

УДК 001.891.573, 535-4

А.А. Швачко, В.В. Матюшкин

Эффект Фарадея в знакопеременном магнитном поле: математическая модель

Одной из ключевых проблем сложных конструктивно и протяженных электронных приборов, к которым относится и лампа бегущей волны, является сложность сборки с обязательным условием совпадения геометрических осей всех элементов. Процесс неминуемой настройки совпадения осей называют юстировкой. Идеальной юстировки прибора очень сложно достичь из-за множества воздействующих факторов, следовательно, возникает необходимость создания автоматизированных комплексов моделирования юстировки электронного потока в системе формирования магнитного поля в фокусирующих системах. Решение задач юстировки можно осуществить с помощью магнитооптических методов, так как известно, что при воздействии магнитного поля свет проявляет ряд схожих свойств при воздействии на него магнитных полей. Целью работы является создание математической модели, позволяющей смоделировать изменение плоскости поляризации света при прохождении (движении) магнитооптического датчика) вдоль оси магнитной системы.

Ключевые слова: юстировка магнитных систем, эффект Фарадея, магнитооптические среды, постоянный магнит, магнитная система, математическая модель, фокусирующая система, световой пучок.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-4-89-94

Одной из ключевых проблем сложных конструктивно и протяженных электронных приборов, к которым относится и лампа бегущей волны, является сложность сборки с обязательным условием совпадения геометрических осей всех элементов. Совпадение всех осей: оси магнитной фокусирующей системы, центральной оси пролетного канала, а также электронного потока – важно для обеспечения работы прибора на требуемых мощностях, а также для долговечности в целом. При несовпадении осей возможно оседание электронов с границы электронного пучка на элементах замедляющей системы, что приводит, к примеру, к раннему выходу из строя всего дорогостоящего прибора. Несовпадение осей при сборке может возникать из-за низкого качества поступающих на производство материалов (например, несовпадение сорта меди) и из-за различных отклонений в технологическом процессе при изготовлении тех или иных элементов. Обеспечение высокого качества изготовления элементов зачастую осложнено штучным или мелкосерийным характером производства. Процесс неминуемой настройки совпадения осей называют юстировкой [1–4].

Из-за невозможности изначального изготовления идеального с этой точки зрения прибора и сложности процесса (и невозможности вывести единый алгоритм) традиционно происходит поиск все новых методик, а также осуществляются попытки моделирования процесса юстировки с целью детального объяснения всех протекающих процессов.

В данном случае предлагается сосредоточиться на юстировке магнитной системы и электронного пучка. Важность данной компоненты можно объяснить на примере опыта с соленоидом. В соленоиде в отличие от постоянных магнитов поперечная компонента наиболее стабильна. В данном опыте в соленоид помещался датчик Холла для фиксации поперечной компоненты магнитного поля. Датчик помещался в соленоид на небольшом расстоянии от центра соленоида. Результат измерения приведен на рис. 1. Приведенная характеристика показывает, как даже минимальное отклонение положения датчика Холла от центральной оси способно спровоцировать неравномерность поперечной компоненты магнитного поля, что свидетельствует о несовпадении с центральной осью магнитного поля.

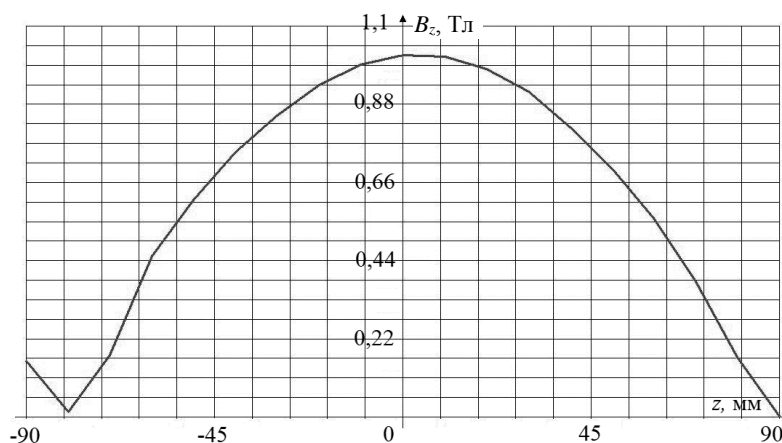


Рис. 1. Изменение поперечной составляющей магнитного поля при вращении датчика (угол γ)

Схема магнитной периодической фокусирующей системы (МПФС) и графики возможного несоответствия механической, магнитной осей и электронного потока приведены на рис. 2, 3.

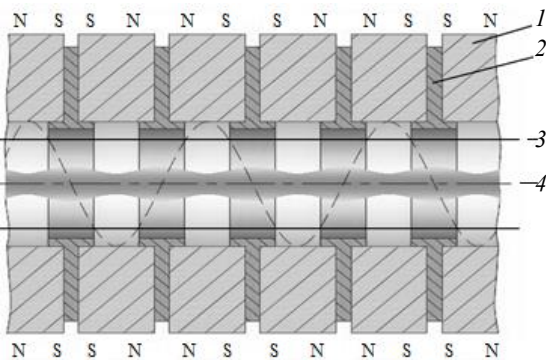


Рис. 2. Схема МПФС и электронного потока (ЭП):
1 – постоянные магниты, 2 – полусферические наконечники,
3 – поверхность колбы лампы, 4 – ось электронного пучка

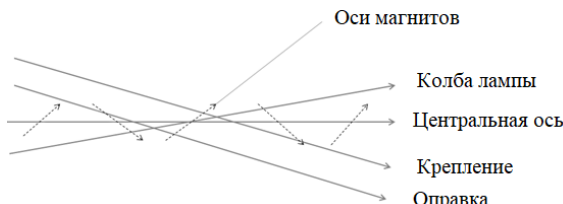


Рис. 3. Схема осей для юстировки в МПФС

Решение задач юстировки можно осуществить с помощью магнитооптических методов, так как известно, что при воздействии магнитного поля свет проявляет ряд схожих свойств (реакция) при воздействии на него магнитных полей. А так как создание светового пучка с помощью лазера осуществляется при заметно более простых условиях, нежели электронного пучка, то данный факт говорит о перспективности практического применения разрабатываемых методов.

Цель работы – создание математической модели, позволяющей смоделировать и оценить характеристики процесса прохождения светового пучка через знакопеременную магнитную систему на основе магнитооптического датчика.

Математическая модель

В качестве метода для моделирования процесса юстировки и возможности в перспективе использовать при настройке магнитной системы был выбран магнитооптический эффект Фарадея. Данный эффект основан на повороте плоскости поляризации светового пучка в магнитооптической среде при воздействии магнитного поля [5, 6]. Данный факт позволяет поставить ставит знак равенства между световым и электронным пучком. Использование светового пучка вместо электронного позволит осуществлять юстировку элементов системы без окончательной сборки прибора, что впоследствии должно снизить затраты на изготовление прибора как в денежном выражении, так и в плане затрачиваемого времени в случае отбраковки.

Сложность при анализе систем таким методом заключается в отсутствии экспертной системы, по-

зволяющей оценить сопоставление полученного угла поворота плоскости поляризации с величиной магнитного поля на оси магнитных систем со сложной конфигурацией полей (например, МПФС). Также необходимо как минимум определить поведение угла поляризации по мере как прохождения знакопеременных магнитных полей в области отдельных магнитов, так и влияние на общую фокусирующую способность магнитной системы.

Одной из главных проблем при разработке метода анализа магнитных фокусирующих систем магнитооптическими методами является малое количество информации, учитывающей вращение плоскости поляризации светового луча при прохождении сложных знакопеременных магнитных полей и как следствие экспертной системы на основе таких данных по установлению конечной годности магнитных систем.

Для этого необходимо на первом этапе осуществить математическое моделирование процесса прохождения светового луча через магнитную систему. Данная математическая модель должна позволять оценивать поворот плоскости поляризации в ту или иную сторону при прохождении зон изменения знака магнитного поля.

Угол поворота плоскости поляризации оценивается с помощью следующего выражения [7–10]:

$$U_{\text{фарад}} = \nu B_z l, \quad (1)$$

где ν – постоянная Верде, B_z – магнитное поле на оси z , l – длина оптического пути.

Индукция магнитного поля вдоль оси симметрии отдельного кольцевого магнита оценивается следующим образом [11]:

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 M}{2} \left[\frac{2z+L}{\sqrt{D^2 + (2z+L)^2}} - \frac{2z-L}{\sqrt{D^2 + (2z-L)^2}} - \frac{2z+L}{\sqrt{d^2 + (2z+L)^2}} + \frac{2z-L}{\sqrt{d^2 + (2z-L)^2}} \right], \quad (2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, M – намагниченность магнита, L – толщина кольцевого магнита, D и d – внешний и внутренний диаметры, z – координата на оси z .

Существующие математические модели магнитного поля постоянных магнитов не позволяют оценить влияние каждого отдельного магнита на величину получающегося магнитного поля в фокусирующей системе [12–15]. Сложные магнитные системы можно смоделировать на основе принципа суперпозиции, когда векторы магнитных полей отдельных магнитов будут математически складываться в вектор магнитного поля магнитной системы. Тогда чтобы учитывать координату и смещение каждого отдельного магнита, осуществим в выражении (2) подстановку $z = z - l(n - 1)$, где l – длина оптического пути, n – порядковый номер магнита. Данная подстановка необходима, чтобы осуществить смещение постоянного магнита вдоль оси на величину пройденного уже оптического пути. В результате выражение (2) примет вид

$$B_n(z) = \frac{\mu_0 M}{2} \left[\frac{2(z-l(n-1))+L}{\sqrt{D^2+(2(z-l(n-1))+L)^2}} - \frac{2(z-l(n-1))-L}{\sqrt{D^2+(2(z-l(n-1))-L)^2}} \right] + \left[\frac{2(z-l(n-1))+L}{\sqrt{d^2+(2(z-l(n-1))+L)^2}} + \frac{2(z-l(n-1))-L}{\sqrt{d^2+(2(z-l(n-1))-L)^2}} \right], \quad (3)$$

где n – порядковый номер магнита в системе, l – расстояние между магнитами.

Итоговое магнитное поле магнитной системы формируется на основе принципа суперпозиции и математически его можно представить, как сумму магнитных полей отдельных магнитов:

$$B_{\text{сист}} = \sum B_n. \quad (4)$$

Длина оптического пути l преобразуется в половину толщины магнита L , т.е. $(L/2)$. Данная добавка $(L/2)$ необходима по следующим причинам: на момент достижения центра кольцевого магнита в координате z световой луч уже пройдет как минимум половину толщины магнита, и этот пройденный путь необходимо учитывать в итоговой модели, а также чтобы убрать двойственность значения переменной l в рамках всей математической модели.

В итоге после подстановки в (1) выражения (4), а также осуществив замену $l = L/2$, выражение для

оценки угла поворота поляризации во время прохождения магнитной системы примет сокращенный вид:

$$U_{\text{Фарад}} = \nu(L/2) \sum B_n. \quad (5)$$

Результаты

В рамках моделирования были выбраны следующие параметры: $L = 10$ мм, $d = 10$ мм, $D = 20$ мм, расстояние l между магнитами = 15 мм, постоянная Верде для длины волны 633 нм $v = 4$ рад / (Т м) для SiO₂, намагниченность магнитов задавалась в произвольном диапазоне, но в качестве точки отсчета были взяты параметры для магнитного сплава КС37А [ГОСТ 21559–76].

На рис. 4 приведены графики изменения амплитуды магнитного поля на оси постоянного кольцевого магнита (сверху) и изменения величины угла поворота плоскости поляризации (снизу) в привязке к координатам на оси (ось x).

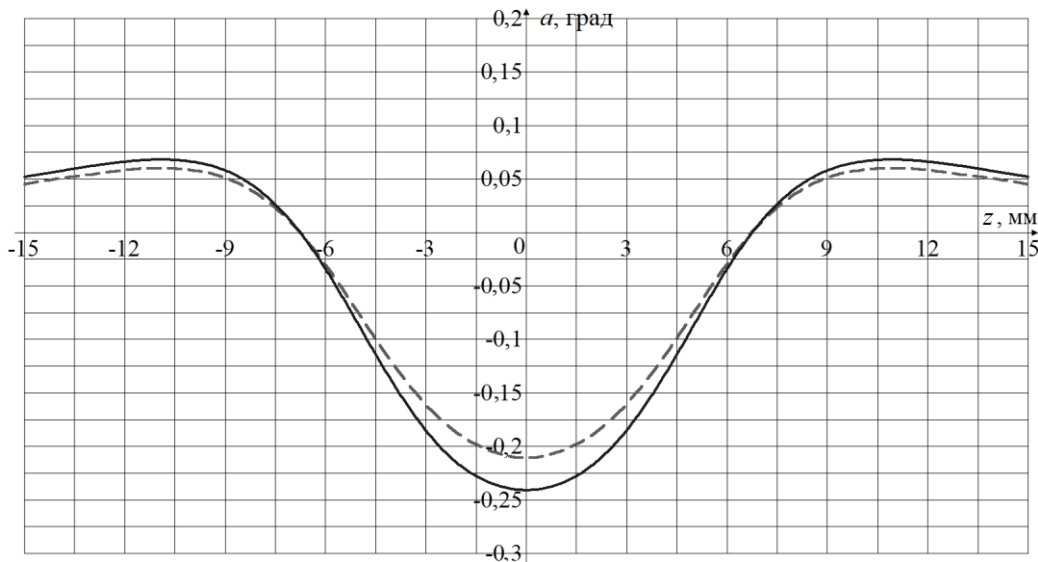


Рис. 4. График изменения величины магнитного поля (пунктирная линия) и угла плоскости поляризации вдоль центральной оси одного постоянного магнита (сплошная линия)

Данный рисунок иллюстрирует принцип работы указанной математической модели. Данная модель должна позволить смоделировать изменение плоскости поляризации света при прохождении (движении магнитооптического датчика) вдоль оси магнитной системы.

На рис. 4 проиллюстрирован случай для одного магнита. В рамках данного численного эксперимента воображаемый магнитооптический датчик двигался вдоль оси постоянного магнита, значения его магнитного поля вдоль оси проиллюстрированы на рис. 4 (слева). Соответствующее изменение величины поворота угла поляризации проиллюстрированы на рис. 4

(справа). За координату $z = 0$ мм принят геометрический центр магнита, в котором фиксируется максимум магнитного поля. Из графика видно, что плоскость поляризации реагирует на изменение магнитного поля пропорционально изменению величины магнитного поля на оси магнита. Величина отклика на величину магнитного поля прямо пропорциональна величине постоянной Верде. Данный факт доказывает соответствие математической модели теоретическим положениям.

Также был осуществлен численный эксперимент для системы из 5 магнитов, проиллюстрированный на рис. 5.

Графики повторяют движения друг друга, изменение величины магнитного поля отражается изменением величины угла поворота плоскости поляризации. Графики на рис. 5 в целом отражают ожидаемую

тенденцию отражения знакопеременного магнитного поля в соответствующем изменении знака угла поворота поляризации.

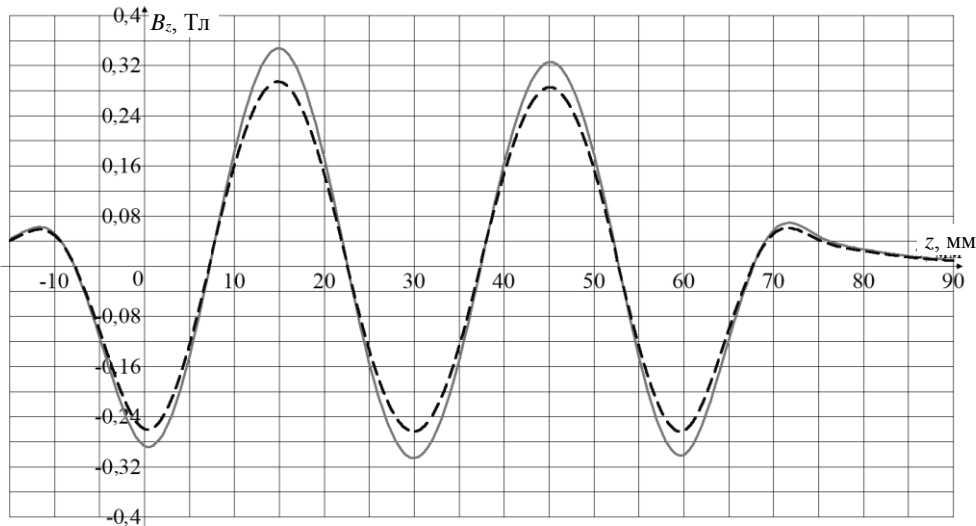


Рис. 5. График изменения величины магнитного поля (пунктирная линия) и угла плоскости поляризации вдоль центральной оси магнитной системы (сплошная линия), состоящей из пяти постоянных магнитов

Заключение

Приведено обоснование возможности использования для юстировки электронных приборов систем на основе магнитооптического эффекта Фарадея. Получена математическая модель, позволяющая смоделировать изменение плоскости поляризации света при прохождении (движении магнитооптического датчика) вдоль оси магнитной системы. Данные, полученные с помощью численного эксперимента, не противоречат теоретическим постулатам магнитооптической теории эффекта Фарадея. Использование данной модели позволит исследовать влияние изменения различных параметров магнитной системы на соответствующий отклик магнитооптического датчика. Данные, полученные таким образом, позволят в дальнейшем разработать эффективную установку по юстировке электронных приборов на основе магнитооптических эффектов.

Данные моделирования могут стать основой для калибровки (установления соответствия между углом поворота и величиной магнитного поля) установки. Также данная модель позволит подобрать наиболее эффективные для использования с магнитными полями сложной конфигурации материалы с необходимой по величине отклика постоянной Верде.

Литература

1. Васичев Б.Н. Конструирование электронно-оптических систем микросистемной электронно-лучевой техники / Б.Н. Васичев, Г.И. Фатьянова // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. – 2006. – № 9. – С. 26–31.
2. Швачко А.А. К моделированию юстировки электронного потока в магнитных фокусирующих системах / А.А. Швачко, А.А. Захаров // *Математические методы в*

технике и технологиях (ММТТ). – 2013. – № 10–2. – С. 53–55.

3. Кожухова А.А. Разработка методики настройки и юстировки магнитных систем на основе плоских магнитов для многолучевых клистронов миллиметрового диапазона / А.А. Кожухова, Д.А. Терентьев // *Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения*. – 2014. – Т. 14, № 4. – С. 131–134.

4. Емельянов Е.А. Изменение структуры магнитного поля МПФС ЛБВ посредством внешнего корректирующего воздействия / Е.А. Емельянов, А.А. Захаров // *Инженерный вестник Дона*. – 2014. – № 3 (30). – С. 78.

5. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям и специальностям. – В 4-х томах. – М.: КноРус, 2012. – 570 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: ИЦ «Академия». – 2014, 560 с.

7. Дейнека И.Г. Изучение магнитооптического эффекта Фарадея / И.Г. Дейнека, О.А. Шрамко, С.А. Тараканов // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. – 2008. – № 49. – С. 84–89.

8. Цуканов Б.Д. Магнитное вращение плоскости поляризации в прозрачных средах // *Современные проблемы физико-математических наук*. – 2020. – С. 570–576.

9. Паранин В.Д. Математическое моделирование однокаскадного магнитооптического датчика на основе продольного эффекта Фарадея / В.Д. Паранин, Л.И. Сеницын // *Актуальные проблемы радиоэлектроники и телекоммуникаций: матер. Всерос. науч.-техн. конф., г. Самара, 16–18 мая 2017 г.* / Самар. нац. исслед. ун-т им. С.П. Королева. – Самара: ООО «Офорт», 2017. – С. 164–167.

10. Маврицкий О.Б. Эффект Фарадея в магнитных плёнках. Лабораторный практикум по физике конденсированного состояния: учеб. пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2012. – 72 с.

11. Царев В.А. Магнитные фокусирующие системы электровакуумных микроволновых приборов О-типа: учеб.

пособие / В.А. Царев, Р.В. Спиридонов. – Саратов: Новый ветер, 2010. – 352 с.

12. Горбатенко Н.И. Комбинированная математическая модель магнитного поля для автоматизированной селективной сборки электромагнитов / Н.И. Горбатенко, В.В. Гречихин, Н.М. Кыонг // Изв. высш. учеб. завед. Электромеханика. – 2010. – № 5. – С. 43–47.

13. Наракидзе Н.Д. Определение структуры математической модели распределения магнитного поля / Н.Д. Наракидзе, М.В. Ланкин // Изв. высш. учеб. завед. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2007. – № S1. – С. 92–94.

14. Применение негармонического распределения магнитного поля для фокусировки интенсивных электронных потоков в магнитных периодических фокусирующих системах / А.В. Архипов, А.Н. Дармаев, Д.А. Комаров, Ю.А. Мирошников, С.П. Морев, А.В. Фетисова // Радиотехника и электроника. – 2008. – Т. 53, № 5. – С. 606–612.

15. Лапшин Э.В. Магнитостатический расчёт систем с постоянными магнитами // Труды междунар. симпозиума «Надежность и качество». – 2012. – Т. 2. – С. 257–258.

Швачко Александр Алексеевич

Канд. техн. наук, доцент каф. электронных приборов и устройств (ЭПУ) Саратовского технического ун-та им. Ю.А. Гагарина (СГТУ им. Ю.А. Гагарина)
Политехническая ул., 77, г. Саратов, Россия, 410054
ORCID: 0000-0001-6633-0975
Тел.: +7-937-972-51-56
Эл. почта: alexandr1899@gmail.com

Матюшкин Владислав Владимирович

Аспирант каф. ЭПУ СГТУ им. Ю.А. Гагарина
Политехническая ул., 77, г. Саратов, Россия, 410054
Тел.: +7-986-999-88-70
Эл. почта: vladisla7@mail.ru

Shvachko A.A., Matyushkin V.V.

Faraday effect in an alternating magnetic field: a mathematical model

When creating magnetic focusing systems, for example, for traveling wave lamps, there are known problems associated with the need to adjust the electron flow moving in a given direction along the axis of the device, that is, to align its axis with the magnetic axis of the focusing system. The ideal adjustment of the device is very difficult to achieve due to many influencing factors, therefore, it becomes necessary to create automated complexes for simulating the alignment of the electron beam in the magnetic field formation system for focusing systems. The alignment problems can be solved using magneto-optical methods, since it is known that when exposed to a magnetic field, the light exhibits a number of similar properties (reaction). The aim of the work is to create a mathematical model for the passage of a light beam through an alternating magnetic system based on the Faraday effect. As a result, a mathematical model has been obtained, that should allow modeling the change in the plane of light polarization during the passage (movement of the magneto-optical sensor) along the axis of the magnetic system. The simulation of the passage of light according to the Faraday

effect through a magnetic system of one and five magnets is considered.

Keywords: adjustment of magnetic systems, Faraday effect, magneto-optical media, permanent magnet, magnetic system, mathematical model, focusing system, light beam.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-4-89-94

References

1. Vasichev B.N., Fatyanova G.I. *Konstruirovaniye jelektronno-opticheskikh sistem mikrosistemnoj jelektronno-luchевой tehniki* [Design of electron-optical systems of microsystem electron beam technology]. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 2006, no. 9, pp. 26–31 (in Russ.).

2. Shvachko A.A., Zakharov A.A. *K modelirovaniyu justirovki jelektronnogo potoka v magnitnykh fokusirujushhih sistemah* [Towards modeling the adjustment of the electron flow in magnetic focusing systems]. *Mathematical Methods in Engineering and Technology – MMTT*, 2013, no. 10–2, pp. 53–55 (in Russ.).

3. Kozhukhova A.A., Terentyev D.A. *Razrabotka metodiki nastrojki i justirovki magnitnykh sistem na osnove ploskih magnitov dlja mnogoluchevykh kljstronov millimetrovogo diapazona* [Development of a technique for tuning and adjusting magnetic systems based on flat magnets for multi-beam klystrons in the millimeter range]. *Fundamental Problems of Radio-Electronic Instrument Making*, 2014, vol. 14, no. 4, pp. 131–134 (in Russ.).

4. Emelyanov E.A., Zakharov A.A. *Izmenenie struktury magnitnogo polja MPFS LBV posredstvom vneshnego korrektivirujushhego vozdeystviya* [Changing the structure of the magnetic field of the MPFS TWT through external corrective action]. *Engineering Bulletin of the Don*, 2014, no. 3(30), pp. 78 (in Russ.).

5. Savelyev, I.V. *Kurs obshhej fiziki: uchebnoe posobie dlja studentov vysshih uchebnykh zavedenij, obuchajushhihsja po tehnikskim napravlenijam i special'nostjam* [General physics course: a textbook for students of higher educational institutions studying in technical areas and specialties]. Moscow: KnoRus, 2012, 570 p. (in Russ.).

6. Trofimova T.I. *Kurs fiziki* [Physics course]. Moscow: Publishing Center “Academy”, 2014, 560 p. (in Russ.).

7. Deineka I.G., Shramko O.A., Tarakanov S.A. *Izuchenie magnitoopticheskogo jeffekta Faradeja* [Study of the magneto-optical Faraday Effect]. *Scientific and Technical Bulletin of information Technologies, Mechanics and Optics*, 2008, no. 49, pp. 84–89 (in Russ.).

8. Tsukanov B.D. *Magnitnoe vrashhenie ploskosti poljarizacii v prozrachnykh sredah* [Magnetic rotation of the plane of polarization in transparent media], *Modern Problems of Physical and Mathematical Sciences*, 2020, pp. 570–576 (in Russ.).

9. Pararin V.D., Sinitsyn L.I. [Mathematical modeling of a single-stage magneto-optical sensor based on the longitudinal Faraday Effect]. *Aktual'nye problemy radioelektroniki i telekommunikacii: materialy vsrosssiskoy nauchno-tehnicheskoy konferencii*. [Current problems of radio electronics and telecommunications: materials of All-Russian scientific-technical conference]. Samara, Samara National Research University named after S.P. Korolev, 2017, pp. 164–167 (in Russ.).

10. Mavritsky O.B. *Jeffect Faradeja v magnitnykh plenkah. Laboratornyj praktikum po fizike kondensirovannogo sostojanija: Uchebnoe posobie* [Faraday Effect in magnetic films. Laboratory workshop on condensed matter physics: Textbook]. M.: National Research Nuclear University, 2012, 72 p. (in Russ.).

11. Tsarev V.A., Spiridonov R.V. *Magnitnye fokusirujushhie sistemy jelektrovakuumnyh mikrovolnovyh priborov O-tipa: uchebnoe posobie* [Magnetic focusing systems of O-type electrovacuum microwave devices: textbook]. Saratov: publishing house «New Wind», 2010, 352 p. (in Russ.).
12. Gorbatenko N.I., Grechikhin V.V., Cuong N.M. *Kombinirovannaja matematicheskaja model' magnitnogo polja dlja avtomatizirovannoj selektivnoj sborki jelektromagnitov* [Combined mathematical model of the magnetic field for automated selective assembly of electromagnets]. *News of Higher Educational Institutions. Electromechanics*, 2010, no. 5, pp. 43–47 (in Russ.).
13. Narakidze N.D., Lankin M.V. *Opređenje struktury matematicheskoi modeli raspredelenija magnitnogo polja* [Determination of the structure of a mathematical model of magnetic field distribution]. *News of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Science*, 2007, no. S1, pp. 92–94 (in Russ.).
14. Arkhipov A.V., Darmaev A.N., Komarov D.A., Miroshnikob Y.A., Morev S.P., Fetisova A.V., *Primenenie negarmonicheskogo raspredelenija magnitnogo polja dlja fokusirovki intensivnyh jelektronnyh potokov v magnitnyh periodicheskikh fokusirujushchih sistema* [Application of non-harmonic magnetic field distribution for focusing intense electron flows in magnetic periodic focusing systems]. *Radio engineering and Electronics*, 2008, vol. 53, no. 5, pp. 606–612 (in Russ.).
15. Lapshin E.V. [Magnetostatic calculation of systems with permanent magnets]. *Trudy mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the international symposium «Reliability and quality»], 2012, vol. 2, pp. 257–258 (in Russ.).

Alexander A. Shvachko

Candidate of Sciences in Engineering,
Department of Electronic Instruments and Devices,
Yu.A. Gagarin State Technical University of Saratov
77, Politekhnikeskaya st., Saratov, Russia, 410054
ORCID: 0000-0001-6633-0975
Phone: +7-937-972-51-56
Email: alexandr1899@gmail.com

Vladislav V. Matyushkin

Postgraduate student,
Department of Electronic Instruments and Devices,
Yu.A. Gagarin State Technical University of Saratov
77, Politekhnikeskaya st. Saratov, Russia, 410054
Phone: +7-986-999-88-70
Email: vladisla7@mail.ru