

УДК 621.396.41

Ю.П. Ехлаков, С.О. Сапрунов, А.А. Погуда, Н.С. Черкашин

## Сравнительный анализ эффективности использования треугольной и трапециевидной функций принадлежности в нечетких системах принятия решений

Дана оценка эффективности использования в нечетких системах треугольных и трапециевидных функций принадлежности. Предложены две метрики: время выполнения алгоритма нечеткого вывода, дисперсия выходной величины. Приведены результаты экспериментов по тестированию трех различных по сложности архитектуры нечетких систем: определение официанту размера чаевых; прогнозирование изменения энергопотребления в производственной системе; помощь водителю на дорогах.

**Ключевые слова:** нечеткая логика, функции принадлежности, время нечеткого вывода.

**DOI:** 10.21293/1818-0442-2024-27-1-49-62

В настоящее время нечеткие системы принятия решений имеют достаточно широкое применение при решении практических задач в различных предметных областях: в финансовом секторе, строительном бизнесе, медицине, логистике, промышленности, управлении рисками, принятии решений системами реального времени. При этом под нечеткой системой авторы понимают нечеткую модель описания объекта исследования, алгоритм нечеткого вывода и их программную реализацию. При проектировании таких систем встает задача выбора вида функции принадлежности для решения конкретной прикладной задачи. Ниже приводятся обзор и анализ применения функции принадлежности в разрезе трех различных по уровню сложности архитектур нечеткой системы. В данном случае сложность нечеткой системы определяется количеством входных переменных, а также ее иерархической структурой: входные нечеткие множества первого уровня формируют несколько выходных переменных, которые, в свою очередь, являются входными для второго уровня, и т.д., выходом является одна результирующая функция принадлежности.

Есть классический формат архитектуры «две входные переменные – одна выходная», одним из наиболее известных представителей которого является задача «определения размера чаевых» в зависимости от параметров «уровень сервиса» и «качество еды» [1]. Для решения этой задачи авторы применяют треугольные и трапециевидные функции принадлежности. Статья Т. Каймаза [2] посвящена оценке эргономических условий на металлообрабатывающем производстве. Для принятия финального решения о соответствии рабочего места нормативным требованиям собранные с помощью измерительных приборов данные с рабочих мест обрабатываются с помощью базы логических правил. При решении задачи используются смешанные функции принадлежности – треугольные функции в середине и конце универсума сочетаются с трапециевидной функцией принадлежности в начале. В [3] авторы используют гауссовы функции принадлежности для планирования внутреннего убранства помещения с

точки зрения воздушных потоков. Нечеткий контроллер служит промежуточным звеном в системе поддержки принятия решений и оценивает успешность работы нейросетевого алгоритма. Результатом работы алгоритма является оценка вероятности успешного вычисления текущей компоновки строительного объекта.

В [4, 5] рассматриваются нечеткие системы управления солнечной батареей с двумя входными переменными (ошибка и изменение ошибки) и одной выходной (реакция), исследуются в среде Simulink следующие функции принадлежности: треугольная, трапециевидная, гауссова,  $\pi$ -,  $S$ -кривые и колоколообразная. В [4] авторы приходят к выводу, что треугольная и трапециевидная функции принадлежности подобны по отклику с точки зрения времени нарастания и выброса, но треугольная функция показывает лучшие характеристики в отношении стационарного поведения, особенно при увеличении желаемого позиционного угла. В то время как гауссова функция принадлежности плохо реагировала во всех случаях, что подтверждает теорию о том, что гауссову функцию принадлежности лучше использовать в отношении систем, применяемых в обработке данных, вычислении вероятностей и статистике.

В работе [5] авторы приводят результаты исследования нечеткой модели солнечной панели, представленной матрицей зависимости температуры от мощности солнечного излучения, используя треугольную, трапециевидную и гауссову функции принадлежности. Полученные с помощью нечеткого вывода значения сравниваются с «эталонными», которые были получены в результате симуляции работы солнечной панели. Итоговое сравнение функций принадлежности показало, что значение среднеквадратичного отклонения (СКО) относительно эталонных значений при использовании треугольных функций принадлежности равно 0,1338, значение СКО для трапециевидных функций принадлежности является достаточно близким – 0,1351, а для гауссовой функции СКО равно 0,2442. Соответственно, можно сделать вывод о том, что использование треугольной и трапециевидной функций

является предпочтительным в задачах управления и принятия решений. Аналогичный вывод о гауссовой функции принадлежности представлен в статье [6]. Авторы работы [7] рассматривают задачу кластеризации и подготовки данных с помощью гауссовой, трапецевидной, треугольной, колоколообразной нечетких функций принадлежности.

В результате исследования авторы приходят к выводу, что в задачах кластеризации наиболее предпочтительной является гауссова функция принадлежности, отмечается резкое возрастание вычислительной сложности по мере увеличения количества входных данных. В статье [8], посвященной вопросу выбора вида нечеткой функции принадлежности, рассматриваются вопросы влияния количества функций принадлежности на универсуме на время вычислений. Авторы подчеркивают, что для улучшения показателей производительности системы необходимо проводить оптимизацию количества функций принадлежности на универсуме, однако метрик, подтверждающих данные гипотезы, не приводится. В работе [9] авторы также приходят к заключению о том, что выбор формы функции принадлежности влияет на выходные значения системы, при использовании аппарата нечеткой логики в финансовой сфере наиболее подходящими являются гауссовы функции принадлежности. Авторы работы [10] также выдвигают тезис о том, что значения функций принадлежности на основе различных форм могут влиять на результат работы системы, в связи с чем предлагают ряд собственных форм функций принадлежности.

В работе [11] рассматривается модель нечеткого системного регулятора системы согласованного управления электроприводами четырехколесного мобильного робота с двумя дифференциальными приводными блоками, которая содержит три независимых нечетких контроллера классического формата. Для описания лингвистических переменных управления положением корпуса и двух приводных блоков авторы используют по три термина:  $N$  – отрицательная (трапецевидная функция);  $Z$  – нулевая (треугольная функция) и  $P$  – положительная ошибка (трапецевидная функция).

Несколько усложненным вариантом архитектуры нечеткой системы является добавление третьей и более входных переменных. В работе [12], посвященной построению умной ирригационной системы на базе нечеткой логики, для принятия решения о включении мотора системы полива используются три входные переменные «влажность почвы», «температура» и «влажность». Авторы используют для разных универсумов либо трапецевидные, либо треугольные функции принадлежности. В работе [13] нечеткая логика используется для оценки рисков работ по техническому обслуживанию технологического оборудования. На вход нечеткой системы подаются три переменные – критичность сценария, частота возникновения и параметр видимости дефекта. На основе представленных параметров фор-

мируется вывод о критичности потенциального отказа. Для описания лингвистических термов применяются трапецевидные и треугольные функции принадлежности.

Аналогичная конструкция системы применяется в работе [14], посвященной обнаружению вредоносной сетевой активности. Авторы используют три входные переменные с трапецевидной формой функций принадлежности и одну выходную. Входными параметрами являются критерии вредоносного трафика, а выходным параметром является критерий легитимности сетевого трафика. В работе Лау [15] рассматривается пример прогнозирования потребления электроэнергии в производственной системе. Авторы также применяют три входные переменные и одну выходную. В качестве форм функций принадлежности применяются трапецевидные и треугольные функции, при этом их применение обосновывается с точки зрения наиболее частого использования и простоты вычисления выходного значения.

В работе [16] применяются трапецевидные функции принадлежности для оценки рисков разработки программного продукта и один нечеткий контроллер формата «множественный вход – один выход», однако авторы не обосновывают применение выбранной функции принадлежности, ограничиваясь лишь описанием функциональности ПО. В работе [17] авторы для оценки кредитного рейтинга заемщика применяют систему на основе треугольных функций принадлежности. В статье подчеркивается, что для логических операций вида «И», «ИЛИ» или «НЕ» подходят все стандартные формы функций принадлежности – треугольная, трапецевидная, гауссова и сигмоидная, однако дальнейшего обоснования применения именно треугольной функции не приводится.

Статья [18] рассматривает подход к решению задачи по выбору страны для локализации производства, учитывая, соответственно, как макроэкономические факторы, так и набор рисков, которые несёт данный выбор. В качестве функций принадлежности авторы используют комбинацию треугольной и трапецевидной функции принадлежности, в том числе в рамках одного универсума, описывая граничные лингвистические термы с помощью трапецевидных функций принадлежности.

В работе [19] авторы исследуют вопрос выбора кратчайшего пути при неизвестных начальных условиях, используя гауссову функцию принадлежности, как наиболее подходящую с точки зрения снижения ошибки для выходных значений, сравнивая с предварительно подготовленным массивом данных. В работе также обращают внимание на то, что увеличение количества лингвистических термов и правил ведёт к излишнему усложнению системы, а минимизация термов и решающих правил, наоборот, лишает вывод системы необходимой вариативности для принятия решений.

В работе [20] описывается нечеткая система определения экономически целесообразного объема заказа. В рамках данной работы аппарат нечеткой логики использовался как часть составного инструмента ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Interference System), в рамках которого решается задача по классификации и предварительной обработке данных. Чувствительный анализ модели ANFIS проводился путем изменения формы функций принадлежности входных переменных, а также количества значений входных переменных. В работе протестированы треугольные, трапециевидные и колоколообразные кривые. Колоколообразная функция показала лучшие результаты с точки зрения среднеквадратичной ошибки при выполнении как на обучающей, так и на тестовой выборке данных.

Статья [21] посвящена разработке системы для управления вентиляцией на основе содержания в воздухе углекислого газа, водорода и кислорода. Авторы применяют систему формата «три нечеткие входные переменные – две выходные переменные». В качестве функций принадлежности авторы используют треугольную и трапециевидную функции. В [22] авторы описывают решение задачи по прогнозированию осадков на основе двух входных переменных – скорости ветра и температуры окружающей среды. В работе применяются нечеткие переменные первого типа, а в качестве формы функций принадлежности используются треугольные числа.

В работе [23] для оценки функционального наполнения программных продуктов применяется вербально-числовая шкала Харрингтона, термы которой описаны на универсуме с помощью треугольных функций принадлежности. Оценивая каждую возможность программного продукта с помощью данной шкалы, пользователь может сравнивать однотипные продукты и находить наиболее оптимальный для решения поставленной задачи.

Наиболее сложными являются архитектуры нечетких систем с вложенными логическими контроллерами, которые используются в качестве промежуточных звеньев в системах управления и принятия решений. Особенность таких систем состоит в том, что при моделировании последовательно и/или параллельно используется несколько нечетких контроллеров. Выходные значения промежуточных нечетких контроллеров используются при вычислении результирующего значения главным нечетким контроллером.

Примером решения таких задач является работа [24], в которой рассматривается нечеткая система помощи водителю на дорогах. В данной работе авторы используют три нечетких вложенных контроллера, выходные значения которых являются входом для решающего нечеткого контроллера. Для описания входных переменных применяются трапециевидные функции принадлежности, а для описания выходных функций принадлежности как промежуточных, так и основного контроллера применяются треугольные функции принадлежности. Работы [25,

26] посвящены решению задач морской навигации, в частности, описанию с применением вложенных нечетких контроллеров интеллектуальной навигационной системы по оценке и предупреждению рисков столкновения кораблей. В качестве функции принадлежности авторы выбирают гауссову функцию.

Работы [27, 28] посвящены оценке рисков инвестиционно-строительных проектов, для получения выходного результата авторы применяют вложенные нечеткие контроллеры. С точки зрения выбора функций принадлежности авторы останавливаются на трапециевидной функции принадлежности, при этом отмечают, что на начальном этапе допустимо использование функций принадлежности стандартной формы, однако в дальнейшем, по мере накопления дополнительных данных, допустимо использовать функции принадлежности иного вида.

Ряд статей посвящен теоретическим вопросам создания новых методов аппроксимации для нечетких функций принадлежности. Тезис о том, что нечеткие функции принадлежности являются универсальными аппроксиматорами для непрерывных функций, был рассмотрен в работе [29]. Так, в работе [30] рассматривается иной подход к аппроксимации, позволяющий приблизить значение СКО к 10–30% против 100–300% в базовом примере. Вопросам аппроксимации посвящена и другая работа Yeh-Chi-Tsuen [31], в которых автор разбирает частные вопросы аппроксимации линейных функций. В [32] авторы предлагают использовать для аппроксимации нечетких чисел частный инструмент нелинейного программирования – квадратичное программирование.

Отдельно стоит выделить работу [33], в которой авторы приводят результаты сравнения треугольных и трапециевидных функций для кластеризации имеющегося набора клинических данных. Сравнение осуществляется только по одному правилу определения степени принадлежности каждой из входных целочисленных переменных указанному интервалу. Авторы приходят к выводу, что треугольная функция занимает немного меньший объем памяти (на 4,8%) и имеет большую точность при кластеризации данных. В заключении статьи указано, что авторы планируют расширить исследование и включить гауссову функцию принадлежности.

Проведенный анализ показал, что в большинстве работ выбор делается между треугольной, трапециевидной и гауссовой функциями принадлежности. В отдельных работах используется только одна из функций, при совместном применении чаще всего эксперименты проводятся с треугольными и трапециевидными функциями принадлежности [1, 2, 12, 15, 18, 21, 24, 33]. Выбор вида функций принадлежности либо не обосновывается, либо приводятся доводы о частоте использования и простоте вычисления выходного значения. Основное внимание уделяется анализу получаемых значений выходной функции, количеству входных и выходных термов и их интервалов, составлению базы решающих правил.

В ряде работ трапециевидальной функцией описываются граничные значения универсумов, а для описания значений в середине интервала применяются треугольные функции принадлежности. Вопросы вычислительной сложности получения решений рассматриваются в работах [7–9], при этом каких-либо рекомендаций по измерению не приводится, и только в [33] сравнение треугольных и трапециевидных функций принадлежности осуществляется по параметрам: погрешность выходных значений, количество операций, размер переменных и программы.

В работах, где применяются нечеткие системы треугольных и трапециевидных функций, представлены результаты экспериментальных исследований по эффективности использования этих функций в нечетких системах принятия решений. Традиционно при оценке эффективности алгоритмов формирования и принятия решения используются два критерия, это точность решения и затраты времени на получение этого решения. С учетом специфики рассматриваемой задачи в качестве метрик оценки эффективности применения в нечетких системах треугольных и трапециевидных функций предлагается использовать «время выполнения» алгоритма нечеткого вывода и «дисперсию выходной величины». Использование этих метрик является критически важным при моделировании высоконагруженных систем обработки данных, систем, требующих принятия решения в режиме реального времени. Такой класс систем в полной мере или частично дан в работах [2, 4, 5, 12, 14, 15, 21, 24–26].

#### Программная реализация тестовой системы

Экспериментальные исследования проводились на примере трех тестовых задач различного уровня сложности архитектуры. В качестве представителя первого уровня архитектуры выбрана задача определения официанту размера чаевых от уровня сервиса и качества еды.

Второй уровень архитектуры представлен нечеткой системой прогнозирования изменения энергопотребления в зависимости от дневной массы произведенной продукции, времени работы оборудования на фабрике, количества рабочих часов операторов за один день.

На третьем уровне рассматривается нечеткая система помощи водителю на дорогах: определение уровня риска вождения в зависимости от относительной влажности, уровня шума, температуры в салоне, погодных условий, дорожных условий, скорости автомобиля, частоты дыхания, температуры тела, частоты сердечных сокращений.

Тестовые задачи из каждой группы выбирались по следующим признакам: использование треугольной и трапециевидной функций принадлежности, содержались уже готовые описания универсумов, интервалов для лингвистических термов, базы правил формата «ЕСЛИ И ТО». Для корректного сравнения результатов по каждой из функций принадлежности крайне важно, чтобы площади фигур ис-

ходных тестовых данных были близки. Поэтому для вычисления оснований трапеции трапециевидальной функции использовали соотношение  $(c - b)/(d - a) = [6...7]$ , где  $b$  и  $c$  – координаты верхнего основания трапеции,  $d$  и  $a$  – координаты нижнего основания трапеции. Избыточная площадь трапеции для различных тестовых задач относительно треугольной функции составляет от 10 до 20%.

Время выполнения (обработки) нечеткого вывода позволяет оценить вычислительную сложность алгоритма нечеткого вывода. Согласно стандарту ISO/IEC 25010, метрика измерения времени выполнения программы является общепринятой международной практикой [34].

Практика использования этой метрики в качестве основного показателя эффективности алгоритма отражена и в работах [35, 36]. Авторы подчеркивают важность измерения времени выполнения программы и выбора подходящего метода измерения в зависимости от требуемого разрешения во времени и требуемой точности. Рассматриваются несколько методов измерения времени выполнения программы, начиная от простых встроенных в Unix-подобную систему методов, заканчивая применением специализированных устройств, таких как микроконтроллеры-счетчики и логические анализаторы.

Необходимость измерения и анализа метрики «дисперсия выходной величины» приводится в [37], где отмечается, что групповая дисперсия характеризует меру разброса значений группы относительно групповой средней, соответственно, чем выше групповая дисперсия, тем больший разброс выходных значений относительно группового среднего. Сравнение двух групповых дисперсий позволяет установить, какая из функций принадлежности допускает больший разброс выходных значений относительно группового среднего.

Программная реализация тестовой системы выполнена на языке C++ с использованием библиотеки FuzzyLogic [38]. Библиотека написана на языке Java, однако встроенные опции позволяют генерировать исполняемый код на языке C++ на основе текстового описания системы, который, в свою очередь, выполняется самостоятельно без каких-либо сторонних библиотек, что позволяет легко экспортировать результаты вычисления значений выходных функций принадлежности в другие модули программной системы.

Библиотека поддерживает тестирование как треугольных, так и трапециевидных чисел, начиная от фаззификации – преобразования исходных данных в нечеткий вид и заканчивая обратным процессом – дефаззификацией, в рамках которой полученная нечеткая переменная выходного множества преобразуется в численное значение. Используется нечеткий вывод Мамдани [39], дефаззификация выполняется по методу центра тяжести (CoG).

Функциональная структура тестовой системы состоит из компонентов, представленных на рис. 1.

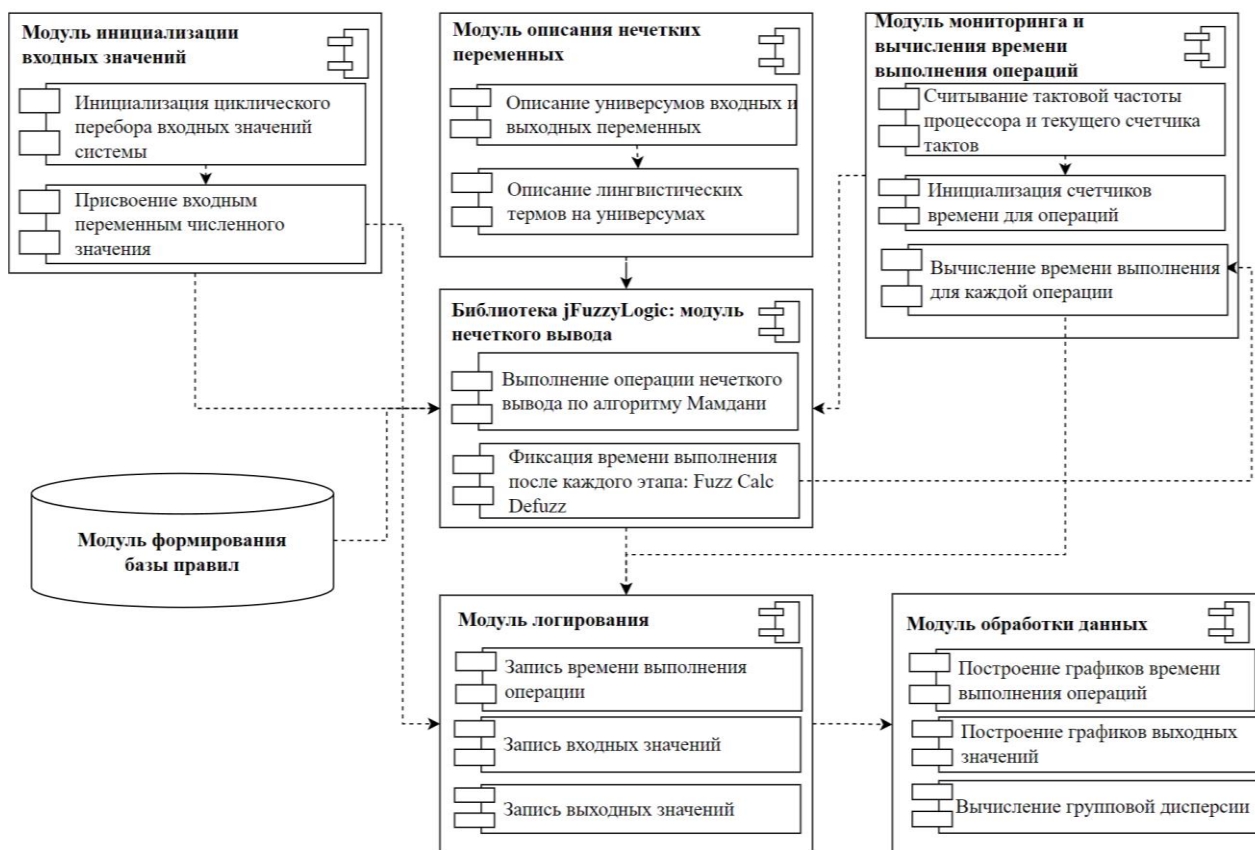


Рис. 1. Диаграмма компонентов тестовой системы

Модуль инициализации входных значений отвечает за циклический перебор в заданном диапазоне входных переменных и присвоение им на текущем шаге цикла выбранных численных значений. Модуль описания нечетких переменных содержит информацию об универсумах, а также лингвистических термах функций принадлежности и их координатах. Модуль формирования базы правил обеспечивает формирование базы правил формата «ЕСЛИ И ТО» и интерфейс с модулем нечеткого вывода библиотеки FuzzyLogic, преобразованный в код на C++. Модуль нечеткого вывода библиотеки jFuzzyLogic обеспечивает реализацию всех операций алгоритма нечеткого вывода – фаззификацию входной переменной, вычисление суммарной функции принадлежности и дефаззификацию. Модуль мониторинга и вычисления времени выполнения операций используется для определения времени выполнения каждой из операций алгоритма нечеткого вывода: фаззификации, вычисления выходной функции принадлежности и дефаззификации. Для измерения времени используются функции QueryPerformanceFrequency и QueryPerformanceCounter, которые способны обеспечивать измерение временных интервалов от 100 нс. Данные счетчики оперируют количеством отсчетов процессора и тактовой частотой.

Модуль логирования обеспечивает запись и хранение информации для каждой итерации цикла о входных и выходных значениях функции принадлежности и время выполнения каждой операции

нечеткого вывода. Логирование ведётся в виде текстового файла. Модуль обработки данных обеспечивает вычисление групповой дисперсии, оформление результатов в виде графиков, диаграмм и таблиц.

Тестирование производится с использованием единой аппаратной конфигурации (AMD Ryzen 5600H с тактовой частотой 3,3 ГГц, 16 ГБ ОЗУ DDR4 с частотой 3200 МГц, ПЗУ 512 ГБ SSD) в режиме одного потока для исключения влияния на итоговый результат всех возможных факторов, связанных с аппаратной конфигурацией. На вход тестовой системы подаётся одинаковый набор входных данных для обеих функций принадлежности, внутренняя реализация системы для обоих типов чисел полностью идентична, в том числе и набор базы правил.

#### Тестовая задача «Определение размера чаевых»

В общем случае задача определения размера чаевых официанту сводится к тому, что, имея входные параметры «Уровень сервиса» и «Качество еды», необходимо определить выходной параметр <Уровень чаевых> в диапазоне от 0 до 25% [1]. Универсумы и термы входных переменных «Уровень сервиса», «Качество еды» и выходной – «Чаевые» – представлены в табл. 1.

База нечетких правил ввода-вывода содержит 16 правил, фрагмент базы представлен в табл. 2.

Входные параметры «Уровень сервиса» и «Качество еды» принимали значения в диапазоне от 0

до 10. Исследования проводились с шагом изменения входной переменной 1. Соответственно, на вход тестовой системы было подано суммарно 121 значение. Анализ графика изменения значения выходной переменной «Уровень чаевых» треугольных и трапециевидных чисел (рис. 2) показывает, что в целом

выходные значения систем достаточно близки, однако треугольные числа имеют более выраженные максимумы и минимумы относительно аналогичных значений, трапециевидных функций, особенно это заметно для значений выходной переменной от 4,0 до 7,5 и от 17,5 до 21.

Таблица 1

**Характеристика термов и универсумов для переменных задачи «Определение размера чаевых»**

Переменная функции принадлежности	Значение показателей				Универсум
	Уровень показателей				
	Низкий	Средний	Высокий	Отличный	
Сервис (треугольная)	[0,3]	[0; 3; 7]	[3; 7; 10]	[7;10]	[0; 10]
Сервис (трапециевидная)	[0; 0,5; 3]	[0; 2,5; 3,5; 7]	[3; 5,5; 6,5; 10]	[7; 9,5; 10]	[0; 10]
Еда (треугольная)	[0,3]	[0; 3; 7]	[3; 7; 10]	[7; 10]	
Еда (трапециевидная)	[0; 0,5; 3]	[0; 2,5; 3,5; 7]	[3; 5,5; 6,5; 10]	[7; 9,5; 10]	[0; 25]
Чаевые (треугольная)	[0; 13]	[6; 12; 18]	[13; 25]	–	
Чаевые (трапециевидная)	[0; 6; 13]	[6; 11; 13; 18]	[13; 18; 25]	–	

Таблица 2

**База нечетких правил ввода-вывода для задачи «Расчёт чаевых»**

Номер правила	Сервис	Еда	Чаевые	Номер правила	Сервис	Еда	Чаевые
1	Низкий	Низкий	Низкие	9	Высокий	Высокий	Высокий
2	Средний	Низкий	Низкий	10	Отличный	Средний	Высокий
3	Средний	Низкий	Средний	11	Средний	Отличный	Высокий
4	Низкий	Высокий	Средний	12	Отличный	Высокий	Высокий
5	.....	.....	.....	...16	Высокий	Отличный	Высокий

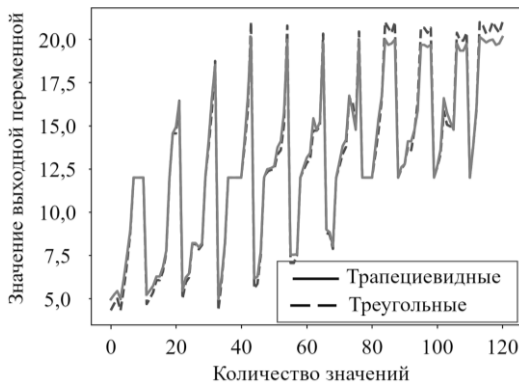


Рис. 2. Графики выходных переменных с шагом изменения входной переменной 1

Распределение времени выполнения программы по операциям нечеткого вывода представлены в табл. 3. На всех этапах нечеткого вывода время вычисления для треугольной функции меньше по сравнению с трапециевидной, разница составляет 70 мс (1,4%) в пользу треугольной функции, вместе с тем разница в дисперсии для выходных значений составляет 13% в пользу трапециевидной функции.

Время вычисления значения выходной функции составляет 89% от итогового времени, на этапы фазификации и дефазификации приходится соответственно 11%.

**Тестовая задача «Прогнозирование энергопотребления в производственной системе»**

В качестве второй тестовой задачи рассмотрена нечеткая система прогнозирования изменения энергопотребления в производственной системе в зависимости от трех входных параметров: *M* – дневная общая масса произведенной продукции, диапазон изменения от 0 до 70; *T* – общее время работы оборудования на фабрике, диапазон изменения от 0 до 110; *L* – общее количество рабочих часов операторов на фабрике за один день, диапазон изменения от 0 до 110 [14].

Каждое из входных нечетких множеств содержит по пять переменных на своих универсумах, база данных содержит по три переменных в условии «ЕСЛИ ..., ТО». Универсумы и термы для входных переменных *M* и *T* представлены в табл. 4, для входной переменной *L* – в табл. 5.

Выходная переменная «Изменение потребления электроэнергии» (ЕС) принимает значения от –100% до 100%, значения выходной переменной представлены в табл. 6.

База нечетких правил для вычисления значения выходной переменной содержит 125 правил, фрагмент базы представлен в табл. 7.

Таблица 3

**Распределение времени выполнения программы по операциям нечеткого вывода**

Функция принадлежности	Время вычисления, мс			Дисперсия выходной функции
	Фазификация	Вычисление значений выходной функции	Дефазификация	
Треугольная	125	4 285	347	25,04
Трапециевидная	128	4 332	367	21,83

Таблица 4

**Характеристика термов и универсумов для переменных M и T задачи «Прогнозирование энергопотребления в производственной системе»**

Параметр/функция принадлежности	Значение термов и универсумов для переменных M и T					Универсум
	Короткий (S)	Скорее короткий (RS)	Нормальный (N)	Скорее длинный (RL)	Длинный (L)	
M (треуг.)**	[0, 20]	[10, 20, 30]	[20, 30, 40]	[30, 40, 50]	[40, 60]	[0, ...,60]
M (трапец.)**	[0, 2, 20]	[10, 18, 22, 30]	[20, 28, 32, 40]	[30, 38, 42, 50]	[40, 52, 60]	
T (треуг.)*	[0, 36]	[18, 36, 54]	[36, 54, 72]	[54, 72, 90]	[72, 100]	[0, ...,100]
M (трапец.)**	[0, 2, 36]	[18, 34, 38, 54]	[36, 52, 56, 72]	[54, 70, 74, 90]	[72, 92, 100]	

\* Примечание. Функции принадлежности: треугольная – треуг.; трапециевидная – трапец.

Таблица 5

**Характеристика термов и универсумов для переменной L задачи «Прогнозирование энергопотребления в производственной системе»**

Параметр/ функция принадлежности	Значение термов и универсумов для переменных L					Универсум
	Короткий (S)	Скорее короткий (RS)	Нормальный (N)	Скорее длинный (RL)	Длинный (L)	
L (треуг.)**	[0, 32]	[16, 32, 48]	[32, 48, 64]	[48, 64, 80]	[64, 90]	[0, ..., 90]
L (трапец.)**	[0, 2, 32]	[16, 30, 34, 48]	[32, 46, 50, 64]	[48, 62, 66, 80]	[64, 82, 90]	[0, ..., 90]

\* Примечание. Функции принадлежности: треугольная – треуг.; трапециевидная – трапец.

Таблица 6

**Характеристика выходной переменной EC для задачи «Прогнозирование энергопотребления в производственной системе»**

Параметр/ функция принадлежности	Значения выходной переменной EC							Универсум
	Уменьшение параметра			Не изменился (NC)	Увеличение параметра			
	Существенное (SUD)	Значительное (SID)	Незначительное (SLD)		Незначительное (SLI)	Значительное (SIL)	Существенное (SUL)	
EC (треуг.)**	[-100, -75, -50]	[-75, -50, -25]	[-50, -25, 0]	[-25, 0, 25]	[0, 25, 50]	[25, 50, 75]	[50, 75, 100]	[-100, ..., 100]
EC (трапец.)**	[-100, -78, -73, -50]	[-75, -52, -48, -25]	[-50, -27, -23, 0]	[-25, -2, 2, 25]	[0, 23, 27, 50]	[25, 48, 52, 75]	[50, 73, 78, 100]	[-100, ..., 100]

\* Примечание. Функции принадлежности: треугольная – треуг.; трапециевидная – трапец.

Таблица 7

**База нечетких правил для вычисления выходной переменной EC**

№	M	L	T	EC	№	M	L	T	EC	№	M	L	T	EC
1	S	F	S	SUD	49	RS	M	RL	SLI	97	RL	M	RS	SIL
2	S	F	RS	SUD	50	RS	M	L	SLI	98	RL	M	N	SIL
3	S	F	N	SID	51	N	F	S	SLD	99	RL	M	RL	SUL
4	S	F	RL	SLD	52	N	F	RS	SLD	100	RL	M	L	SUL
5	S	F	L	SLD	53	N	F	N	NC	101	L	F	S	SLI
6	S	RF	S	SUD	54	N	F	RL	NC	102...	L	F	RS	SLI
7	...	...	...	...	55	...	...	...	...	125	L	F	N	SIL

Суммарно на вход тестовой системы было подано 560 000 значений (перебор всех входных переменных с шагом 1). Значения выходной переменной «Изменение потребления электроэнергии» для треугольных и трапециевидных чисел (рис. 3), как и предыдущей тестовой задачи также близки, однако треугольные числа имеют более ярко выраженные максимумы и минимумы.

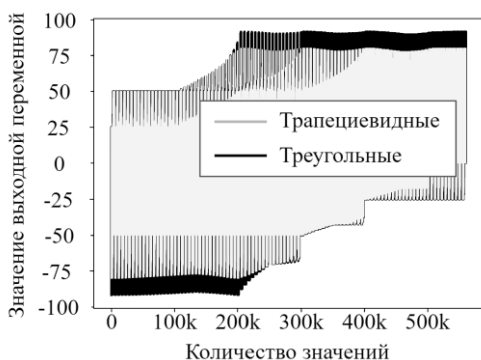


Рис. 3. Графики выходных переменных

Распределение времени выполнения программы по операциям нечеткого вывода представлены в табл. 8. Время вычисления на всех операциях нечеткого вывода для трапециевидной функции меньше по сравнению с треугольной, разница составила 262 мкс (1%) в пользу трапециевидной функции. Разница в дисперсии для выходных значений составляет 9% в пользу трапециевидной функции. Вычисление значения выходной функции составляет 92% от итогового времени, на этапы фаззификации и дефаззификации приходится соответственно 8%.

Таблица 8

**Распределение времени выполнения программы по операциям нечеткого вывода**

Функция принадлежности	Время вычисления, с			Дисперсия выходной функции
	Фаззификация	Вычисление значений выходной функции	Дефаззификация	
Треуг.	0,601	23,21	1,26	19,88
Трапец.	0,598	22,98	1,23	19,80

### Тестовая задача «Система автономной помощи водителю»

За основу третьей тестовой задачи была взята работа [22], в которой рассматривается нечеткая система помощи водителю на дорогах в зависимости от девяти входных параметров: относительная влажность ( $RH$ ), уровень шума ( $NL$ ), температура в салоне ( $ET$ ), погодные условия ( $WC$ ), дорожные условия ( $RC$ ), скорость автомобиля ( $VS$ ), частота дыхания ( $RR$ ), отклонения температуры тела ( $BTV$ ), частота сердечных сокращений ( $HR$ ), распределенных по трём промежуточным контроллерам FLC1, FLC2, FLC3. Выходные значения функций принадлежности каждого из промежуточных контроллеров  $VIE$ ,  $WRS$ ,  $DVS$  подаются на вход финального контролле-

ра FLC4, выходом которого является нечеткая функция  $DRM$  – уровень риска вождения. Ключевой особенностью данной нечеткой системы является вложенность нечетких множеств: три нечетких множества первого уровня, которые характеризуются различными источниками данных, формируют три выходных переменных, для которых применяются преобразование и дефазификация на втором уровне. База данных в указанном примере содержит по три переменных в условии «ЕСЛИ ..., ТО» для каждого из сложных множеств.

Для определения функций принадлежности на входных универсумах в табл. 9 определены следующие лингвистические термы для каждого из множеств: низкий, средний и высокий.

Таблица 9

#### Характеристика входных термов и их универсумов для задачи «Система автономной помощи водителю»

Параметр/функция принадлежности	Значения входных термов			Универсум
	Низкий	Средний	Высокий	
Относительная влажность (треуг.)**	[0; 15; 30] ( $L$ )	[20; 45; 70] ( $M$ )	[50; 100] ( $H$ )	[0; ...; 100]
Относительная влажность (трапец.)*	[0; 2; 30] ( $L$ )	[20; 43; 47; 70] ( $M$ )	[50; 98; 100] ( $H$ )	[0; ...; 100]
Уровень шума (треуг.)*	[0; 30; 70] ( $Q$ )	[45; 65; 85] ( $N$ )	[70; 90; 100] ( $VN$ )	[0; ...; 100]
Уровень шума (трапец.)**	[0; 2; 70] ( $Q$ )	[45; 63; 67; 85] ( $N$ )	[70; 98; 100] ( $VN$ )	[0; ...; 100]
Температура в салоне (треуг.)*	[0; 19] ( $Lo$ )	[13; 21; 29] ( $Me$ )	[22; 45] ( $Hi$ )	[0; ...; 45]
Температура в салоне (трапец.)*	[0; 2; 19] ( $Lo$ )	[13; 19; 23; 29] ( $Me$ )	[22; 43; 45] ( $Hi$ )	[0; ...; 45]
Погодные условия (треуг.)*	[0; 0,45] ( $VB$ )	[0,1; 0,5; 0,9] ( $B$ )	[0,55; 1] ( $G$ )	[0; ...; 1]
Погодные условия (трапец.)*	[0; 0,02; 0,45] ( $VB$ )	[0,1; 0,48; 0,52; 0,9] ( $B$ )	[0,55; 0,98; 1] ( $G$ )	[0; ...; 1]
Дорожные условия (треуг.)*	[0; 0,45] ( $VBa$ )	[0,1; 0,5; 0,9] ( $Ba$ )	[0,55; 1] ( $Go$ )	[0; ...; 1]
Дорожные условия (трапец.)*	[0; 0,02; 0,45] ( $VBa$ )	[0,1; 0,48; 0,52; 0,9] ( $Ba$ )	[0,55; 1] ( $Go$ )	[0; ...; 1]
Скорость автомобиля (треуг.)*	[0; 40] ( $Sl$ )	[20; 50; 80] ( $Mo$ )	[60; 130] ( $Fa$ )	[0; ...; 120]
Скорость автомобиля (трапец.)*	[0; 0; 20; 40] ( $Sl$ )	[20; 48; 52; 80] ( $Mo$ )	[60; 118; 120] ( $Fa$ )	[0; ...; 120]
Частота дыхания (треуг.)*	[0; 12] ( $Sl$ )	[8; 15; 22] ( $Nm$ )	[18; 40] ( $Fs$ )	[0; ...; 40]
Частота дыхания (трапец.)*	[0; 1; 12] ( $Sl$ )	[8; 14; 16; 22] ( $Nm$ )	[18; 39; 40] ( $Fs$ )	[0; ...; 40]
Отклонения температуры тела (треуг.)*	[0; 1,2] ( $Sm$ )	[0,5; 1,5; 2,2] ( $H$ )	[1,7; 3] ( $VH$ )	[0; ...; 3]
Отклонения температуры тела (трапец.)*	[0; 0,1; 1,2] ( $Sm$ )	[0,5; 1,1; 1,3; 2,2] ( $H$ )	[1,7; 2,9; 3] ( $VH$ )	[0; ...; 3]
Частота сердечных сокращений (треуг.)*	[30; 65] ( $S$ )	[35; 75; 110] ( $No$ )	[85; 150] ( $Fa$ )	[30; ...; 150]
Частота сердечных сокращений (трапец.)*	[30; 32; 60] ( $S$ )	[55; 73; 77; 110] ( $No$ )	[85; 148; 150] ( $Fa$ )	[30; ...; 150]

\* Примечание. Функции принадлежности: треугольная – треуг.; трапециевидная – трапец.

Выходным для всей системы является универсум «Уровень риска вождения» ( $DRM$ ), на котором определены интервалы функций принадлежности и лингвистических термов (табл. 10).

Базы нечетких правил для каждого из промежуточных контроллеров (FLC1, FLC2, FLC3) и финального (FLC4) представлены соответственно в табл. 11–14.

Общее число вариантов входных значений при использовании прямого перебора значений составляет  $9,72 \times 10^{16}$  единиц, что при работе в однопоточном режиме не позволяет завершить эксперимент в приемлемое время. Для уменьшения размерности задачи сделаны следующие допущения: количество входных значений для каждого множества (FLC1–FLC3) было уменьшено от 4 до 10 раз, что повлекло общее снижение количества входных данных до  $5,6 \times 10^7$ .

Результаты тестирования FLC4 по выходным значениям и времени работы тестовой системы представлены на рис. 4 и 5. Анализ гистограммы 4 показывает, что выходные величины треугольной и

трапециевидной функций принадлежности достаточно близки. Однако трапециевидная функция принадлежности обладает лучшим в сравнении с треугольной свойством аппроксимации, поэтому результаты лежат ближе к центральным значениям.

Таблица 10

#### Характеристика выходных термов $DRM$ и универсума

Значения выходных термов $DRM$ и универсума	Параметр/функция принадлежности	
	Уровень риска вождения	
	(треуг.)*	(трапец.)*
Безопасный ( $SF$ )	[0; 0,10]	[0; 0,1; 0,10]
Незначительный ( $VL$ )	[0; 0,12; 0,25]	[0; 0,11; 0,13; 0,25]
Низкий ( $Lw$ )	[0,12; 0,25; 0,37]	[0,12; 0,24; 0,26; 0,37]
Управляемый ( $Md$ )	[0,25; 0,37; 0,5]	[0,25; 0,36; 0,38; 0,5]
Значительный ( $Co$ )	[0,4; 0,5; 0,6]	[0,4; 0,49; 0,51; 0,6]
Высокий ( $Hg$ )	[0,5; 0,63; 0,75]	[0,5; 0,62; 0,64; 0,75]
Очень высокий ( $VH$ )	[0,60; 0,75; 0,90]	[0,62; 0,74; 0,76; 0,88]
Серьезный ( $Sv$ )	[0,75; 0,87; 1]	[0,72; 0,86; 0,88; 1]
Опасный ( $D$ )	[0,9; 1]	[0,9; 0,99; 1]
Универсум	[0, ..., 1]	



Таблица 11

## База нечетких правил для множества FLC1

№	RH	NL	ET	VIE	№	RH	NL	ET	VIE	№	RH	NL	ET	VIE
1	L	Q	Lo	UC	10	M	Q	Lo	Mod	19	H	Q	Lo	UC
2	L	Q	Me	Mod	11	M	Q	Me	C	20	H	Q	Me	Mod
3	L	Q	Hi	UC	12	M	Q	Hi	Mod	21	H	Q	Hi	UC
4	L	N	Lo	VUC	13	M	N	Lo	UC	22	H	N	Lo	VUC
5	L	N	Me	UC	14	M	N	Me	Mod	23	H	N	Me	UC
6	L	N	Hi	VUC	15	M	N	Hi	UC	24	H	N	Hi	VUC
7	L	VN	Lo	EUC	16	M	VN	Lo	VUC	25	H	VN	Lo	EUC
8	L	VN	Me	VUC	17	M	VN	Me	UC	26	H	VN	Me	VUC
9	L	VN	Hi	EUC	18	M	VN	Hi	VUC	27	H	VN	Hi	EUC

Таблица 12

## База нечетких правил для множества FLC2

№	WC	RC	VS	WRS	№	WC	RC	VS	WRS	№	WC	RC	VS	WRS
1	VB	VBa	Sl	CD	10	B	VBa	Sl	MD	19	G	VBa	Sl	N/MD
2	VB	VBa	Mo	VHD	11	B	VBa	Mo	HD	20	G	VBa	Mo	MD
3	VB	VBa	Fa	VHD	12	B	VBa	Fa	VHD	21	G	VBa	Fa	HD
4	VB	Ba	Sl	CD	13	B	Ba	Sl	MD	22	G	Ba	Sl	N/MD
5	VB	Ba	Mo	CD	14	B	Ba	Mo	CD	23	G	Ba	Mo	MD
6	VB	Ba	Fa	VHD	15	B	Ba	Fa	HD	24	G	Ba	Fa	CD
7	VB	Go	Sl	MD	16	B	Go	Sl	N/MD	25	G	Go	Sl	N/MD
8	VB	Go	Mo	CD	17	B	Go	Mo	MD	26	G	Go	Mo	N/MD
9	VB	Go	Fa	HD	18	B	Go	Fa	CD	27	G	Go	Fa	MD

Таблица 13

## База нечетких правил для множества FLC3

№	RR	BTV	HR	DVS	№	RR	BTV	HR	DVS	№	RR	BTV	HR	DVS
1	SL	Sm	S	B	10	Nm	Sm	S	F	9	Fs	Sm	S	B
2	SL	Sm	No	F	1	Nm	Sm	No	G	20	Fs	Sm	No	F
3	SL	Sm	Fa	B	12	Nm	Sm	Fa	F	21	Fs	Sm	Fa	B
4	SL	H	S	VB	13	Nm	H	S	VB	22	Fs	H	S	VB
5	SL	H	No	B	14	Nm	H	No	F	23	Fs	H	No	B
6	SL	H	Fa	VB	15	Nm	H	Fa	VB	24	Fs	H	Fa	VB
7	SL	VH	S	EB	16	Nm	VH	S	EB	25	Fs	VH	S	EB
8	SL	VH	No	VB	17	Nm	VH	No	VB	26	Fs	VH	No	VB
9	SL	VH	Fa	EB	18	Nm	VH	Fa	EB	27	Fs	VH	Fa	EB

Таблица 14

## База нечетких правил для множества FLC4

№	VIE	WRS	DVS	DRM	№	VIE	WRS	DVS	DRM	№	VIE	WRS	DVS	DRM
1	EUC	N/MD	EB	Sv	43	VUC	HD	B	Sv	85	Mod	MD	G	VL
2	EUC	N/MD	VB	VH	44	VUC	HD	F	VH	86	Mod	CD	EB	Hg
3	EUC	N/MD	B	Hg	45	VUC	HD	G	Hg	87	Mod	CD	VB	Hg
4	EUC	N/MD	F	Co	46	VUC	VHD	EB	D	88	Mod	CD	B	Co
5	EUC	N/MD	G	Md	47	VUC	VHD	VB	D	89	Mod	CD	F	Md
6	EUC	MD	EB	D	48	VUC	VHD	B	D	90	Mod	CD	G	Lw
7	EUC	MD	VB	Sv	49	VUC	VHD	F	Sv	91	Mod	HD	EB	VH
8	EUC	MD	B	VH	50	VUC	VHD	G	VH	92	Mod	HD	VB	VH
9	EUC	MD	F	Hg	51	UC	N/MD	EB	Hg	93	Mod	HD	B	Hg
10	EUC	MD	G	Co	52	UC	N/MD	VB	Co	94	Mod	HD	F	Co
11	EUC	CD	FB	D	53	UC	N/MD	B	Md	95	Mod	HD	G	Md
12	EUC	CD	VB	D	54	UC	N/MD	F	Lw	96	Mod	VHD	EB	Sv
13	EUC	CD	B	Sv	55	UC	N/MD	G	VL	97	Mod	VHD	VB	Sv
14	EUC	CD	F	VH	56	UC	MD	EB	VH	98	Mod	VHD	B	VH
15	EUC	CD	G	Hg	57	UC	MD	VB	Hg	99	Mod	VHD	F	Hg
16	EUC	HD	EB	D	58	UC	MD	B	Co	100	Mod	VHD	G	Co
17	EUC	HD	VB	D	59	UC	MD	F	Md	101	C	N/MD	EB	Md
18	EUC	HD	B	Sv	60	UC	MD	G	Lw	102	C	N/MD	VB	Lw
19	EUC	HD	F	Sv	61	UC	CD	EB	Sv	103	C	N/MD	B	VL
20	EC	HD	G	VH	62	UC	CD	VB	VH	104	C	N/D	F	Sf
21	EUC	VHD	EB	D	63	UC	CD	B	Hg	105	C	N/MD	G	Sf
22	EUC	VHD	VB	D	64	UC	CD	F	Co	106	C	MD	EB	Co

№	VIE	WRS	DVS	DRM	№	VIE	WRS	DVS	DRM	№	VIE	WRS	DVS	DRM
23	EUC	VHD	B	D	65	UC	CD	G	Md	107	C	MD	VB	Md
24	EUC	VHD	F	D	66	UC	HD	EB	D	108	C	MD	B	Lw
25	EUC	VHD	G	Sv	67	UC	HD	VB	Sv	109	C	MD	F	VL
26	VUC	N/MD	EB	VH	68	UC	HD	B	VH	110	C	MD	G	VL
27	VUC	N/MD	VB	Hg	69	UC	HD	F	Hg	111	C	CD	EB	Hg
28	VUC	N/MD	B	Co	70	UC	HD	G	Co	112	C	CD	VB	Co
29	VUC	N/MD	F	Md	71	UC	VHD	EB	D	113	C	CD	B	Md
30	VUC	N/MD	G	Lw	72	UC	VHD	VB	D	114	C	CD	F	Lw
31	VUC	MD	EB	Sv	73	UC	VHD	B	Sv	115	C	CD	G	Lw
32	VUC	MD	VB	VH	74	UC	VHD	F	VH	116	C	HD	EB	VH
33	VUC	MD	B	Hg	75	UC	VHD	G	Hg	117	C	HD	VB	Hg
34	VUC	MD	F	Co	76	Mod	N/MD	EB	Md	118	C	HD	B	Co
35	VUC	MD	G	Md	77	Mod	N/MD	VB	Md	119	C	HD	F	Md
36	VUC	CD	EB	D	78	Mod	N/MD	B	Lw	120	C	HD	G	Md
37	VUC	CD	VB	Sv	79	Mod	N/MD	F	VL	121	C	VHD	EB	Sv
38	VUC	CD	B	VH	80	Mod	N/MD	G	Sf	122	C	VHD	VB	VH
39	VUC	CD	F	Hg	81	Mod	MD	EB	Co	123	C	VHD	B	Hg
40	VUC	CD	G	Co	82	Mod	MD	VB	Co	124	C	VHD	F	Co
41	VUC	HD	EB	D	83	Mod	MD	B	Md	125	C	VHD	G	Co
42	VUC	HD	VB	D	84	Mod	MD	F	Lw					

Треугольная функция принадлежности имеет «пики» в интервале [60–100], выходные значения распределены по всей гистограмме. Эта закономерность свойственна и для выходных значений промежуточных контроллеров.

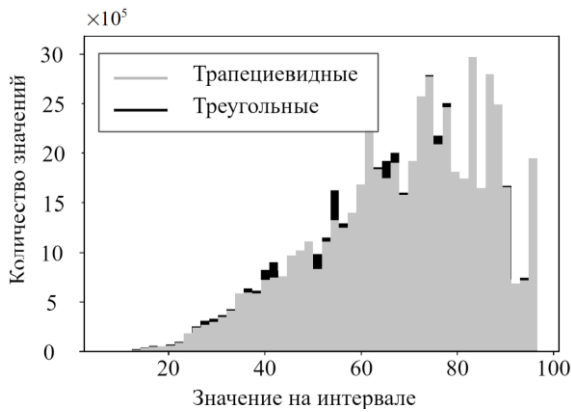


Рис. 4. Распределение значений выходной переменной от 0 до 100

выходной функции принадлежности составляет 94% от итогового времени, на этапы фаззификации и дефаззификации приходится соответственно 6%. Разница в дисперсии для выходных значений составляет 2% в пользу трапецевидной функции.

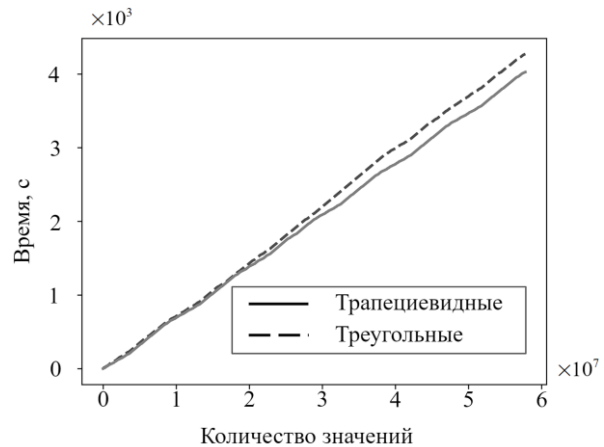


Рис. 5. Зависимость времени вычисления от количества входных данных

График изменения времени вычисления выходных переменных (см. рис. 5) показывает, что для обоих типов функций принадлежности время выполнения увеличивается линейно от количества входных значений.

Распределение времени выполнения программы по операциям нечеткого вывода представлено в табл. 15.

Анализ таблицы показывает, что на операциях фаззификации и дефаззификации время вычисления практически одинаково, однако вычисление выходной функции для трапецевидной функции меньше по сравнению с треугольной. Соответственно, и итоговое время вычисления при использовании трапецевидной функции составляет 4024 с, для треугольной – 4269 с, разница составила 245 с (5,8%) в пользу трапецевидной функции. Время вычисления

Таблица 15

**Распределение времени по операциям нечеткого вывода**

Функция принадлежности	Время вычисления, с			Дисперсия выходной функции
	Фаззификация	Вычисление значений выходной функции	Дефаззификация	
Треуг.	58	4 037	174	302
Трапец.	58	3 793	173	295,95,

Выигрыш во времени для трапецевидной функции принадлежности можно объяснить тем, что выходные функции принадлежности трапецевидной формы промежуточных контроллеров обладают лучшим свойством аппроксимации, выходные значения с большей вероятностью находятся на интервалах, которые определяются одним из лингвисти-

ческих термов однозначно, соответственно, для вычисления выходного значения финального контроллера задействуется меньшее количество правил «ЕСЛИ – ТО» и, как следствие, затрачиваемое время на вычисления выходных значений финального контроллера сокращается.

#### Заключение

1. В каждой из тестовых задач значения выходных величин треугольной и трапециевидной функций принадлежности достаточно близки, время вычисления выходных значений для обоих типов функций принадлежности имеет линейную зависимость от количества входных значений.

2. Время вычисления на этапах фаззификации и дефаззификации для обеих функций принадлежности во всех задачах практически одинаково, что косвенно подтверждает корректность работы функций для измерения времени вычисления.

3. При увеличении сложности нечеткой системы и как следствие увеличении базы правил нечеткого вывода преимущество по абсолютному времени вычисления переходит от треугольной функции принадлежности к трапециевидной. При тестирования нечеткой системы с несколькими вложенными нечеткими контроллерами разница составила 5,8%.

4. Во всех тестовых задачах основное влияние на итоговое время работы алгоритма нечеткого вывода оказывает время вычисления выходной функции принадлежности, на которое приходится 89–94%, на этапы фаззификации и дефаззификации приходится соответственно 11–6%. Разница в дисперсии выходных функций во всех задачах составляет 9–13% в пользу трапециевидной функции.

5. Авторы не претендуют на полноту исследований по рассмотренной проблематике и планируют продолжить эксперименты на других практических задачах, меняя количество входных данных, термов и интервалов их описания, используя другие алгоритмы нечеткого вывода.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России; проект FEWM-2023-0013.

#### Литература

1. Тарасян В.С. Пакет Fuzzy Logic Toolbox For Matlab: учеб. пособие. – Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. – 112 с.
2. Caymaz T. Evaluation of ergonomic conditions using fuzzy logic in a metal processing plant / T. Caymaz, S. Çalişkan, A.R. Botsali // International Journal of Computational and Experimental Science and Engineering. – 2022. – Vol. 8, No. 1. – P. 19–24.
3. Optimal design of building environment with hybrid genetic algorithm, artificial neural network, multivariate regression analysis and fuzzy logic controller / T. Zhang, Y. Liu, Y. Rao, X. Li, O. Zhao // Building and Environment. – 2020. – Vol. 175. – P. 106810.
4. Ali O.A.M. Comparison between the effects of different types of membership functions on fuzzy logic controller performance / O.A.M. Ali, A.Y. Ali, B.S. Sumait // International Journal. – 2015. – Vol. 76. – P. 76–83.

5. Prajapati S. Performance evaluation of membership function on fuzzy logic model for solar PV array / S. Prajapati, E. Fernandez // 2020 IEEE International Conference on Computing, Power and Communication Technologies (GUCON). – 2020. – P. 609–613.

6. Generating clustering-based interval fuzzy type-2 triangular and trapezoidal membership functions: A structured literature review / S.H. Khairuddin, M.H. Hasan, M.A. Hashmani, M.H. Azam // Symmetry. – 2021. – Vol. 13, No. 2. – P. 239. DOI: 10.3390/sym13020239.

7. Talpur N. An investigation of membership functions on performance of ANFIS for solving classification problems / N. Talpur, M.N.M. Salleh, K. Hussain // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – Vol. 226. – P. 012103 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.researchgate.net/publication/319107925>, свободный (дата обращения: 20.12.2023).

8. Sadollah A. Introductory chapter: which membership function is appropriate in fuzzy system? // Fuzzy logic based in optimization methods and control systems and its applications. – IntechOpen. – 2018 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.researchgate.net/publication/328643706>, свободный (дата обращения: 20.12.2023).

9. Авдеева В.И. Оценка эффективности системы сохранения здоровья в регионе на основе использования методов нечеткой логики / В.И. Авдеева, И.В. Князева // Экономика: вчера, сегодня, завтра. – 2019. – Т. 9, № 5–1. – С. 395–404.

10. Колодников М.И. Построение пользовательских функций принадлежности в пакете MatLab / М.И. Колодников, А.А. Ефремов // Молодежь и современные информационные технологии: сб. тр. XIV Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск, 7–11 ноября 2016 г.: в 2 т. – Томск: Изд-во ТПУ, 2016. – Т. 1. – С. 352–353.

11. Мешковский Е.О. Нечёткое согласованное управление системой электроприводов четырёхколёсного мобильного робота / Е.О. Мешковский, А.Д. Курмашев, В.Я. Фролов // Доклады ТУСУР. – 2020. – Т. 23, № 3. – С. 61–69.

12. Krishnan R.S. Fuzzy logic based smart irrigation system using internet of things / R.S. Krishnan, R. Sekar // Journal of Cleaner Production. – 2020. – Vol. 252. – P. 119902.

13. Gallab M. Risk assessment of maintenance activities using fuzzy logic / M. Gallab, H. Bouloiz, Y.L. Alaoui, M. Tkiouat // Procedia computer science. – 2019. – Vol. 148. – P. 226–235.

14. Miranda Rios V. de. Detection of reduction-of-quality DDoS attacks using Fuzzy Logic and machine learning algorithms / V. de Miranda Rios, P.R.M. Inácio, D. Magoni, M.M. Freire // Computer Networks. – 2021. – Vol. 186. – P. 107792.

15. Lau H.C.W. A fuzzy logic approach to forecast energy consumption change in a manufacturing system / H.C.W. Lau, E.N.M. Cheng, C. Lee, G.T.s. Ho // Expert Systems with Applications. – 2008. – Vol. 34, No. 3. – P. 1813–1824.

16. Зубкова Т.М. Автоматизация управления рисками программных проектов на основе нечеткого логического вывода / Т.М. Зубкова, Е.Н. Ишакова // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2015. – Т. 15, № 5. – С. 877–885.

17. Yazdi K. A credit rating model in a fuzzy inference system environment / K. Yazdi, A. Hanne, T. Wang, W. Hui // Algorithms. – 2019. – No. 12. – P. 139.

18. Ergüzel O.Ş. A Different Approach to Global Supplier Risk: A Finance Based Model / O.Ş. Ergüzel,

H. Tunahan, E. Sinan // *Alphanumeric Journal*. – 2019. – Vol. 7. – P. 11–24.

19. Pamucar D. Vehicle route selection with an adaptive neuro fuzzy inference system in uncertainty conditions / D. Pamucar, G. Ćirović // *Decision Making: Applications in Management and Engineering*. – 2018. – Vol. 1, No. 1. – P. 13–37.

20. Sremac S. ANFIS model for determining the economic order quantity / S. Sremac, I. Tanackov, M. Kopic, D. Radovic // *Decision Making: Applications in Management and Engineering*. – 2018. – Vol. 1, No. 2. – P. 81–92.

21. Sharma S. Mathematical modelling, analysis and design of fuzzy logic controller for the control of ventilation systems using MATLAB fuzzy logic toolbox / S. Sharma, A.J. Obaid // *Journal of Interdisciplinary Mathematics*. – 2020. – Vol. 23, No. 4. – P. 843–849.

22. Prediction of rainfall using fuzzy logic / R. Janarthanan, R. Balamurali, A. Annapoorani, V. Vimala // *Materials Today: Proceedings*. – 2021. – Vol. 37. – P. 959–963.

23. Ахаев А.В. Алгоритм оценивания функционального наполнения программных продуктов на основе нечеткого логического вывода // *Доклады ТУСУР*. – 2013. – № 2 (28). – С. 169–174.

24. Cost and risk aggregation in multi-objective route planning for hazardous materials transportation – A neuro-fuzzy and artificial bee colony approach / D. Pamučar, S. Ljubojević, D. Kostadinović, B. Đorović // *Expert Systems with Applications*. – 2016. – Vol. 65. – P. 1–15.

25. Performance evaluation of an integrated fuzzy-based driving-support system for real-time risk management in VANETs / K. Bylykbashi, E. Qafzezi, P. Ampirit, M. Ikeda, K. Matsuo, L. Barolli // *Sensors*. – 2020. – Vol. 20, No. 22. – P. 6537.

26. Fuzzy logic based approach for ship-bridge collision alert system / B. Wu, T.L. Yip, X. Yan, C.G. Soares // *Ocean Engineering*. – 2019. – Vol. 187. – P. 106152.

27. Fuzzy logic based dynamic decision-making system for intelligent navigation strategy within inland traffic separation schemes / B. Wu, T. Cheng, T.L. Yip, Y. Wang // *Ocean Engineering*. – 2020. – Vol. 197. – P. 106909.

28. Глушенко С.А. Применение механизма нечеткой логики для оценки риска инвестиционно-строительных проектов // *Вестник Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)*. – 2014. – № 3 (47). – С. 58–68.

29. Глушенко С.А. Система нечеткого моделирования рисков инвестиционно-строительных проектов / С.А. Глушенко, А.И. Долженко // *Бизнес-информатика*. – 2015. – № 2 (32). – С. 48–58.

30. Castro J.L. Fuzzy logic controllers are universal approximators // *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*. – 1995. – Vol. 25, No. 4. – P. 629–635.

31. Yeh C.T. Trapezoidal and triangular approximations preserving the expected interval // *Fuzzy sets and systems*. – 2008. – Vol. 159, No. 11. – P. 1345–1353.

32. Yeh C.T. Existence of interval, triangular, and trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2017. – Vol. 310. – P. 1–13.

33. Princy S. Comparison of triangular and trapezoidal fuzzy membership function / S. Princy, S.S. Dhenakaran // *J. Comput. Sci. Eng.* – 2016. – Vol. 2, No. 8. – P. 46–51.

34. Coroianu L. Trapezoidal approximations of fuzzy numbers using quadratic programs // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2021. – Vol. 417. – P. 71–92.

35. Estdale J. Applying the ISO/IEC 25010 quality models to software product / J. Estdale, E. Georgiadou // *Systems,*

*Software and Ser-vices Process Improvement: 25th European Conference, Eu-roSPI 2018, Bilbao, Spain, September 5–7, 2018, Proceedings 25.* – Springer International Publishing, 2018. – P. 492–503.

36. Mandal S. Risk analysis using FMEA: Fuzzy similarity value and possibility theory-based approach / S. Mandal, J. Maiti // *Expert Systems with Applications*. – 2014. – Vol. 41, No. 7. – P. 3527–3537.

37. Çakır E. Digitalization on Aviation 4.0: Designing a Scikit-Fuzzy control system for in-flight catering customer satisfaction / E. Çakır, Z. Ulukan // *Intelligent and Fuzzy Techniques in Aviation 4.0: Theory and Applications*. – Cham: Springer International Publishing, 2021. – P. 123–146.

38. Pablo C. JFuzzyLogic: a robust and flexible Fuzzy-Logic inference system language implementation. / C. Pablo, J.A. Fdez // *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. – 2012. – P. 1–8. DOI: 10.1109/FUZZ-IEEE.2012.6251215.

39. Mamdani E.H. Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers // *International Journal of Man-Machine Studies*. – 1976. – Vol. 8, No. 6. – P. 669–678.

#### **Ехлаков Юрий Поликарпович**

Д-р техн. наук, проф. каф. автоматизации обработки информации (АОИ) Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР).

Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050

ORCID: 0000-0003-1662-4005

Тел.: +7-913-816-42-73

Эл. почта: ure@tusur.ru

#### **Сапрунов Сергей Олегович**

Аспирант каф. управления инновациями (КУИ) Томского государственного университета (ТГУ)

Ленина пр-т, 36, Томск, Россия, 634050

ORCID: 0009-0004-9716-8623

Тел.: +7-913-109-67-51

Эл. почта: Saprunov3@mail.ru

#### **Погуда Алексей Андреевич**

Канд. техн. наук,

доцент фак-та инновационных технологий ТГУ

Ленина пр-т, 36, г. Томск, Россия, 634050

Тел.: +7 (382-2) 52-94-98

Эл. почта: aapoguda@gmail.com

#### **Черкашин Никита Сергеевич**

Аспирант каф. КУИ ТГУ

Ленина пр-т, 36, г. Томск, Россия, 634050.

Тел.: +7-952-679-88-01

Эл. почта: nikitos0628@gmail.com

Ekhlaikov Y.P., Saprunov S.O., Poguda A.A., Cherkashin N.S.

#### **Comparison of fuzzy logic systems based on triangular and trapezoidal membership functions**

The article is devoted to assessing the efficiency of using triangular and trapezoidal membership functions in fuzzy systems. Two metrics are proposed: execution time of the fuzzy inference algorithm, dispersion of the output value. The results

of experiments on testing three fuzzy systems of different architecture complexity are presented: determining the size of a tip for a waiter; forecasting changes in energy consumption in the production system; driver assistance on the roads.

**Keywords:** fuzzy logic, membership functions, fuzzy inference time.

**DOI:** 10.21293/1818-0442-2024-27-1-49-62

### References

1. Tarasyan V.S. *Paket Fuzzy Logic Toolbox for MatLab. Uchebnoe posobie* [Fuzzy Logic Toolbox for Matlab package: textbook for the courses]. Ekaterinburg, UrGUPS Publ., 2013. 112 p. (in Russ).
2. Caymaz T., Çalişkan S., Botsali A.R. Evaluation of ergonomic conditions using fuzzy logic in a metal processing plant. *International Journal of Computational and Experimental Science and Engineering*, 2022, vol. 8, no. 1, pp. 19–24.
3. Zhang T., Liu Y., Rao X., Li X. Optimal design of building environment with hybrid genetic algorithm, artificial neural network, multivariate regression analysis and fuzzy logic controller. *Building and Environment*, 2020, vol. 175, pp. 106810.
4. Ali O.A.M., Ali A.Y., Sumait B.S. Comparison between the effects of different types of membership functions on fuzzy logic controller performance. *International Journal*, 2015, vol. 76, pp. 76–83.
5. Prajapati S., Fernandez E. Performance evaluation of membership function on fuzzy logic model for solar PV array. *2020 IEEE International Conference on Computing, Power and Communication Technologies (GUCON)*. IEEE, 2020, pp. 609–613.
6. Khairuddin S.H., Hasan M.H., Hashmani M.A., Azam M.H. Generating clustering-based interval fuzzy type-2 triangular and trapezoidal membership functions: A structured literature review. *Symmetry*, 2021, vol. 13, no. 2, pp. 239. DOI: 10.3390/sym13020239.
7. Talpur N., Salleh M.N., Hussain K. An investigation of membership functions on performance of ANFIS for solving classification problems. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 226, pp. 012103. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/319107925>, free (Accessed: December 20, 2023).
8. Sadollah A. Introductory chapter: which membership function is appropriate in fuzzy system? *Fuzzy logic based in optimization methods and control systems and its applications*, 2018. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/328643706>, free (Accessed: December 20, 2023).
9. Avdeeva V.I., Knyazeva I.V. *Ocenka effektivnosti sistmy sohraneniya zdorov'ya v regione na osnove ispolzovaniya metodov nechetkoy logiki* [Assessing the efficiency of the health preservation system in zones based on the use of fuzzy logic methods]. *Economics: Yesterday, Today, Tomorrow*, 2019, vol. 9, no. 5-1, pp. 395–404 (in Russ).
10. Kolodnikov M.I., Efermov A.A. *Postroenie polzovatel'skikh funktsiy prinadlezhnosti v pakete MatLab* [Construction of custom membership functions in the MatLab package]. *Youth and Modern Information Technologies: Collection of Proceedings of the XIV International Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduate Students and Young Scientists*, 2016, vol. 1, pp. 352–353 (in Russ).
11. Meshkovskiy E.O., Kurmashev A.D., Frolov V.Y. *Nechetkoe soglasovannoe upravlenie sistemoy electropriwodov chetirehkolesnogo mobilnogo robota* [Fuzzy coordinated control of the electric drive system of a four-wheeled mobile robot]. *Proceedings of TUSUR University*, 2020, vol. 23, no. 3, pp. 61–69 (in Russ.).
12. Krishnan R.S., Sekar R. Fuzzy logic based smart irrigation system using internet of things. *Journal of Cleaner Production*, 2020, vol. 252, pp. 119902.
13. Gallab M., Bouloiz H., L. Alaoui Y., Tkiouat M. Risk assessment of maintenance activities using fuzzy logic. *Procedia Computer Science*, 2019, vol. 148, pp. 226–235.
14. de Miranda R.V., Inácio P.R.M., Magoni D., Freire M.M. Detection of reduction-of-quality DDoS attacks using Fuzzy Logic and machine learning algorithms. *Computer Networks*, 2021, vol. 186, pp. 107792.
15. Lau H.C.W., Cheng E.N.M., Lee C., Ho G.T.s. A fuzzy logic approach to forecast energy consumption change in a manufacturing system. *Expert Systems with Applications*, 2008, vol. 34, no. 3, pp. 1813–1824.
16. Zubkova Tatiana M.T., Ishakova E.N. *Avtomatizaciya upravleniya riskami programmnikh projektov na osnove nechetkogo logicheskogo vivoda* [Risk management automation of software projects based on fuzzy inference]. *Journal Scientific and Technical of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 99, no. 5, pp. 877–885 (in Russ.).
17. Yazdi K., Hanne A., Wang T., Hui W. A credit rating model in a fuzzy inference system environment. *Algorithms*, 2019, vol. 12, no. 7, pp. 139.
18. Ergüzel O.Ş., Tunahan H., Sinan E. A Different Approach to Global Supplier Risk: A Finance Based Model. *Alphanumeric Journal*, 2019, vol. 7, pp. 11–24.
19. Pamucar D., Ćirović G. Vehicle route selection with an adaptive neuro fuzzy inference system in uncertainty conditions. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 2018, vol. 1, no. 1, pp. 13–37.
20. Sremac S., Tanackov I., Kopic M., Radovic D. ANFIS model for determining the economic order quantity. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 2018, vol. 1, no. 2, pp. 81–92.
21. Sharma S., Obaid A.J. Mathematical modelling, analysis and design of fuzzy logic controller for the control of ventilation systems using MATLAB fuzzy logic toolbox. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, 2020, vol. 23, no. 4, pp. 843–849.
22. Janarthanan R., Balamurali R., Annapoorani A., Vimala V. Prediction of rainfall using fuzzy logic, *Materials Today: Proceedings*, 2021, vol. 37, pp. 959–963.
23. Ahaev A.V. *Algoritm ocenivaniya funkcionalnogo napolneniya programmnikh produktov na osnove nechetkogo logicheskogo vivoda* [Algorithm for evaluating the functional content of software products based on fuzzy logical inference]. *Proceedings of TUSUR University*, 2013, no. 2 (28), pp. 169–174 (in Russ.).
24. Pamučar D., Ljubojević S., Kostadinović D., Đorović B. Cost and risk aggregation in multi-objective route planning for hazardous materials transportation—A neuro-fuzzy and artificial bee colony approach. *Expert Systems with Applications*, 2016, vol. 65, pp. 1–15.
25. Bylykbashi K., Qafzezi E., Ampririr P., Ikeda M., Matsuo K., Barolli L. Performance evaluation of an integrated fuzzy-based driving support system for real-time risk management in VANETs. *Sensors*, 2020, vol. 20, no. 22, pp. 6537.
26. Wu B., Yip T.L., Yan X., Soares C.G. Fuzzy logic based approach for ship-bridge collision alert system. *Ocean Engineering*, 2019, vol. 187, pp. 106152.
27. Wu B., Cheng T., Yip T.L., Wang Y. Fuzzy logic based dynamic decision-making system for intelligent navigation strategy within inland traffic separation schemes. *Ocean Engineering*, 2020, vol. 197, pp. 106909.
28. Glushenko S.A. *Primeneniye mekhanizma nechetkoy logiki dlya ocenki riska investicionno-stroitel'nykh projektov*

[Application of the fuzzy logic mechanism for risk assessment of investment and construction projects]. *Vestnik of Rostov State Economic University (RINH)*, 2014, vol. 3, pp. 58–68 (in Russ.).

29. Glushenko S.A., Dolzhenko A.I. *Sistema nechetkogo modelirovaniya riskov investicionn-stroitelnykh proektov* [System of the fuzzy logic for risk assessment of investment and construction projects]. *Vestnik of Rostov State Economic University (RINH)*, 2015, vol. 2 (32), pp. 48–58 (in Russ.).

30. Castro J.L. Fuzzy logic controllers are universal approximators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1995, vol. 25, no. 4, pp. 629–635

31. Yeh C.T. Trapezoidal and triangular approximations preserving the expected interval. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, vol. 159, no. 11, pp. 1345–1353.

32. Yeh C.T. Existence of interval, triangular, and trapezoidal approximations of fuzzy numbers under a general condition. *Fuzzy Sets and Systems*, 2017, vol. 310, pp. 1–13.

33. Princy S., Dhenakaran S.S. Comparison of triangular and trapezoidal fuzzy membership function. *Journal of Computer Science*, 2016, vol. 2, no. 8, pp. 46–51.

34. Coroianu L. Trapezoidal approximations of fuzzy numbers using quadratic programs. *Fuzzy Sets and Systems*, 2021, vol. 417, pp. 71–92.

35. Estdale J., Georgiadou E. Applying the ISO/IEC 25010 quality models to software product. *Systems, Software and Services Process Improvement: 25th European Conference, EuroSPI 2018, Proceedings 25. Springer International Publishing*, 2018, pp. 492–503.

36. Mandal S., Maiti J. Risk analysis using FMEA: Fuzzy similarity value and possibility theory-based approach. *Expert Systems with Applications*, 2014, vol. 41, no. 7, pp. 3527–3537.

37. Çakır E., Ulukan Z. Digitalization on Aviation 4.0: Designing a Scikit-Fuzzy control system for in-flight catering customer satisfaction. *Intelligent and Fuzzy Techniques in Aviation 4.0: Theory and Applications. Cham: Springer International Publishing*, 2021, pp. 123–146.

38. Cingolani P., Alcalá-Fdez J. JFuzzyLogic: a robust and flexible Fuzzy-Logic inference system language implementation. *Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE), 2012 IEEE Interna-*

*tional Conference on Fuzzy Systems*, 2012, pp. 1–8. DOI: 10.1109/FUZZ-IEEE.2012.6251215.

39. Mamdani E.H. Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1976, vol. 8, no. 6, pp. 669–678.

---

#### **Yuriy P. Ekhlakov**

Doctor of Science in Engineering, Professor,  
Department of Control Systems, Tomsk State University  
of Control systems and Radioelectronics (TUSUR)  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050

ORCID: 0000-0003-1662-4005

Phone: +7-913-816-42-73

Email: upe@tusur.ru

#### **Sergei O. Saprunov**

Postgraduate student, Department of Innovation Technologies,  
National Research Tomsk State University  
36, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050

ORCID: 0009-0004-9716-8623

Phone: +7-913-109 67 51

Email: Saprunov3@mail.ru

#### **Alexey A. Poguda**

Candidate of Sciences in Engineering, Assistant Professor,  
Department of Innovation Technologies,  
National Research Tomsk State University  
36, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050

Phone: +7 (382-2) 52-94-98

Email: aapoguda@gmail.com

#### **Nikita S. Cherkashin**

Postgraduate student, Department of Innovation Technologies,  
National Research Tomsk State University  
36, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050

Phone: +7-952-679-88-01

Email: nikitos0628@gmail.com