

УДК 621.314.58

М.В. Бейков, В.Г. Букреев

Математическая модель мостового статического преобразователя напряжения

Рассмотрены схемы замещения и режимы работы двухтактного статического преобразователя на основе мостовой схемы. Представлена математическая модель преобразователя напряжения, которая описывает поведение его основных элементов и обеспечивает исследование процесса перемagnичивания силового трансформатора на линейном участке петли гистерезиса. Выполнено сравнение результатов математического и имитационного моделирования в программах Matlab/Simulink и OrCAD.

Ключевые слова: двухтактный статический преобразователь напряжения, намагничивание трансформатора, схема замещения мостового преобразователя, математическое моделирование.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-1-119-129

В настоящее время характеристики приборов и устройств силовой электроники, разрабатываемые для специального применения, активно оптимизируются по таким критериям, как масса, размеры, коэффициент полезного действия (КПД), надежность и стоимость. Требования к ним постоянно ужесточаются, т.е. разрабатываемый прибор должен иметь минимальные размер и массу и обладать высоким КПД, высокой надежностью и низкой стоимостью.

При проектировании высоковольтных источников большой мощности для специализированного оборудования предпочтение отдается высокочастотным двухтактным статическим преобразователям напряжения, одной из важнейших проблем которых является обеспечение симметричного режима перемagnичивания сердечника силового трансформатора. Известно, что асимметрия в перемagnичивании сердечника может привести к его одностороннему магнитному насыщению, и, таким образом, к следующим нежелательным последствиям [1–4]:

- повышению тепловыделения трансформатора и силовых транзисторов преобразователя;
- увеличению потерь и снижению КПД;
- возрастанию помех и ухудшению электромагнитной совместимости.

Очевидно, в реальных условиях эксплуатации преобразователя невозможно обеспечить абсолютную симметричность процесса перемagnичивания

сердечника [5, 6]. Это объясняется заведомой неидентичностью параметров элементов на интервалах работы силовой схемы преобразователя: сопротивлений в открытом и закрытом состояниях транзисторов, временем запаздывания управляющих импульсов драйвера, длительностью фронта и спада тока силового транзистора [7].

Исследование эффективности алгоритмов компенсации несимметричности перемagnичивания сердечника трансформатора преобразователя большой мощности целесообразно проводить на его адекватной математической модели. Анализ литературы показал, что математической модели мостового преобразователя, которая отражала бы процесс перемagnичивания силового трансформатора, в настоящий момент нет [8, 9].

Схема замещения и алгоритм работы двухтактного статического преобразователя

Эквивалентная схема замещения [10] трансформатора TV_1 преобразователя изображена на рис. 1, где r_1 – активное сопротивление первичной обмотки; r_2 – активное сопротивление вторичной обмотки; r_p – сопротивление, характеризующее активные потери в сердечнике трансформатора; L_1 – индуктивность рассеяния первичной обмотки; L_2 – индуктивность рассеяния вторичной обмотки; L_m – индуктивность намагничивания трансформатора; K – коэффициент передачи идеального трансформатора.

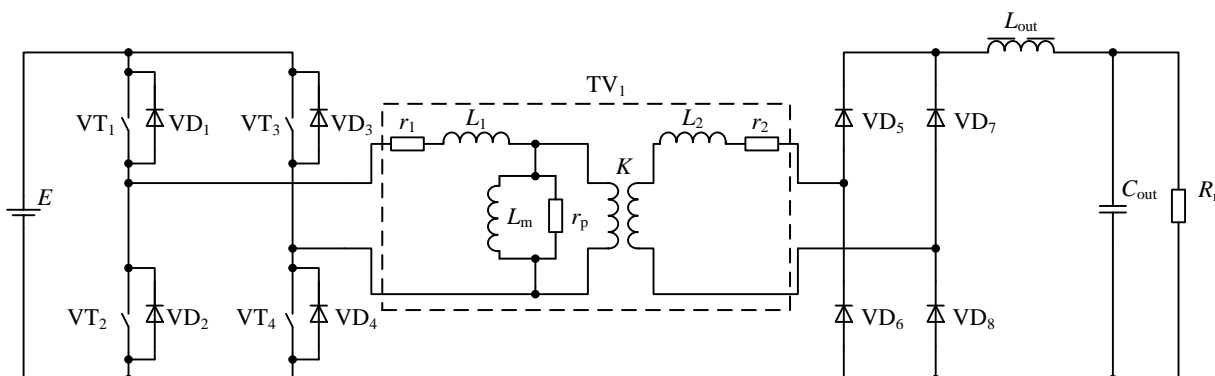


Рис. 1. Схема замещения преобразователя

При построении математической модели преобразователя напряжения приняты следующие основные допущения:

– значения индуктивности дросселя и емкости конденсатора входного фильтра достаточно велики, и пульсациями напряжения на входе преобразователя можно пренебречь;

– полупроводниковые элементы преобразователя обладают характеристиками идеального ключа.

Рассмотрим в общем виде алгоритм работы преобразователя.

Система управления формирует в противофазе импульсы с определенным коэффициентом заполнения на пары ключей VT_1, VT_4 и VT_2, VT_3 соответственно (рис. 2). При переключении транзисторов диагонали моста входное напряжение прикладывается к трансформатору в прямой и обратной полярности с рабочей частотой преобразователя, формируя переменное напряжение на выпрямителе.

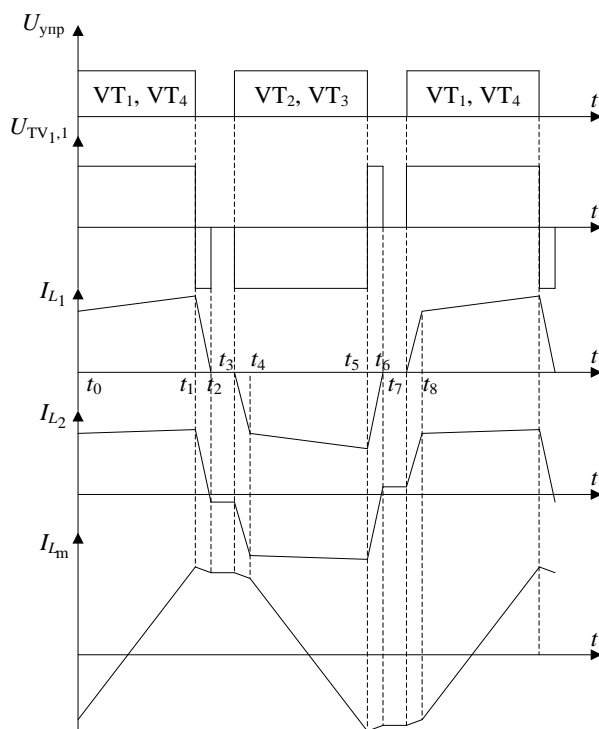


Рис. 2. Диаграмма работы мостового преобразователя с широтно-импульсной модуляцией

Ток первичной обмотки равен сумме токов вторичной обмотки и намагничивания. На интервалах паузы, когда на ключи VT_1 – VT_4 подаются запирающие импульсы, происходит передача энергии, накопленной индуктивностью рассеяния трансформатора, в схему через диоды VD_1, VD_4 или VD_2, VD_3 в зависимости от полярности напряжения на трансформаторе.

Таким образом, интервалы режимов работы преобразователя будут определяться не только алгоритмами его системы управления, но и сочетанием параметров силовых элементов схемы. Схемы замещения преобразователя для каждого интервала работы приведены на рис. 3.

Математическая модель данного преобразователя строится на участках непрерывности коммутационной функции управления ключами и может быть представлена векторно-матричным дифференциальным уравнением

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}, \quad (1)$$

где \mathbf{A} – матрица параметров преобразователя; \mathbf{B} – вектор-столбец, компоненты которого связывают входное напряжение преобразователя с его переменными состояниями [11].

Вектор переменных состояний

$$\mathbf{X}(t) = \{I_{L_1}(t), I_{L_2}(t), I_{L_m}(t), I_{L_{out}}(t), U_{C_{out}}(t)\},$$

где $I_{L_1}(t)$, $I_{L_2}(t)$, $I_{L_m}(t)$ – токи первичной, вторичной обмоток, намагничивания трансформатора соответственно; $I_{L_{out}}(t)$ – ток дросселя выходного фильтра; $U_{C_{out}}(t)$ – выходное напряжение преобразователя.

Рассмотрим работу преобразователя на каждом интервале алгоритма управления силовыми ключами.

Интервал 1 ($t_0; t_1$)

В момент времени t_0 в первичной цепи открываются ключи VT_1, VT_4 , и напряжение, прикладываемое к первичной обмотке трансформатора, становится равным входному напряжению, отпираются диоды VD_5, VD_8 , и энергия от источника питания передается в нагрузку, где ее запасает дроссель L_{out} .

В соответствии со схемой замещения (рис. 3, а) составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 + L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t) - KI_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_2}(t) = I_{L_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (2)$$

Приведем данную систему уравнений к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1+r_p}{L_1}I_{L_1}(t) + K\frac{r_p}{L_1}I_{L_2}(t) + \frac{r_p}{L_1}I_{L_m}(t) + \frac{1}{L_1}E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = K\frac{r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_1}(t) - \frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_2}(t) - K\frac{r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_2+L_{out}}U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m}I_{L_1}(t) - \frac{r_p}{L_m}KI_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m}I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = K\frac{r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_1}(t) - \frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_2}(t) - K\frac{r_p}{L_2+L_{out}}I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_2+L_{out}}U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}}I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}}U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (3)$$

В результате преобразования запишем матрицу A_1 параметров и вектор-столбец B_1 преобразователя:

$$A_1 = [A_{11} \quad A_{12}],$$

где

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1+r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} \\ \frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & -\frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} \\ \frac{r_p}{L_m} & -\frac{Kr_p}{L_m} \\ \frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & -\frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ -\frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & 0 & -\frac{1}{L_2+L_{out}} \\ -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ -\frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & 0 & -\frac{1}{L_2+L_{out}} \\ 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 2 ($t_1; t_2$)

На данном интервале (рис. 3, б) в момент времени t_1 подается запирающее напряжение на ключи

VT₁, VT₂. Ток I_{L_1} начинает протекать через диоды VD₂, VD₃, а запасенная дросселем L_{out} энергия передается в нагрузку через диоды VD₅–VD₈. Интервал заканчивается, когда ток первичной обмотки трансформатора преобразователя становится равным нулю.

В соответствии со схемой замещения составим систему уравнений в пространстве переменных состояний:

$$\begin{cases} -E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KL_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (4)$$

Преобразуем систему уравнений (4) к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1+r_p}{L_1}I_{L_1}(t) + \frac{Kr_p}{L_1}I_{L_2}(t) + \frac{r_p}{L_1}I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_1}E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = \frac{Kr_p}{L_2}I_{L_1}(t) - \frac{r_2+K^2r_p}{L_2}I_{L_2}(t) - \frac{Kr_p}{L_2}I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m}I_{L_1}(t) - \frac{Kr_p}{L_m}I_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m}I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}}U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}}I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}}U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (5)$$

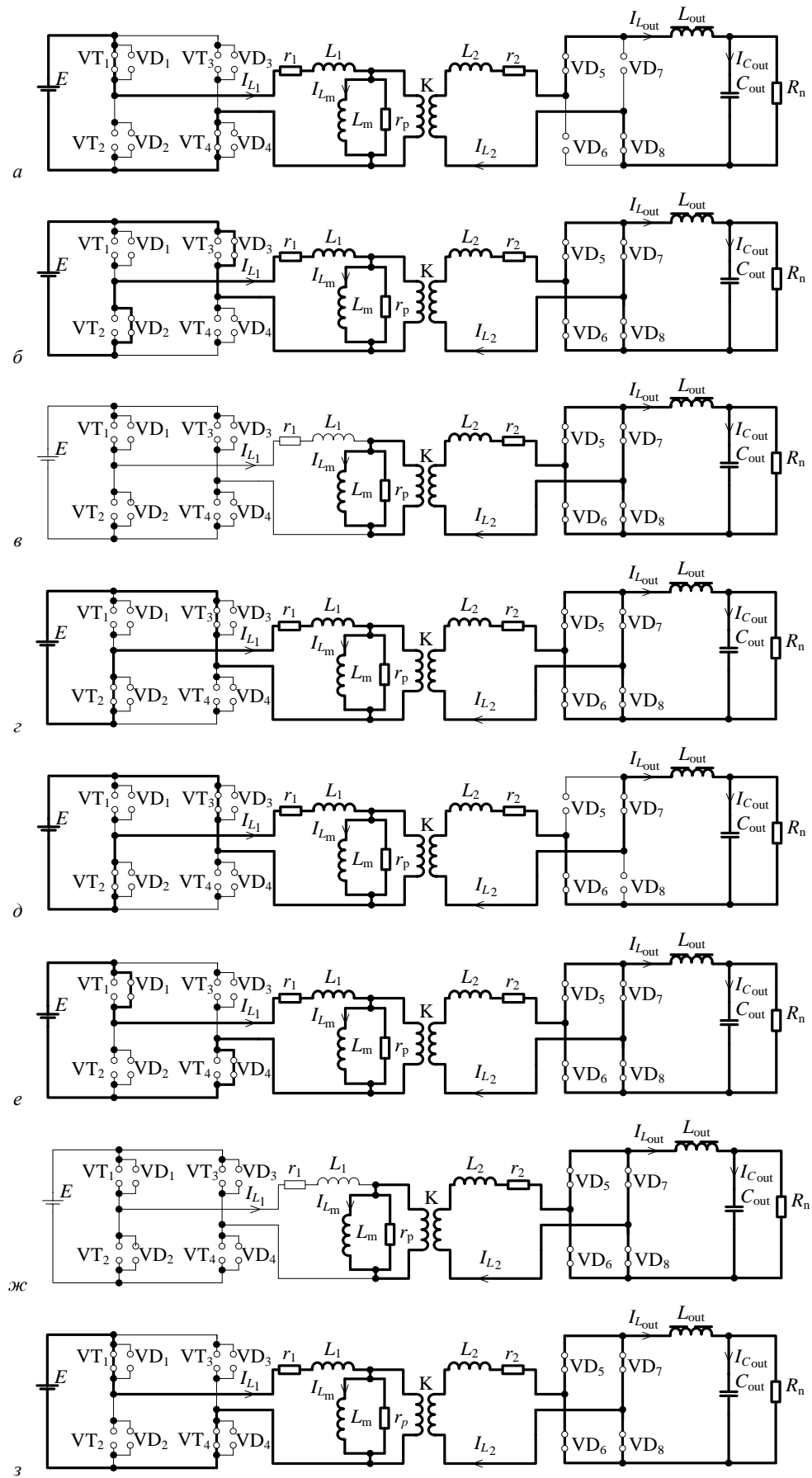


Рис. 3. Эквивалентная схема замещения преобразователя на интервалах:
a – 1; *б* – 2; *в* – 3; *г* – 4; *д* – 5; *е* – 6; *жс* – 7; *з* – 8

По составленным уравнениям (5) получим матрицу \mathbf{A}_2 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_2 преобразователя на интервале 2

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \frac{r_1 + r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} & \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{Kr_p}{L_2} & \frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} & \frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ \frac{r_p}{L_m} & \frac{Kr_p}{L_m} & \frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_1} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 3 ($t_2; t_3$)

На данном интервале (рис. 3, в) запасенная дросселем L_{out} энергия передается в нагрузку через диоды VD_5 – VD_8 . Интервал заканчивается, когда отпирающее напряжение поступает на ключи VT_2, VT_3 .

В соответствии со схемой замещения составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} 0 = L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_1}(t) = 0; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KL_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_m}(t) = -\frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} - KI_{L_2}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (6)$$

После преобразований систему уравнений (6) приведем к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = 0; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = -\frac{(r_2 + K^2 r_p)}{L_2} I_{L_2}(t) - \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = -\frac{r_p}{L_m} KI_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (7)$$

По составленным уравнениям (7) получим матрицу \mathbf{A}_3 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_3 преобразователя на интервале 3

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} & -\frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Kr_p}{L_m} & -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 4 ($t_3; t_4$)

В момент времени t_3 подается отпирающее напряжение на ключи VT_2, VT_3 , диоды VD_5 – VD_8 продолжают проводить. Интервал 4 продолжается до момента t_4 , когда ток I_{L_2} становится равным току $I_{L_{out}}$ и закрываются диоды VD_5, VD_6 .

В соответствии со схемой замещения (рис. 3, з) составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} -E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KL_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (8)$$

Преобразуя систему (8), запишем

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1 + r_p}{L_1} I_{L_1}(t) + \frac{Kr_p}{L_1} I_{L_2}(t) + \frac{r_p}{L_1} I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_1} E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_1}(t) - \frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} I_{L_2}(t) - \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m} I_{L_1}(t) - \frac{Kr_p}{L_m} I_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (9)$$

По составленным уравнениям (9) получим матрицу \mathbf{A}_4 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_4 преобразователя на интервале 4

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{r_1+r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} & \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{Kr_p}{L_2} & -\frac{r_2+K^2r_p}{L_2} & -\frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ \frac{r_p}{L_m} & -\frac{Kr_p}{L_m} & -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_1} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

На интервалах 5–8 работа преобразователя аналогична его работе на интервалах 1–4, но с обратной полярностью напряжения на трансформаторе.

Интервал 5 ($t_4; t_5$)

В соответствии со схемой замещения (рис. 3, д) составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} -E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} - \\ -U_{C_{out}}(t) - KL_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_2}(t) = -I_{L_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (10)$$

После соответствующих преобразований запишем систему уравнений в форме (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1+r_p}{L_1} I_{L_1}(t) + K \frac{r_p}{L_1} I_{L_2}(t) + \frac{r_p}{L_1} I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_1} E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = K \frac{r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_1}(t) - \frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_2}(t) - K \frac{r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_m}(t) + \frac{1}{L_2+L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m} I_{L_1}(t) - \frac{r_p}{L_m} KI_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -K \frac{r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_1}(t) + \frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_2}(t) + K \frac{r_p}{L_2+L_{out}} I_{L_m}(t) - \frac{1}{L_2+L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (11)$$

По составленным уравнениям (11) получим матрицу \mathbf{A}_5 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_5 преобразователя на интервале 5

$$\mathbf{A}_5 = [\mathbf{A}_{51} \quad \mathbf{A}_{52}],$$

где

$$\mathbf{A}_{51} = \begin{bmatrix} -\frac{r_1+r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} \\ \frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & -\frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} \\ \frac{r_p}{L_m} & -\frac{Kr_p}{L_m} \\ -\frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & \frac{r_2+K^2r_p}{L_2+L_{out}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{52} = \begin{bmatrix} \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ -\frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & 0 & \frac{1}{L_2+L_{out}} \\ -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ \frac{Kr_p}{L_2+L_{out}} & 0 & -\frac{1}{L_2+L_{out}} \\ 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_1} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 6 ($t_5; t_6$)

В соответствии со схемой замещения (рис. 4, е) составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KI_{L_m} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (12)$$

После соответствующих преобразований уравнений приведем систему (12) к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1 + r_p}{L_1} I_{L_1}(t) + \frac{Kr_p}{L_1} I_{L_2}(t) + \frac{r_p}{L_1} I_{L_m}(t) + \frac{1}{L_1} E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_1}(t) - \frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} I_{L_2}(t) - \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m} I_{L_1}(t) - \frac{Kr_p}{L_m} I_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (13)$$

По составленным уравнениям (13) получим матрицу \mathbf{A}_6 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_6 преобразователя на интервале 6:

$$\mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} -\frac{r_1 + r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} & \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{Kr_p}{L_2} & -\frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} & -\frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ \frac{r_p}{L_m} & -\frac{Kr_p}{L_m} & -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_6 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 7 ($t_6; t_7$)

В соответствии со схемой замещения (рис. 3, ж) составляем систему уравнений состояний на элементах схемы:

$$\begin{cases} 0 = L_{out} \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_1}(t) = 0; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KI_{L_m} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_m}(t) = -\frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} - KI_{L_2}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (14)$$

Преобразуя систему (14), приведем ее к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = 0; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = -\frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} I_{L_2}(t) - \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = -\frac{r_p}{L_m} KI_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (15)$$

По составленным уравнениям (15) получим матрицу \mathbf{A}_7 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_7 преобразователя на интервале 7

$$\mathbf{A}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_2 + K^2 r_p}{L_2} & -\frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Kr_p}{L_m} & -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Интервал 8 ($t_7; t_8$)

В соответствии со схемой замещения (рис. 3, з) составляем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} E = I_{L_1}(t)r_1 + L_1 \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} + L_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_2 \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} + I_{L_2}(t)r_2 - KL_m \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ I_{L_1}(t) = I_{L_m}(t) + KI_{L_2}(t) + \frac{L_m}{r_p} \frac{dI_{L_m}(t)}{dt}; \\ 0 = L_{out} \frac{dI_{out}(t)}{dt} + U_{C_{out}}(t); \\ I_{L_{out}}(t) = C_{out} \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} + \frac{1}{R_n} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (16)$$

После выполнения необходимых преобразований данную систему уравнений приведем к виду (1)

$$\begin{cases} \frac{dI_{L_1}(t)}{dt} = -\frac{r_1+r_p}{L_1} I_{L_1}(t) + \frac{Kr_p}{L_1} I_{L_2}(t) + \\ + \frac{r_p}{L_1} I_{L_m}(t) + \frac{1}{L_1} E; \\ \frac{dI_{L_2}(t)}{dt} = \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_1}(t) - \frac{r_2+K^2r_p}{L_2} I_{L_2}(t) + \\ + \frac{Kr_p}{L_2} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_m}(t)}{dt} = \frac{r_p}{L_m} I_{L_1}(t) - \frac{Kr_p}{L_m} I_{L_2}(t) - \frac{r_p}{L_m} I_{L_m}(t); \\ \frac{dI_{L_{out}}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_{out}} U_{C_{out}}(t); \\ \frac{dU_{C_{out}}(t)}{dt} = \frac{1}{C_{out}} I_{L_{out}}(t) - \frac{1}{R_n C_{out}} U_{C_{out}}(t). \end{cases} \quad (17)$$

По составленным уравнениям (17) получим матрицу \mathbf{A}_8 параметров и вектор-столбец \mathbf{B}_8 преобразователя на интервале 8

$$\mathbf{A}_8 = \begin{bmatrix} -\frac{r_1+r_p}{L_1} & \frac{Kr_p}{L_1} & \frac{r_p}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{Kr_p}{L_2} & -\frac{r_2+K^2r_p}{L_2} & \frac{Kr_p}{L_2} & 0 & 0 \\ \frac{r_p}{L_m} & -\frac{Kr_p}{L_m} & -\frac{r_p}{L_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_{out}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{out}} & -\frac{1}{R_n C_{out}} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_8 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Верификация математической модели статического преобразователя

Сложность проведения полноценных экспериментальных исследований для верификации математической модели преобразователя напряжения электропитания в составе специального оборудования обуславливает использование альтернативных вариантов тестирования.

Математическое моделирование разработанной непрерывной модели преобразователя проводим в программной среде Matlab/Simulink [12], имитационное моделирование для проверки правильности полученной математической модели проводим в программе схемотехнического моделирования OrCAD [13–15]. При моделировании процессов используем следующие параметры схемы: $E = 175 \div 320$ В; $R_n = 3$ Ом; $r_1 = 0,4$ мОм; $r_2 = 2,5$ мОм; $r_p = 300$ Ом; $L_1 = 1,6$ мкГн; $L_2 = 10$ мкГн; $L_m = 7,4$ мГн; $L_{out} = 400$ мкГн; $C_{out} = 300$ мкГн; $K = 2,5$.

На рис. 4, 5 представлены результаты математического и имитационного моделирования процессов преобразователя при номинальном входном напряжении, равном 230 В.

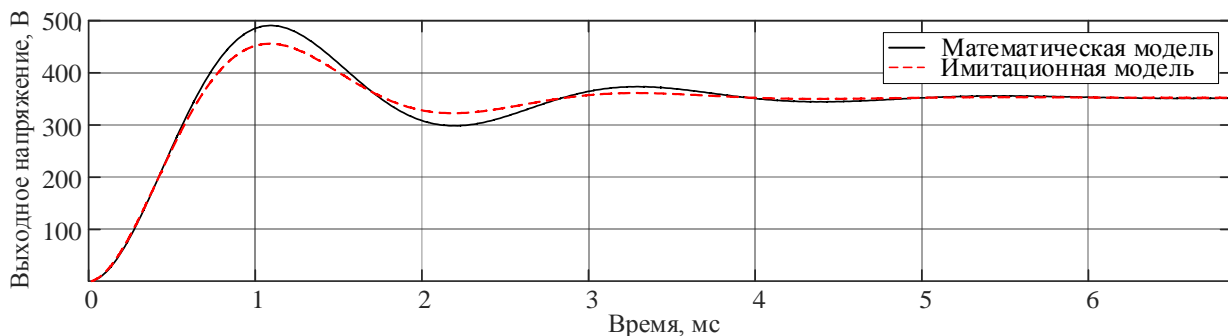


Рис. 4. Выходное напряжение преобразователя

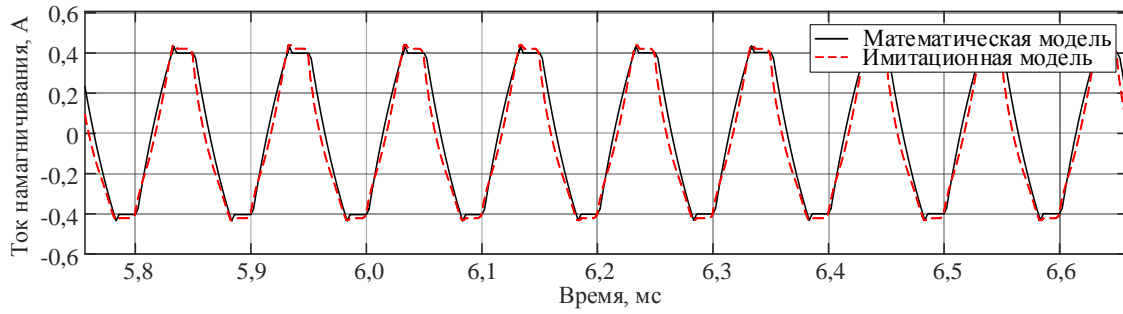


Рис. 5. Ток намагничивания силового трансформатора преобразователя

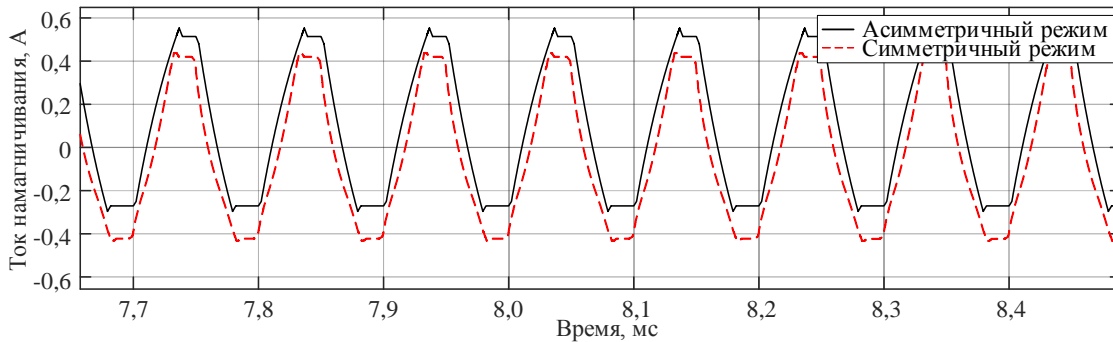


Рис. 6. Ток намагничивания при асимметричном режиме перемагничивания трансформатора

Для оценки адекватности математической модели проведен расчет относительной погрешности выходного напряжения при различных значениях входного напряжения. Значение погрешности вычислялось как среднее арифметическое от поэлементного относительного рассогласования массива значений выходного напряжения имитационной и математической модели:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{U_{j\text{им.м}} - U_{j\text{мат.м}}}{U_{j\text{им.м}}} \right| \cdot 100,$$

где N – количество значений выходного напряжения; $U_{j\text{им.м}}$ – значение выходного напряжения, полученное при имитационном моделировании; $U_{j\text{мат.м}}$ – значение выходного напряжения, полученное при математическом моделировании.

В табл. 1 приведена относительная погрешность выходного напряжения и тока намагничивания математической модели при различных значениях входного напряжения.

Таблица 1

Относительная погрешность данных имитационной и математической модели

Значение входного напряжения, В	Относительная погрешность данных имитационной и математической модели, %	
	При пуске	В установившемся режиме
Для выходного напряжения		
175	13,27	0,97
230	10,41	0,23
320	12,31	0,46
Для тока намагничивания		
175	10,72	7,63
230	9,83	7,45
320	9,14	7,28

Для упрощения математической модели любую неидентичность параметров элементов преобразователя на интервалах работы можно свести к разности управляющих импульсов диагональных ключей [3]. При таком режиме перемагничивания трансформатора математическая модель показала, что в токе намагничивания формируется постоянная составляющая (рис. 6), что соответствует [13].

Как известно, увеличение значения напряженности магнитного поля в трансформаторе выше определенного уровня приводит к уменьшению значения эффективной магнитной проницаемости и, следовательно, к снижению индуктивности намагничивания трансформатора. Математическое моделирование показало, что при уменьшении индуктивности намагничивания увеличивается ток намагничивания трансформатора (табл. 2). Повышенный ток приводит к снижению эффективности преобразователя, повышению требований к полупроводниковым ключам, ухудшению электромагнитной совместимости изделия.

Таблица 2

Зависимость амплитуды тока намагничивания от индуктивности намагничивания

Индуктивность, мкГн	Ток, А
7400	0,4
1480	2,2
296	11,8

Заключение

Разработанная математическая модель достаточно адекватно отражает работу рассматриваемого преобразователя напряжения, позволяет вычислять мгновенные значения токов и напряжений на элементах схемы.

Так, при сравнении с имитационной моделью, выполненной в программе схемотехнического моделирования OrCAD, относительная погрешность значений выходного напряжения при различных значениях входного напряжения не превышает 15% для пускового режима и 1% в установившемся режиме, а тока намагничивания – 11% для пускового режима и 8% в установившемся режиме.

Предложенная математическая модель преобразователя содержит эквивалентную схему замещения трансформатора и может быть использована для построения регулятора с функцией симметрирования режима перемагничивания силового трансформатора в двухтактном мостовом преобразователе напряжения.

Литература

1. Шевцов Д.А. Двухтактные конвертеры с симметрирующими свойствами / Д.А. Шевцов, Д.Р. Манбеков // Практическая силовая электроника. – 2006. – № 24. – С. 7–10.
2. Шевцов Д.А. Компенсационные методы симметрирования / Д.А. Шевцов, Д.Р. Манбеков // Практическая силовая электроника. – 2006. – № 24. – С. 11–14.
3. Шевцов Д.А. Сравнительный анализ и классификация методов симметрирования двухтактных преобразователей напряжения с ШИМ-регулированием / Д.А. Шевцов, Д.Р. Манбеков // Силовые транзисторные устройства. – М.: Экон-Информ, 2006. – Вып. 2. – С. 58–75.
4. A novel concept for transformer volt second balancing of a VIENNA rectifier III based on direct magnetizing current measurement [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ethz.ch/de/utis/search.html?language=de&site=all&q=a-novel-concept-for-transformer-volt-second-balancing-of-a-vienna-rectifier-iii-based-on-direct-magnetizing-current-measurement>, свободный (дата обращения: 03.04.2023).
5. Манбеков Д.Р. Сравнительный анализ различных типов транзисторных преобразователей постоянного напряжения при несимметричном режиме перемагничивания / Д.Р. Манбеков, Д.А. Шевцов // Практическая силовая электроника. – 2009. – № 33. – С. 45–47.
6. Klopper S. A sensor for balancing flux in converters with a high frequency transformer link / S. Klopper, J.A. Ferreira // IEEE Transactions on Industry Applications. – Toronto, 1993. – Vol. 33, No. 3. – PP. 774–779.
7. Tang Y. Comprehensive study of fast load modulation with volt-second balance in a dual-active-bridge converter / Y. Tang, X. Li, S.Z. Zhou // IET Power Electron. – 2019. – PP. 1357–1367.
8. Ghadimi A.A. Development of average model for control of a full bridge PWM DC-DC converter / A.A. Ghadimi, H. Rastegar, A. Keyhani // Journal of Italian association of electrical and electronic engineering. – 2007. – Vol. 4, No. 2. – PP. 52–59.
9. Moghaddam S.H.A. Modeling and current programmed control of a bidirectional full bridge DC-DC converter / S.H.A. Moghaddam, A. Ayatollahi, A. Rahmati // Energy and power engineering. – 2012. – No. 4. – PP. 107–116.
10. Обрусник В.П. Теория и практика оптимального расчета магнитных элементов электронных устройств: монография. – Томск: ТУСУР, 2009. – 152 с.
11. Столярова А.А. Математическая модель резонансного LLC-преобразователя / А.А. Столярова, С.Г. Михальченко, В.И. Апасов // Доклады ТУСУР. – 2020. – Т. 23, № 3. – С. 86–91.
12. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений в среде MATLAB. Ч. 1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://hub.exponenta.ru/post/chislennoe-reshenie-differentsialnykh-uravneniy-v-srede-matlab-s-pomoshchyu-vstroennykh-instrumentov722>, свободный (дата обращения: 01.02.2023).
13. Бейков М.В. Преобразователь корабельной системы электроснабжения с компенсационным контролем одностороннего намагничивания трансформатора / М.В. Бейков, Ю.М. Казанцев // Практическая силовая электроника. – 2013. – № 51. – С. 16–19.
14. Бейков М.В. Ограничение одностороннего насыщения трансформатора двухтактного преобразователя напряжения путем изменения крутизны опорного пилообразного напряжения ШИМ / М.В. Бейков, А.В. Королев // Научная сессия ТУСУР–2013: матер. Всерос. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Томск, 15–17 мая 2013 г.: в 5 ч. – Ч. 2. – Томск: В-Спектр, 2013. – С. 170–173.
15. Study and design of a full bridge DC/DC power converter / E. Baghaz, S. Bounouar, R. Bendaoud, B. Zohal, N.K. M'Sirdi, A. Naamane, N. Benaya, N. El Akchioui, M. Behmida // University journal of electrical and electronic engineering. – 2019. – Vol. 6, No. 2. – PP. 31–45.

Бейков Максим Васильевич

Начальник лаб. науч.-исслед. отд.
АО «Научно-производственного центра «Полюс»
Кирова пр-т, 56 в, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7-961-892-17-35
Эл. почта: beikovmv@gmail.com

Букреев Виктор Григорьевич

Д-р техн. наук, проф., отд. электроэнергетики
и электротехники Национального исследовательского
Томского политехнического университета
Ленина пр., 30, г. Томск, Россия, 634050
ORCID: 0000-0001-9861-9765
Тел.: +7-913-854-21-96
Эл. почта: bukreev@tpu.ru

Beikov M.V., Bukreev V.G.

Mathematical model of full-bridge voltage converter

The article presents the equivalent circuits and operation modes of a full-bridge static converter. A presented mathematical model of a voltage converter describes the operation of its elements and provides a study of power transformer magnetization. The results of mathematical and simulation modeling obtained in Matlab/Simulink and OrCAD are compared.

Keywords: full-bridge static voltage converter, transformer magnetization, equivalent circuit of bridge converter, mathematical modeling.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-1-119-129

References

1. Shevtsov D.A., Manbekov D.R. *Dvuhtaktnye konvertory s simmetriruyushchimi svoystvami* [Push-pull converters with balancing properties]. *Practical Power Electronics*. 2006, no. 24, pp. 7–10 (in Russ.).

2. Shevtsov D.A., Manbekov D.R. *Kompensatsionnye metody simmetrirovaniya* [Compensation methods of balancing]. *Practical Power Electronics*. 2006, no. 24, pp. 11–14 (in Russ.).
3. Shevtsov D.A., Manbekov D.R. *Sravnitel'nyj analiz i klassifikatsiya metodov simmetrirovaniya dvihtaknykh preobrazovatelej napryazheniya s SHIM-regulirovaniem* [Comparative analysis and classification of methods for balancing push-pull voltage converters with PWM control]. *Power Transistor Devices*. Thematic collection of scientific papers. 2006, vol. 2, pp. 58–75 (in Russ.).
4. A novel concept for transformer volt second balancing of a VIENNA rectifier III based on direct magnetizing current measurement. Available at: <https://ethz.ch/de/utis/search.html?language=de&site=all&q=a-novel-concept-for-transformer-volt-second-balancing-of-a-vienna-rectifier-iii-based-on-direct-magnetizing-current-measurement>, free (Accessed: April 03, 2023).
5. Manbekov D.R., Shevtsov D.A. *Sravnitel'nyj analiz razlichnykh tipov tranzistornykh preobrazovatelej postoyannogo napryazheniya pri nesimmetrichnom rezhime peremagnichivaniya* [Comparative analysis of various types of transistor DC-converters in asymmetric remagnetization mode]. *Practical Power Electronics*. 2009, no. 33, pp. 45–47 (in Russ.).
6. Klopper S., Ferreira J.A. A sensor for balancing flux in converters with a high frequency transformer link. *IEEE Transactions on Industry Applications*. Toronto, 1993, vol. 33, no. 3, pp. 774–779.
7. Tang Y., Li X. Zhou S.Z. Comprehensive study of fast load modulation with volt-second balance in a dual-active-bridge converter. *IET Power Electron.* 2019, pp. 1357–1367.
8. Ghadimi A.A., Rastegar H., Keyhani A. Development of average model for control of a full bridge PWM DC-DC converter. *Journal of Italian Association of Electrical and Electronic Engineering*. 2007, vol. 4, no. 2, pp. 52–59.
9. Moghaddam S.H.A., Ayatollahi A., Rahmati A. Modeling and current programmed control of a bidirectional full bridge DC-DC converter. *Energy and Power Engineering*. 2012, no. 4, pp. 107–116.
10. Obrusnik V.P. *Teoriya i praktika optimal'nogo rascheta magnitnykh elementov elektronnykh ustrojstv* [Theory and practice of optimal calculation of magnetic elements of electronic devices]. Tomsk, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. 2009, 152 p. (in Russ.).
11. Stolyarova A.A., Mikhilchenko S.G., Apasov V.I. *Matematicheskaya model' rezonansnogo LLC-preobrazovatelya* [Mathematical model of a resonant LLC-converter]. *Proceedings of TUSUR University*. 2020, vol. 23, no. 3, pp. 86–91 (in Russ.).
12. *Reshenie sistem obyknovennykh differentsialnykh uravnenij v srede MATLAB. CH. 1.* [Solution of systems of ordinary differential equations in the MATLAB environment. Vol. 1]. Available at: <https://hub.exponenta.ru/post/chislennoe-reshenie-differentsialnykh-uravneniy-v-srede-matlab-s-pomoshchyu-vstroennykh-instrumentov722>, free (Accessed: February 01, 2023) (in Russ.).
13. Beykov M.V., Kazantsev Yu.M. *Preobrazovatel' korabel'noj sistemy elektro-snabzheniya s kompensatsionnym kontrolem odностороннего namagnichivaniya transformatora* [Converter of the ship's power supply system with compensation control of one-sided magnetization of the transformer]. *Practical Power Electronics*. 2013, no. 51, pp. 16–19.
14. Beykov M.V., Korolev A.V. *Ogranichenie odностороннего насыщения трансформатора двухтактного преобразователя напряжения путем изменения крутизны опорного пилообразного напряжения SHIM* [Limitation of one-sided saturation of the transformer of a push-pull voltage converter by changing the slope of the PWM sawtooth reference voltage]. *Scientific Session TUSUR–2013, Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference of Students, Graduate Students and Young Scientists*. Tomsk, 15–17 May, 2013. Tomsk, V-Spectr, 2013, pt. 2, pp. 170–173 (in Russ.).
15. Baghaz E., Bounouar S., Bendaoud R., Zohal B., M'Sirdi N.K., Naamane A., Benaya N., Akchioui N. El, Benhmida M. Study and design of a full bridge DC/DC power converter. *University Journal of Electrical and Electronic Engineering*. 2019, pp. 31–45.

Maxim V. Beykov

Head, Laboratory of the Research Department of the Company «Research and Production Center «Polyus» 56 v, Kirov pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7-961-892-17-35
Email: beykovmv@gmail.com

Viktor G. Bukreev

Doctor of Science in Engineering, Professor, School of Energy & Power Engineering, National Research Tomsk Polytechnic University 30, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
ORCID: 0000-0001-9861-9765
Phone: +7-913-854-21-96
Email: bukreev@tpu.ru