for successive cancellation list decoding: A graph neural network-based approach / Y. Liao, S. A. Hashemi, H. Yang, J.M. Cioffi // IEEE Transactions on Communications. – 2023. – Vol. 71, No. 11. – P. 6231–6245.

### Шалин Георгий Николаевич

Аспирант, ассистент каф. телекоммуникаций и основ радиотехники (ТОР) Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-961-702-22-07  
Эл. почта: shalingn120@gmail.com

### Покаместов Дмитрий Алексеевич

Канд. техн. наук, доцент каф. ТОР ТУСУРа  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-952-809-43-75  
Эл. почта: dmaltomsk@mail.ru

### Крюков Яков Владимирович

Канд. техн. наук, доцент каф. ТОР ТУСУРа  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-913-104-44-06  
Эл. почта: kryukov.tusur@gmail.com

### Шинкевич Артём Сергеевич

Аспирант, ассистент каф. ТОР ТУСУРа  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-999-177-57-23  
Эл. почта: a.shinkevich00@gmail.com

### Еремеев Сергей Александрович

Ассистент каф. ТОР ТУСУРа  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-913-112-48-13  
Эл. почта: sergeyeremeev@internet.ru

### Ильинский Дмитрий Евгеньевич

Ассистент каф. ТОР ТУСУРа  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-923-428-76-50  
Эл. почта: dmitriyilinskiy02@gmail.com

Поступила в редакцию: 12.09.2025.

Принята к публикации: 21.11.2025.

Shalin G.N., Pokamestov D.A., Kryukov Y.V.,  
Shinkevich A.S., Eremeev S.A., Ilinskiy D.E.

### Polar Codes: Survey of Approaches and Research Directions

The authors examine modern methods for improving and adapting polar codes, a class of error-correcting codes with a theoretically proven ability to approach the Shannon limit. Polar codes were standardized in 5G NR for control channels and are considered a promising candidate for 6G communication systems owing to their high efficiency, flexibility, and scalability. The paper concisely outlines the fundamental principles of polar code construction, including the channel polarization process and basic decoding algorithms. Particular attention is paid to implementation in the 5G specifications, including segmentation, Cyclic Redundancy Check (CRC) attachment, interleaving, and rate matching. We then review current directions in the development of polar codes: advanced decoding schemes, including belief-propagation and fast simplified successive cancellation (Fast-SSC); multi-kernel-based codes; adaptation to multipath/fading channel conditions; and neural-network-based approaches aimed at optimizing decoders and code design for specific transmission scenarios. Finally, we discuss the surveyed methods, existing challenges and open problems, as well as the prospects for the further development of polar codes in the context of future wireless communication system requirements.

**Keywords:** 5G, 6G, SC, SCL, decoding, communication systems, multipath channels, multi-kernel architectures, polarization, polar codes.

**DOI:** 10.21293/1818-0442-2025-28-3-14-26

## References

1. Arikan E. A performance comparison of polar codes and Reed-Muller codes. *IEEE Communications Letters*, 2008, vol. 12, no. 6, pp. 447–449.
2. Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, vol. 55, no. 7, pp. 3051–3073.
3. Dong Y., Dai J., Niu K., Wang S. Yuan Joint source-channel coding for 6G communications. *China Communications*, 2022, vol. 19, no. 3, pp. 101–115.
4. Kasi S., Kaewell J., Jamieson K. A quantum annealer-enabled decoder and hardware topology for next wireless polar codes. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, vol. 23, no. 4, pp. 3780–3794.
5. Niu K., Zhang P., Dai J., Si Zh., Dong Ch. A golden decade of polar codes: From basic principle to 5G applications. *China Communications*, 2023, vol. 20 no. 2, pp. 94–121.
6. Kumar N., Kedia D., Purohit G. A review of channel coding schemes in the 5G standard. *Tele-communication Systems*, 2023 vol. 83, no. 4, pp. 423–448.
7. Pedarsani R. Polar Codes: Construction and Performance Analysis. *Swiss Federal Institute of Technology (EPFL)*, 2011, pp. 48.
8. Chen K., Niu K., Lin J. R. List successive cancellation decoding of polar codes. *Electron. Lett.*, 2012, vol. 48, no. 9, pp. 500–501.
9. Niu K., Chen K. Stack decoding of polar codes. *Electronics letters*, 2012, vol. 48, no. 12, pp. 695–697.
10. Tal I., Vardy A. List Decoding of Polar Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, vol. 61, no. 5, pp. 2213–2226.
11. Shen Y., Zhou W., Huang Y., Zhang Z., You X., Zhang Ch. Fast iterative soft-output list decoding of polar codes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, vol. 70, pp. 1361–1376.
12. Sun H., Viterbo E., Dai B., Liu R. Fast decoding of polar codes for digital broadcasting services in 5G. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2024, vol. 70, no. 2, pp. 731–738.
13. Ren Y., Shen Y., Zhang L., Kristensen A.T. High-throughput and flexible belief propagation list decoder for polar codes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, vol. 72, pp. 1158–1174.
14. 3GPP TS 38.212 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Multiplexing and channel coding (Release 16) V16.0.0 (2019-12). Available at: <https://portal.3gpp.org/desktopmodules/Specifications/SpecificationDetails.aspx?specificationId=3214> (Accessed: 13 May 2025).
15. Bioglio V., Condo C., Land I. Design of polar codes in 5G new radio. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2020, vol. 23, no. 1, pp. 29–40.
16. Niu K., Chen K. CRC-aided decoding of polar codes. *IEEE Communications Letters*, 2012, vol. 16, no. 10, pp. 1668–1671.
17. Ali M. H., Al-Rubaye G. A. Performance Evaluation of 5G New Radio Polar Code over Different Multipath Fading Channel Models. *International Journal of Intelligent Engineering & Systems*, 2024, vol. 17, no. 2.
18. Shar-ma A., Salim M. Polar code: The channel code contender for 5G scenarios. *2017 International conference on computer, communications and electronics (Comptelx)*. IEEE, Jaipur, India, 2017, pp. 676–682.
19. Bioglio V., Gabry F., Land I., Belfiore J. Minimum-distance based construction of multi-kernel polar codes. *GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference IEEE*. Singapore, 2017, pp. 1–6.
20. Bioglio V., Gabry F., Land I., Belfiore J. Multi-kernel polar codes: Concept and design principles. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, vol. 68, no. 9, pp. 5350–5362.
21. Hassani S.H., Alishahi K., Urbanke R.L. Finite-length scaling for polar codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, vol. 60, no. 10, pp. 5875–5898.
22. Guruswami V., Xia P. Polar codes: Speed of polarization and polynomial gap to capacity. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, vol. 61, no. 1, pp. 3–16.
23. Mori R., Tanaka T. Non-binary polar codes using reed-solomon codes and algebraic geometry codes. in *Proc. IEEE ITW*. Cairo, Egypt, 2010. pp. 1–5.
24. Mori R., Tanaka T. Channel polarization on q-ary discrete memoryless channels by arbitrary kernels. in *Proc. IEEE ISIT*. Austin, TX, USA, 2010, pp. 894–898.
25. Cheng N., Zhang R., Ge Y., Shi W., Zhang Q., Shen X. Encoder and list decoder of Reed-Solomon kernel based polar codes. in *Proc. IEEE WCSP*. Yangzhou, China, 2016, pp. 1–6.
26. Trifonov P. Binary successive cancellation decoding of polar codes with Reed-Solomon kernel. in *Proc. IEEE ISIT*. Honolulu, HI, USA, 2014.
27. Zhao J., Zhang W., Liu Y. An Efficient Construction Method Based on Partial Distance of Polar Codes with Reed-Solomon Kernel. *IEEE Transactions on Communications*, 2024.
28. Coppolino G., Condo C., Masera G., Gross W.J.A multi-kernel multi-code polar decoder architecture. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2018, vol. 65, no. 12, pp. 4413–4422.
29. Giard P., Balatsoukas-Stimming A., Sarkis G., Thibeault C., Gross W.J. Fast Low-Complexity Decoders for Low-Rate Polar Codes. *Journal of Signal Processing Systems*, 2018, vol. 90, no. 5, pp. 675–685.
30. Rezaei H., Rajatheva N., Latva-Aho M. Low-latency multi-kernel polar decoders. *IEEE Access*, 2022, vol. 10, pp. 119460–119474.
31. Chen P., Bai B., Ma X. Nonbinary polar coding with low decoding latency and complexity. *Journal of Information and Intelligence*, 2023, vol. 1, no. 1, pp. 36–53.
32. Rezaei H., Rajatheva N., Latva-Aho M. High-throughput rate-flexible combinational decoders for multi-kernel polar codes. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2023.
33. Trifonov P. Design of polar codes for rayleigh fading channel. *International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*. IEEE. Brussels, Belgium, 2015, pp. 331–335.
34. Zhou D., Niu K., Dong C. Construction of polar codes in rayleigh fading channel. *IEEE Communications Letters*, 2019, vol. 23, no. 3, pp. 402–405.
35. Niu K, Li Y. Polar codes for fast fading channel: Design based on polar spectrum. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, vol. 69, no. 9, pp. 10103–10114.
36. Pokamestov D., Kryukov Y., Rogozhnikov E., Shalin G., Shimkevich A., Novichkov S. Adaptation of signal with NOMA and polar codes to the Rayleigh channel. *Symmetry*, 2022, vol. 14, no. 10, pp. 2103.
37. Shalin G., Pokamestov D., Kryukov Y., Shinkevich A., Ereemeev S., Ilinskiy D. Adaptation of Polar Codes to Enhance BER Performance in Next-Generation Communication Systems. *2025 IEEE 26th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM)*. IEEE. Altai, Russian Federation, 2025, pp. 330–333.
38. Wang C.X., You X., Gao X., Zhu X., Li Z., Zhang Ch., Wang H., Huang Y., Chen Y., Haas H., Thompson J.S., Larsson E.G., Renzo M.D., Tong W., Zhu P., Shen X., Poor H.V.,

Hanzo L. On the road to 6G: Visions, requirements, key technologies, and testbeds. // *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2023, vol. 25, no. 2, pp. 905–974.

39. Banafaa M., Shayea I., Din J., Azmi M.H., Alash-bi A., Daradkeh Y. I., Alhammadi A. 6G mobile communication technology: Requirements, targets, applications, challenges, advantages, and opportunities. *Alexandria Engineering Journal*, 2023, vol. 64, pp. 245–274.

40. Pokamestov D., Kryukov Y., Abenov R., Rogozhnikov E., Brovkin A., Shinkevich A., Shalin G. 6G communication systems: concept, trends, physical level technologies. *Radiotekhnika i elektronika*, 2024, vol. 69, no. 1, pp. 3–33.

41. Arıkan E. From sequential decoding to channel polarization and back again. *IEEE Information Theory Society Newsletter*, 2019, pp. 10.

42. Rowshan M., Qiu M., Xie Y., Gu X., Yuan J. Channel coding toward 6G: Technical overview and outlook. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2024, vol. 5, pp. 2585–2685.

43. Gu X., Rowshan M., Yuan J. Selective reverse PAC coding for sphere decoding. *Information Theory*, 2022, pp. 5.

44. Gu X., Rowshan M., Yuan J. Improved convolutional precoder for PAC codes. *GLOBECOM 2023-2023 IEEE Global Communications Conference. IEEE*. Kuala Lumpur, Malaysia, 2023, pp. 1836–1841.

45. Rowshan M., Burg A., Viterbo E. Polarization-adjusted convolutional (PAC) codes: Sequential decoding vs list decoding. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, vol. 70, no. 2, pp. 1434–1447.

46. Yao H., Fazeli A., Vardy A. List decoding of Arıkan's PAC codes. *Entropy*, 2021, vol. 23, no. 7, pp. 841.

47. Zhang X., Jiang M., Zhu M., Liu K., Zhao Ch. CRC-aided adaptive BP decoding of PAC codes. *Entropy*, 2022, vol. 24, no. 8, pp. 1170.

48. Shen L., Wu Y., Xu Y., You X., Gao X., Zhang W. GLDPC-PC Codes: Channel Coding Toward 6G Communications. *IEEE Communications Magazine*, 2025.

49. Adel M., El Ramly S. Abdelhamid B. Adaptive Transmission Based On Polar Code And Hierarchical Modulation For Future Wireless Communications. *IEEE Access*, 2024.

50. Huang L., Zhang H., Li R., Ge Y., Wang J. AI coding: Learning to construct error correction codes. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, vol. 68, no. 1, pp. 26–39.

51. Huang L., Zhang H., Li R., Ge Y., Wang J. Reinforcement learning for nested polar code construction. *2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. Waikoloa, HI, USA, 2019, pp. 1–6.

52. Liao Y., Hashemi S.A., Cioffi J. M., Goldsmith A. Construction of polar codes with reinforcement learning. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, vol. 70, no. 1, pp. 185–198.

53. Leonardon M., Gripon V. Using deep neural networks to predict and improve the performance of polar codes. *2021 11th International Symposium on Topics in Coding (ISTC)*. IEEE. Montreal, QC, Canada, 2021. pp. 1–5.

54. Liao Y., Hashemi S. A., Yang H., Cioffi J. M. Scalable polar code construction for successive cancellation list decoding: A graph neural network-based approach. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, vol. 71, no. 11, pp. 6231–6245.

#### **Georgy N. Shalin**

PhD student; Teaching Assistant, Dept. of Telecommunications and Basic Principles of Radio Engineering (TOR) Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR)  
40 Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-961-702-22-07  
E-mail: shalingn120@gmail.com

#### **Dmitrii A. Pokamestov**

Candidate of Technical Sciences (PhD-equivalent), Associate Professor, Dept. of TOR TUSUR  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-952-809-43-75  
E-mail: dmaltomsk@mail.ru

#### **Yakov V. Kryukov**

Candidate of Technical Sciences (PhD-equivalent), Associate Professor, Dept. of TOR TUSUR  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-913-104-44-06  
E-mail: kryukov.tusur@gmail.com

#### **Artyom S. Shinkevich**

PhD student; Teaching Assistant, Dept. of TOR, TUSUR  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-999-177-57-23  
E-mail: a.shinkevich00@gmail.com

#### **Sergei A. Ereemeev**

Teaching Assistant, Dept. of TOR, TUSUR  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-913-112-48-13  
E-mail: sergeyeremeev@internet.ru

#### **Dmitrii E. Ilinskiy**

Teaching Assistant, Dept. of TOR, TUSUR  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-923-428-76-50  
E-mail: dmitriyilinskiy02@gmail.com

Received: 12.09.2025.

Accepted: 21.11.2025.