# Д.В. Дубинин

16

# Угловое разрешение сигналов в многобазовых фазовых пеленгаторах

Рассматривается метод углового разрешения источников сигналов в фазовых пеленгаторах с различными типами антенных систем: линейные, плоские или объемные решетки. Антенные системы состоят из слабонаправленных элементов. Разрешение сигналов основано на определении своего набора полных периодов разностей фаз, утраченных при измерениях, для каждого из источников. Показано, что метод максимального правдоподобия, развитый для оценки угла прихода одного сигнала, пригоден для углового разрешения сигналов. Даны оценки точности пеленгования принимаемых сигналов.

Ключевые слова: фазовый пеленгатор, разность фаз, разрешающая способность, метод максимального правдоподобия.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-1-16-25

Простейшая структурная схема фазового пеленгатора (или интерферометра в англоязычной литературе) приведена на рис. 1 [1]. Чаще всего элементы антенной системы фазового пеленгатора являются слабонаправленными, для того чтобы иметь возможность одновременно принимать сигналы из широкого углового сектора, что является их важным достоинством. Кроме того, фазовые пеленгаторы обладают высоким быстродействием. Обработка одного принятого радиоимпульса позволяет определить пеленг источника излучения. Повышение точности пеленгования требуется увеличения фазометрической базы, т.е. расстояния между фазовыми центрами антенн.



Рис. 1. Простейший фазовый радиопеленгатор. А1, А2 – антенны, П – приемники, Ф – фазометр, В – вычислитель

При падении на антенную систему пеленгатора плоской волны от удаленного источника сигналы на выходах антенн имеют фазовый сдвиг  $\varphi$ , который связан с углом прихода  $\alpha$  известным соотношением

$$\Phi = \varphi + 2\pi k = 2\pi \frac{l}{\lambda} \sin \alpha$$

где  $\Phi$  – полная разность фаз, l – расстояние между фазовыми центрами антенн (фазометрическая база),  $\lambda$  – длина волны, k – число полных периодов разности фаз, утрачиваемых при фазовых измерениях.

Для разрешения неоднозначности фазовых измерений (или отыскание k) в антенную систему пеленгатора добавляют дополнительные антенны и решают данную задачу путем последующей обработки совокупности измеренных разностей фаз. Не следует путать термины «разрешение неоднозначности измерений» и «угловое разрешение». Известны различные алгоритмы разрешения неоднозначности фазовых измерений [2–6]. Таким образом, предмет рассмотрения данной статьи – угловая разрешающая способность. Разрешение неоднозначности фазовых измерений используется по мере решения поставленной задачи.

Способы углового разрешения радиопеленгаторами с антенными решетками также обсуждаются в литературе. При этом акценты делаются на сверхразрешение. Обзор современных подходов дан в статье [7]. В этих работах моделью принимаемого сигнала является аддитивная смесь полезного сигнала и шума, а измеряемыми параметрами являются комплексные амплитуды сигналов. Методы сверхразрешения основаны на вычислении корреляционной матрицы сигналов, принимаемых элементами решетки [8]. Для реализации таких алгоритмов требуется линейность приемных трактов. Иначе фазовые и амплитудные соотношения сигналов будут искажены.

Линейность приемных трактов в фазовых пеленгаторах не требуется. Более того, добиваясь зависимости выходного напряжения фазового детектора исключительно от разности фаз входных сигналов, применяют ограничители сигнала по амплитуде. Это повышает точность фазовых измерений. Обзорные фазовые пеленгаторы являются беспоисковыми по углу. Поэтому они часто используются в системах радиоэлектронной борьбы [9, 10]. Обладание свойством углового разрешения повышает оперативные возможности фазовых пеленгаторов. Таким образом, угловое разрешение проявляется в способности пеленгования сигналов, одновременно попадающих в полосу пропускания приемника.

#### Постановка задачи

Предположим, что на антенную систему фазового пеленгатора подается две одинаково поляризованные волны, направление которых задается направляющими косинусами  $v_1, u_1, w_1$  и  $v_2, u_2, w_2$ . Сигнал, принимаемый точечной антенной, располо-

женной в точке с координатами x, y, z, можно представить в виде

$$u(t, x, y, z) = U(x, y, z) \cos\left[\omega_0 t - \psi(x, y, z)\right]$$

где

$$U(x, y, z) = \left(U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos[kx(v_1 - v_2) + ky(u_1 - u_2) + kz(w_1 - w_2) + \gamma_1 - \gamma_2]\right)^{0,5} - kz(w_1 - w_2) + kz(w_1 - w_2) + \gamma_1 - \gamma_2]$$

амплитуда результирующего сигнала,

$$tg \Psi(x, y, z) = (U_1 \sin[kxv_1 + kyu_1 + kzw_1 + \gamma_1] + U_2 \sin[kxv_2 + kyu_2 + kzw_2 + \gamma_2]) \times (U_1 \cos[kxv_1 + kyu_1 + kzw_1 + \gamma_1] + U_2 \cos[kxv_2 + kyu_2 + kzw_2 + \gamma_2])^{-1},$$

 $\Psi(x, y, z)$  – фаза результирующего сигнала;  $U_1, U_2$ – амплитуды принимаемых сигналов;  $\gamma_1, \gamma_2$  – их начальные фазы в точке  $x = 0, y = 0, z = 0; k = 2\pi/\lambda$ .

Представим комплексную амплитуду суммарного сигнала  $\dot{U}(x, y, z)$  в виде

$$\dot{U}(x, y, z) = U(x, y, z) \exp\{j\psi(x, y, z)\} =$$
  
=  $U_1 \exp[j(kxv_1 + kyu_1 + kzw_1 + \gamma_1)] \times$   
 $\times \{1 + R \exp[j(kx\Delta v + ky\Delta u + kz\Delta w + \Delta \gamma)]\},$ 

где  $R = U_2 / U_1$  – отношение амплитуд падающих сигналов,  $\Delta v = v_2 - v_1$ ,  $\Delta u = u_2 - u_1$ ,  $\Delta w = w_2 - w_1$ ,  $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ .

Отсюда получается формула для фазы суммарного сигнала  $\Psi(x, y, z)$ 

$$\Psi(x, y, z) = \frac{2\pi}{\lambda} (xv_1 + yu_1 + zw_1) + \gamma_1 + \frac{R\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda} (x\Delta v + y\Delta u + z\Delta w) + \Delta\gamma\right]}{1 + R\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} (x\Delta v + y\Delta u + z\Delta w) + \Delta\gamma\right]}$$

+

Зависимость  $\Psi(x, y, z)$  является нелинейной и имеет колебательный характер вдоль направления прихода сигнала с большей амплитудой. Поскольку функция  $\Psi(x, y, z)$  зависит от трех координат x, y, z, то изобразить ее нельзя. На рис. 2 представлены проекции  $\Psi(x, y) = \Psi(x, y, 0)$  на плоскость z = 0 для значений R = 0 и R = 0, 5.

При отсутствии второго сигнала R = 0 фазовый фронт приходящей волны является плоским (рис. 2, *a*). Его нормаль совпадает с направлением на первый источник. Наличие второго сигнала приводит к колебаниям фазового фронта (рис. 2, *б*). На характер колебаний влияют три фактора: 1) отношение амплитуд падающих волн  $R = U_2/U_1$ , 2) разность направлений прихода радиоволн  $\Delta v, \Delta u, \Delta w$ , 3) раз-

ности начальных фаз сигналов  $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$  в точке x = 0, y = 0, z = 0.



Рис. 2. Проекция фазы результирующего колебания  $\Psi(x, y)$  на плоскость z = 0 при R = 0 (*a*), R = 0.5 (*b*)

Рассмотрим влияние на искажение плоского фазового фронта единственной радиоволны каждого из параметров второй радиоволны: отношения амплитуд R, разности направлений прихода радиоволн и разности начальных фаз сигналов  $\Delta\gamma$ . Для удобства восприятия влияние каждого из этих факторов будет показано на примере проекции функции  $\Psi(x, y, z)$ на ось абсцисс  $\Psi(x) = \Psi(x, 0, 0)$  для случая, когда  $v_1 = 0$ ,  $\Delta v = v_2$ ,  $\Delta u = 0$ ,  $\Delta w = 0$ . Форма и размах колебаний зависят от отношения амплитуд падающих волн R, что показывает рис. 3.



Доклады ТУСУР, 2023, том 26, № 1

При уменьшении R размах колебаний  $\Psi(x)$  уменьшается, а форма колебаний напоминает гармонические. При возрастании R размах колебаний  $\Psi(x)$  увеличивается, форма колебаний приближается к пилообразной. Период колебаний зависит от разности направлений прихода радиоволн  $\Delta v$ .

При увеличении  $\Delta v$  период колебаний  $\Psi(x)$  возрастает, что показано на рис. 4. Величина разности начальных фаз  $\Delta \gamma$  определяет смещение графика функции  $\Psi(x)$  вдоль оси ординат, что показано на рис. 5.



Рис. 4. Зависимость фазы принимаемых сигналов  $\Psi(x)$  от координаты x при  $v_1 = 0$ , R = 0,8,  $\Delta \gamma = 0$  для

 $v_2 = -0,1 \ (1); \ v_2 = -0,2 \ (2); \ v_2 = 0,1 \ (3); \ v_2 = 0,2 \ (4)$ 



Рис. 5. Зависимость фазы принимаемых сигналов  $\Psi(x)$ от координаты x при  $v_1 = 0$ ,  $v_2 = -0,2$ , R = 0,8 для  $\Delta \gamma = 0$  (1),  $\Delta \gamma = \pi/4$  (2),  $\Delta \gamma = \pi/2$  (3),  $\Delta \gamma = 3\pi/4$  (4)

### Решение задачи для пеленгатора с линейной решеткой

Рассмотрим процедуру разрешения сигналов в фазовой системе на примере фазового пеленгатора с линейной антенной решеткой, а затем распространим полученные результаты на случаи с плоской и объемной решеткой.

Хорошо известен алгоритм оценки пеленга источника радиоизлучения по методу максимального правдоподобия, который разработан для случая, когда на антенную систему пеленгатора падает одна плоская волна. Предполагается, что погрешности измерения разности фаз случайны и подчиняются нормальному закону распределения с нулевыми средними значениями и известной корреляционной матрицей. Проведя измерения разностей фаз сигналов, принятых элементами антенной системы, вычисляется оценка пеленга источника излучения. Предположим, что антенная система пеленгатора представляет собой линейную решетку из Nэлементов и на ней образовано n = N - 1 фазометрических баз, как показано на рис. 6.



Рис. 6. Антенная система пеленгатора

Полные разности фаз сигналов  $\Phi$  на выходах приемно-усилительных трактов связаны с направлением прихода радиоволны  $\alpha$  известным соотношением

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{\phi} + \mathbf{k} = \mathbf{n}_{x} \cdot \mathbf{v}, \tag{1}$$

где  $\mathbf{\Phi} = \{\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_n\}^T$  – вектор полных разностей фаз,  $\Phi_i$  – полная разность фаз на базе  $l_i$ ;  $\mathbf{\phi} = \{\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n\}^T$  – вектор измеренных разностей фаз,  $\phi_i$  – измеренная разность фаз на базе  $l_i$ , выраженная в рад/2 $\pi$ ;  $\mathbf{k} = \{k_1, k_2, ..., k_n\}^T$  – вектор неоднозначности,  $k_i$  – число полных периодов разности фаз, утрачиваемых при фазовых измерениях на базе  $l_i$ ;  $\mathbf{n}_x$  – вектор фазометрических баз  $n_{xi} = l_i / \lambda$ ;  $v = \sin \alpha$  – направляющий косинус приходящей волны по отношению к оси x (см. рис. 6).

Если на входе пеленгатора одна плоская волна, а фазовые погрешности на базах имеют равные дисперсии  $\sigma_{\phi}^2$ , плотность распределения вероятностей совокупности *n* измеренных разностей фаз, которую далее будем рассматривать как функцию правдоподобия параметра *v*, имеет вид

$$L_{\mathbf{\phi}}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\phi}} \cdot \exp\left\{-\sum_{i=1}^{n} \frac{(\phi_{i} + k_{i} - n_{xi}v_{1})^{2}}{2\sigma_{\phi}^{2}}\right\}.$$
 (2)

Решая уравнение правдоподобия

$$\frac{d}{dv}L_{\varphi}(v)=0\,,$$

получаем оценку  $v^*$ :

$$v^* = \sum_{i=1}^n q_i \Phi_i = \sum_{i=1}^n q_i (\varphi_i + 2\pi k_i), \qquad (3)$$

где  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, ..., q_n)^T$  – вектор весовых коэффициентов, определяемый способом организации фазометрических баз и корреляционной матрицей фазовых погрешностей [3].

Формула (3) позволяет вычислить максимально правдоподобную оценку направляющего косинуса

падающей волны. Предварительно требуется устранить неоднозначность фазовых измерений, определив вектор неоднозначности  $\mathbf{k}$  [2, 3]. Количественной оценкой способа разрешения неоднозначности является величина  $P_0$  – вероятность правильного разрешения. Наибольшее значение  $P_0$  дает оптимальный (или максимально правдоподобный) алгоритм. По этому алгоритму из общей совокупности векторов неоднозначности { $\mathbf{k}$ } в качестве оценки  $\mathbf{k}^*$  выбирается такой вектор, для которого минимальна квадратичная форма  $\Pi_{\mathbf{0}}(\mathbf{k})$  [3]:

$$\Pi_{\mathbf{\omega}}(\mathbf{k}) = (\mathbf{\varphi} + \mathbf{k})^T \cdot \mathbf{G} \cdot (\mathbf{\varphi} + \mathbf{k}),$$

где G – квадратная матрица, зависящая от корреляционной матрицы фазовых ошибок и от способа организации фазометрических баз.

Оценка вектора неоднозначности находится по формуле

$$\mathbf{k}^* = \arg \min_{\mathbf{k} \in \{\mathbf{k}\}} (\mathbf{\phi} + \mathbf{k})^T \mathbf{G}(\mathbf{\phi} + \mathbf{k}) \,. \tag{4}$$

Предположим, что на антенную систему пеленгатора рис. 6, падают под углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  к нормали две одинаково поляризованные плоские волны одной частоты с амплитудами  $U_1$ ,  $U_2$  и начальными фазами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в точке x=0. Предположим, что амплитуда первого сигнала  $U_1$  больше амплитуды  $U_2$  второго сигнала. Будем называть первый сигнал «сильным», а второй – «слабым». Отношение амплитуд  $R=U_2/U_1$  «слабого» и «сильного» сигналов будет меньше единицы.

Фаза суммарного сигнала  $\Psi$  зависит от направлений прихода радиоволн, отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов R, их начальных фаз, а также координаты антенного элемента x[3]. Зависимость фазы суммарного сигнала  $\Psi$  от координаты x показана на рис. 7 и описывается формулой

$$\Psi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} xv_1 + \gamma_1 + \arctan\frac{R\sin\left[\frac{2\pi x}{\lambda}\Delta v + \Delta\gamma\right]}{1 + R\cos\left[\frac{2\pi x}{\lambda}\Delta v + \Delta\gamma\right]}, \quad (5)$$

где  $\Delta v = v_2 - v_1$ ;  $v_1 = \sin \alpha_1$ ;  $\alpha_1$  – угол прихода «сильного» сигнала;  $v_2 = \sin \alpha_2$ ;  $\alpha_2$  – угол прихода «слабого» сигнала;  $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$ , где  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  – начальные фазы приходящих волн на антенне  $A_0$ .

Фазу суммарного сигнала  $\Psi(x)$  в (5) можно представить в виде суммы двух слагаемых  $\Psi(x) = \Psi_1(x) + \Psi_2(x)$ . Первое слагаемое  $\Psi_1(x) = \frac{2\pi}{\lambda} xv_1 + \gamma_1$  является уравнением прямой линии (кривая *1*, рис. 7) и определяется параметрами «сильного» сигнала. Второе слагаемое  $\Psi_2(x)$ является продуктом интерференции двух радиоволн. Величина  $\Psi_2(x)$  описывает периодические колебания фазы вокруг прямой  $\Psi_1(x)$  с периодом  $\lambda/\Delta v$ :



2 4 6 8 Рис. 7. Зависимость фазы суммарного сигнала  $\Psi$ от координаты *x* при R = 0 (1) и R = 0.8 (2)

-2

Максимальное значение этих колебаний  $\Delta \Psi_{max}$  не превосходит  $\pi/2$  и определяется формулой [3]

$$\Delta \Psi_{\rm max} = \operatorname{arctg} \frac{R}{\sqrt{1 - R^2}}$$

Полная разность фаз  $\Phi_i$  сигналов, принимаемых антеннами  $A_i$  и  $A_0$ , определяются по формуле

$$\Phi_{i} = \Psi(l_{i}) - \Psi(0) = \frac{2\pi}{\lambda} l_{i} v_{1} + \frac{R \sin\left[\frac{2\pi l_{i}}{\lambda} \Delta v + \Delta \gamma\right]}{1 + R \cos\left[\frac{2\pi l_{i}}{\lambda} \Delta v + \Delta \gamma\right]} - \arctan\left[\frac{R \sin\left[\Delta \gamma\right]}{1 + R \cos\left[\Delta \gamma\right]}\right] .(6)$$

Формула (6) представляет величину  $\Phi_i$  в виде суммы двух слагаемых

$$\Phi_i = \Phi_{li} + \Delta \Phi_i \, .$$

Первое слагаемое  $\Phi_{1i} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot l_i v_1 = \phi_i + 2\pi k_i$  –

это разность фаз, создаваемая исключительно «сильным» сигналом,  $|\phi_i| < \pi$ .

Второе слагаемое  $\Delta \Phi_i$  является нелинейной функцией и зависит от четырех параметров: отношения амплитуд сигналов R, базы  $l_i$ , разности пеленгов источников радиоизлучения  $\Delta v$  и разности начальных фаз сигналов  $\Delta \gamma$ .

$$\Delta \Phi_{i} = \arctan \frac{R \sin \left[\frac{2\pi l_{i}}{\lambda} \Delta v + \Delta \gamma\right]}{1 + R \cos \left[\frac{2\pi l_{i}}{\lambda} \Delta v + \Delta \gamma\right]} - \arctan \frac{R \cdot \sin \left[\Delta \gamma\right]}{1 + R \cdot \cos \left[\Delta \gamma\right]}.$$
 (7)

Из предположения R < 1 следует, что  $\Delta \Psi_{\text{max}} < \pi/2$ . Следовательно, значение  $\Delta \Phi_i$  не превосходит  $\pm \pi$ .

Будем считать, что за время наблюдения значения  $\Delta v$  и R остаются постоянными, а разность начальных фаз  $\Delta \gamma$  является случайной величиной, подчиняющейся равномерному закону распределения. Эта ситуация справедлива, когда пеленгуются независимые некогерентные источники. Например, для пеленгаторов, работающих в системах радиотехнической разведки или радиомониторинга. В этом случае разность фаз  $\Delta \gamma$  есть случайная величина, которая меняется во времени, но распределена равномерно на интервале  $\pm \pi$ .

В системах радиоэлектронной борьбы (РЭБ) [11] возможны ситуации, когда излучения пеленгуемых источников когерентны, т.е. разность фаз  $\Delta \gamma$ может быть постоянной. Например, когда пеленгуется организованная специально «парная цель». Однако классические критерии разрешения (например, Рэлея, Вудворда) сформулированы для некогерентных источников сигналов [12].

Предположим, что за время наблюдения было проведено M измерений разностей фаз сигналов, принимаемых фазовым пеленгатором с линейной решеткой, образующей n фазометрических баз. Обозначим  $\mathbf{\Phi} = (\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_n)^T$  – вектор полных разностей фаз сигналов. Элементами  $\mathbf{\Phi}$  являются полные разности фаз на *i*-й базе, определяемые соотношением (13). Обозначим  $\mathbf{F} = [\Phi_1 \Phi_2 ... \Phi_M]$  матрицу размерами  $n \times M$ , столбцами которой являются векторы полных разностей фаз сигналов  $\Phi_j$  в *j*-й момент времени. Поскольку при измерении разности фаз утрачивается целое число периодов  $2\pi$ , то измеренные разности фаз  $\phi_{i,j}$  определяются соотношением

$$\varphi_{i,j} = F_{i,j} - 2\pi \cdot \left[\frac{F_{i,j}}{2\pi}\right],$$

где  $F_{i,j}$  – элементы матрицы **F**; i = 1...n – номер фазометрической базы; j = 1...M – момент времени измерения; [•] – операция нахождения ближайшего целого числа.

Совокупность величин  $\phi_{i,j}$  образует пространство наблюдения **Y**, представленное матрицей размерами  $n \times M$ 

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \dots & \varphi_{1,j} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \dots & \varphi_{2,j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{n,1} & \varphi_{n,2} & \dots & \varphi_{n,M} \end{bmatrix}$$

Разрешение измеренных сигналов «сильного» и «слабого» источников проводится в пять этапов. На первом этапе определяется пеленг «сильного» источника. Этот способ описан в [3]. С помощью усреднения по времени наблюдения вычисляются величины  $\overline{\phi}_i$ :

(8)

где

$$\left[\varphi_{i}\right]_{S} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \sin \varphi_{i,j} , \left[\varphi_{i}\right]_{C} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} \cos \varphi_{i,j} .$$

 $\overline{\varphi}_i = \operatorname{arctg} \frac{\left[\varphi_i\right]_S}{\left[\varphi_i\right]_S},$ 

Применив метод максимального правдоподобия, можно получить оценку пеленга «сильного» сигнала  $v_1^*$ , если в формулу (3) вместо  $\varphi_i$  подставить значение  $\overline{\varphi}_i$ . Предварительно, используя соотношение (4), устраняется неоднозначность фазовых измерений, т.е. определяется вектор неоднозначности  $\mathbf{k} = [k_1, k_2, ..., k_n]^T$  [3].

После нахождения пеленга «сильного» сигнала  $v_1^*$  появляется возможность выделить из пространства наблюдений **Y** ту его составляющую, которая является результатом интерференции двух радиоволн. Обозначим эту совокупность величин  $\varphi'_{i,j}$ .

$$\varphi_{i,j}' = \varphi_{i,j} - \frac{2\pi}{\lambda} l_i v_1^* - 2\pi \left[ \frac{\varphi_{i,j}}{2\pi} - \frac{l_i v_1^*}{\lambda} \right],$$

где i = 1...n, j = 1...M.

Полученные таким образом значения  $\phi'_{i,j}$  соответствуют  $\Delta \Phi_i$  в формуле (7).

На втором этапе определяется оценка отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$ . Вычисление оценки  $R^*$  основано на зависимости от нее среднеквадратического значения  ${\phi'_{\rm KB}}^{<i>}$  пульсаций интерференционной составляющей полной разности фаз относительно пеленга «сильного» сигнала. Определим ее по формуле

$$\varphi_{\rm KB}^{\langle$$

Рассмотрим изменения во времени разностей фаз ( $\phi'_{i,1}, \phi'_{i,2}, ..., \phi'_{i,M}$ ) сигналов на *i*-й фазометрической базе. Они являются значениями функции (7). Введем обозначение  $a_i = x_i \cdot \Delta v - [x_i \cdot \Delta v]$ . Значение  $a_i$  лежит на интервале от -0,5 до 0,5 и является постоянной величиной, определяемой положением антенны  $A_i$  и разностью пеленгов «слабого» и «сильного» сигналов  $\Delta v$ . Тогда отличие значений ( $\phi'_{i,1}, \phi'_{i,2}, ..., \phi'_{i,M}$ ) связано с различиями в разности начальных фаз  $\Delta \gamma$  в моментах времени измерения. Формулу (7) можно представить в виде функции  $f(a, R, \gamma)$ :

$$f(a, R, \gamma) = \operatorname{arctg} \frac{R\sin(2\pi a + \gamma)}{1 + R\cos(2\pi a + \gamma)} - \operatorname{arctg} \frac{R\sin\gamma}{1 + R\cos\gamma} .$$
(9)

Уменьшаемое в функции  $f(a, R, \gamma)$  является сдвинутой копией вычитаемой величины. Поэтому

при усреднении функции  $f(a, R, \gamma)$  по  $\gamma$  на интервале  $\pm \pi$  имеет место тождество

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(a,R,\gamma)d\gamma=0.$$

Тогда дисперсия  $D_i$  значений ( $\phi'_{i,1}, \phi'_{i,2}, ..., \phi'_{i,M}$ ) определяется по формуле

$$D_{i} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} [\varphi_{i,j}']^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [f(a, R, \gamma)]^{2} d\gamma$$

а среднеквадратическое значение  $\phi_{\rm KB}^{\prime < i >} = \sqrt{D_i}$ .

Поскольку величина  $\phi_{\rm KB}^{\prime < i>}$  зависит от  $a_i$ , лежащего на интервале [-0,5;0,5], то для нахождения зависимости среднего значения  $\bar{\phi}_{\rm KB}^{\prime} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \phi_{\rm KB}^{\prime < i>}$  от

R в (9) требуется провести усреднение по  $a_i$ .

$$\overline{\varphi}_{\rm KB}'(R) = \int_{-0.5}^{0.5} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ f(a, R, \gamma) \right]^2 d\gamma} \, da \,.$$
(10)

Записать в аналитических функциях решение интеграла (10) сложно. Поэтому были проведены численные расчеты его значений для 19 отношений амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R_y$  в диапазоне от 0,1 до 0,999. Результаты представлены в табл. 1.

Для нахождения оценки отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$  была проведена интерполяция по методу наименьших квадратов. Значения  $\overline{\phi}'_{\rm KB}$  и  $R_{\rm Y}$  являлись координатами 19 узловых точек. В качестве интерполирующей функции использовалась парабола  $g(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$ . Полученная зависимость имеет вид

$$R = g(\overline{\varphi}'_{\rm KB}) = -0.023 + 1.294 \cdot \overline{\varphi}'_{\rm KB} - 0.368 \cdot \overline{\varphi}'^2_{\rm KB} \,. \tag{11}$$

Таблица 1

Зависимость значений $\overline{\mathrm{\phi}}_{\mathrm{KB}}^{\prime}$ от $R_{\mathrm{Y}}$				
Номер узла	$R_{ m y}$	$\overline{\phi}'_{\rm KB}$		
1	0,1	0,090182		
2	0,15	0,135558		
3	0,2	0,181281		
4	0,25	0,227478		
5	0,3	0,274285		
6	0,35	0,321849		
7	0,4	0,370339		
8	0,45	0,419943		
9	0,5	0,470883		
10	0,55	0,523424		
11	0,6	0,577891		
12	0,65	0,634693		
13	0,7	0,694366		
14	0,75	0,757643		
15	0,8	0,825585		
16	0,85	0,899857		
17	0,9	0,983421		
18	0,95	1,082905		
19	0,999	1,227207		

На рис. 8 представлены результаты интерполяции: функция  $R = g(\overline{\varphi}'_{\text{KB}})$  и 19 узловых точек, приведенных в табл. 1.



Средняя ошибка интерполяции составила 0,0055, а максимальное отклонение – менее 0,012. Зависимость ошибки интерполяции  $\varepsilon_R = R_{\rm H} - g(\bar{\varphi}'_{\rm KB})$  от значений  $R_{\rm H}$  показана на рис. 9.



Рис. 9. Зависимость ошибки интерполяции  $\varepsilon_R$  от  $R_{\rm H}$ 

Таким образом, для нахождения оценки отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$  требуется сначала вычислить значение  $\overline{\phi}'_{KB}$ .

$$\bar{\varphi}_{\rm KB}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \varphi_{\rm KB}'^{\langle i \rangle} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M} [\varphi_{i,j}']^2} , \qquad (12)$$

а затем по (11) определить оценку отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$ .

$$R^* = g(\overline{\varphi}'_{\rm KB}) \,. \tag{13}$$

Третьим этапом разрешения измеренных сигналов от «сильного» и «слабого» источников является установление зависимости значений  $\varphi'_{i,j}$  от разно-

сти начальных фаз  $\Delta\!\gamma$  на антенне  $A_0$  .

Рассмотрим совокупность разностей фаз  $(\phi'_{i,1}, \phi'_{i,2}, ..., \phi'_{i,M})$  *i*-й фазометрической базы. Функция  $f(a, R, \gamma)$ , описываемая формулой (9), имеет экстремальные точки. Чтобы их найти, требуется взять частную производную по параметру  $\gamma$  и приравнять ее к нулю.

$$\frac{\partial f(a, R, \gamma)}{\partial \gamma} = 0$$

Доклады ТУСУР, 2023, том 26, № 1

Данное уравнение после громоздких преобразований приводится к виду

$$-2\sin(\pi a+\gamma)\sin(\pi a)=0$$
.

Сомножитель  $sin(\pi a)$  не зависит от разности

начальных фаз. Приравняв к нулю  $\sin(\pi a + \gamma) = 0$ , находим значения разности начальных фаз в экстремальных точках.

$$\pi a + \gamma = \pi k, \ k \in \mathbb{Z},$$
$$\gamma = -\pi a + \pi k, \ k \in \mathbb{Z}$$

Учитывая, что ү ∈ [−*π*;*π*], получаем два решения:

$$\gamma_1 = -\pi a$$
 при  $k = 0$ ,  
 $\gamma_2 = \begin{cases} -\pi a + \pi, & \text{если } a > 0 \\ -\pi a - \pi, & \text{если } a < 0 \end{cases}$ 

Следовательно, значения разности начальных фаз «слабого» и «сильного» сигналов  $\Delta \gamma$  в экстремальных точках  $\Delta \gamma_1 = -\pi a$ ,  $\Delta \gamma_2 = \pi \cdot (1-a)$  или  $\Delta \gamma_2 = \pi \cdot (-1-a)$ .

Вычислим значения разностей фаз  $\phi_{min}$  и  $\phi_{max}$  в экстремальных точках, в которых разности начальных фаз «слабого» и «сильного» сигналов  $\Delta \gamma_1$  и  $\Delta \gamma_2$ .

$$f(a, R, \Delta \gamma_1) = \operatorname{arctg} \frac{R \sin(2\pi a + \Delta \gamma_1)}{1 + R \cos(2\pi a + \Delta \gamma_1)} - \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\Delta \gamma_1)}{1 + R \cos(\Delta \gamma_1)} = 2 \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\pi a)}{1 + R \cos(\pi a)};$$
$$f(a, R, \Delta \gamma_2) = \operatorname{arctg} \frac{R \sin(2\pi a + \Delta \gamma_2)}{1 + R \cos(2\pi a + \Delta \gamma_2)} - \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\Delta \gamma_2)}{1 + R \cos(\Delta \gamma_2)} = -2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\pi a)}{1 - R \cos(\pi a)}.$$

Найдем сумму разностей фаз  $\phi_{min}$  и  $\phi_{max}$  в экстремальных точках  $\phi_{\Sigma} = \phi_{min} + \phi_{max}$ .

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi_{\min} + \varphi_{\max} = f(a, R, \Delta \gamma_1) + f(a, R, \Delta \gamma_2) =$$
$$= 2 \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\pi a)}{1 + R \cos(\pi a)} - 2 \operatorname{arctg} \frac{R \sin(\pi a)}{1 - R \cos(\pi a)}$$

или

$$\operatorname{arctg} \frac{R\sin(\pi a)}{1 + R\cos(\pi a)} - \operatorname{arctg} \frac{R\sin(\pi a)}{1 - R\cos(\pi a)} = \frac{\varphi_{\Sigma}}{2}.$$

Эта формула путем простых, но громоздких тригонометрических преобразований приводится к виду

$$\sin\left(2\pi a-0,5\varphi_{\Sigma}\right)=-\frac{\sin\left(0,5\varphi_{\Sigma}\right)}{R^{2}}.$$

Отсюда получаем

$$a = \frac{1}{2\pi} \left( 0.5\varphi_{\Sigma} + (-1)^{k+1} \arcsin\left[\frac{\sin(0.5\varphi_{\Sigma})}{R^2}\right] + \pi k \right), \quad (14)$$

где  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}$  – множество целых чисел.

В данной формуле целые числа k следует выбрать так, чтобы значения  $a \in [-0,5;0,5]$ . Их количество равно двум. Обозначим пару значений a, полученных по (14) для *i*-й фазометрической базы, как  $a_1^{\langle i \rangle}$  и  $a_2^{\langle i \rangle}$ .

На заключительном пятом этапе разрешения измеренных сигналов от двух источников вычисляется оценка пеленга «слабого» сигнала. Получив на каждой фазометрической базе пару значений  $a_1^{<i>}$ ,  $a_2^{<i>}$ , требуется сформировать матрицу **A**, состоящую из  $m = 2^n$  столбцов и n строк.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,m} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \dots & A_{n,m} \end{bmatrix}$$

Столбцами этой матрицы  $\mathbf{A}_j$ , j = 1...m, являются комбинации значений  $a_1^{<i>}$  и  $a_2^{<i>}$  на каждой фазометрической базе. Таким образом, матрица  $\mathbf{A}$ имеет вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1^{<1>} & a_2^{<1>} & a_1^{<1>} & a_2^{<1>} & \dots & a_2^{<1>} \\ a_1^{<2>} & a_1^{<2>} & a_2^{<2>} & a_2^{<2>} & \dots & a_2^{<2>} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^{} & a_1^{} & a_1^{} & a_1^{} & \dots & a_2^{} \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим ранее введенное обозначение  $a_i = x_i \cdot \Delta v - [x_i \cdot \Delta v]$ . Выполнив преобразования, получим

$$x_i \cdot \Delta v = a_i + \lfloor x_i \cdot \Delta v \rfloor. \tag{15}$$

Из (15) следует, что значение  $x_i \cdot \Delta v$  есть сумма двух слагаемых. Первое слагаемое является одним из двух чисел  $a_1^{<i>}$  и  $a_2^{<i>}$ , найденных из соотношения (14), а второе – целым числом. Обозначим  $[x_i \cdot \Delta v] = k_i$ .

Запишем в векторной форме выражение, связывающее вектор фазометрических баз  $\mathbf{n}_x$ ,  $\Delta v$  и  $\mathbf{A}_j$ .

$$\mathbf{n}_{x} \cdot \Delta v^{\langle j \rangle} = \mathbf{A}_{j} + \mathbf{k}_{j}, \ j = 1...m.$$
(16)

Формула (16) подобна соотношению (1). Только в данном случае роль направляющего косинуса vвыполняет  $\Delta v^{\langle j \rangle}$ , вектора измеренных разностей фаз  $\boldsymbol{\varphi}$  – вектор  $\mathbf{A}_j$ , вектора неоднозначности  $\mathbf{k}$  – вектор  $\mathbf{k}_j$ . Следовательно, используя соотношения (3) и (4), можно методом максимального правдоподобия найти оценку величины  $\Delta v^{\langle j \rangle}$ .

Для нахождения оценки  $\Delta v^{<j>}$  требуется сначала, используя соотношение (4), для каждого  $\mathbf{A}_{j}$  устранить неоднозначность фазовых измерений, т.е.

найти  $\mathbf{k}_{j}^{*}$ , а потом провести весовое суммирование

(3) по аналогии с тем, как это было сделано при нахождении оценки пеленга «сильного» источника.

$$\Delta v^{} = \mathbf{q}_v^T \cdot \left[ \mathbf{A}_j + \mathbf{k}_j^* \right], \ j = 1...m$$

После нахождения оценок  $\Delta v^{<j>}$  для каждого из *m* вариантов требуется вычислить квадрат ошибки  $Q_j$ 

$$Q_{j}\left(\Delta\nu^{\langle j\rangle}\right) = \left(\mathbf{n}_{x}\Delta\nu^{\langle j\rangle} - \left[\mathbf{n}_{x}\Delta\nu^{\langle j\rangle}\right] - \mathbf{A}_{j}\right)^{T} \times \left(\mathbf{n}_{x}\Delta\nu^{\langle j\rangle} - \left[\mathbf{n}_{x}\Delta\nu^{\langle j\rangle}\right] - \mathbf{A}_{j}\right), \quad (17)$$

В качестве оценки разности направляющих косинусов «слабого» и «сильного» источников  $\Delta v^*$ следует взять то из значений  $\Delta v^{<j>}$ , при котором квадрат ошибки  $Q_j$  минимален.

$$\Delta v^* = \arg \min_{j=1...m} Q_i \left( \Delta v_j^* \right).$$

Учитывая, что  $\Delta v = v_2 - v_1$ , оценка пеленга «слабого» сигнала  $v_2^*$  определяется как

$$v_2^* = v_1 + \Delta v^* \,. \tag{18}$$

Если оценка  $v_2^*$  выходит за пределы сектора однозначности  $\Delta v_{\text{одн}}$ , то требуется ее значение привести к заданному диапазону

$$v_2^* = v_2^* - \Delta v_{\text{OQH}} \cdot \left[ \frac{v_2^*}{\Delta v_{\text{OQH}}} \right].$$

#### Решение задачи для двухкоординатного пеленгатора

Данный метод углового разрешения инвариантен относительно типа антенной решетки фазового пеленгатора, и его можно легко распространить на плоскую и объемную (конформную) решетки. В этом случае пеленг источника радиоизлучения определяется парой направляющих косинусов к осям декартовой системы координат. Применим метод максимального правдоподобия к пеленгаторам с плоской решеткой. Обозначим  $v_1$ ,  $u_1$  направляющие косинусы «сильного» сигнала, а  $v_2$ ,  $u_2$  – «слабого». Тогда введем обозначения  $\Delta v = v_2 - v_1$ ,  $\Delta u = u_2 - u_1$ .

Соотношение (2) принимает вид

$$L_{\varphi}(v,u) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\varphi}^{2}} \exp\left\{-\sum_{i=1}^{n} \frac{(\varphi_{i} + k_{i} - n_{xi}v - n_{yi}u)^{2}}{2\sigma_{\varphi}^{2}}\right\},\$$

где  $\mathbf{n}_x$ ,  $\mathbf{n}_y$  – проекции векторов фазометрических баз на координатные оси решетки  $n_{xi} = x_i / \lambda$ ,  $n_{yi} = y_i / \lambda$ ;  $x_i, y_i$  – координаты антенных элементов.

Оценки направляющих косинусов «сильного» сигнала, определяемые в соответствии с методом максимального правдоподобия, вычисляются по формулам [3]

$$v_1^* = \sum_{i=1}^n q_{vi}(\overline{\varphi}_i + 2\pi k_i), \quad u_1^* = \sum_{i=1}^n q_{ui}(\overline{\varphi}_i + 2\pi k_i),$$

где  $\mathbf{q}_v = (q_{v1}, q_{v2}, ..., q_{vn})^T$ ,  $\mathbf{q}_u = (q_{u1}, q_{u2}, ..., q_{un})^T$  – векторы весов, определяемые структурой антенной системы пеленгатора и корреляционной матрицей фазовых погрешностей [3];  $\mathbf{k} = (k_1, k_2, ..., k_n)^T$  – вектор неоднозначности, координаты которого равны количеству полных периодов разностей фаз на измерительных базах, определяемый одним из известных алгоритмов [2, 3];  $\overline{\phi}_i$  – усредненные значения измеренных разностей фаз на *i*-й базе, определяемые по формуле (8).

Оценка отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$  определяется по (12) и (13), как и в случае пеленгатора с линейной решеткой. Соотношение (16) примет вид

$$\mathbf{n}_{x} \cdot \Delta v^{} + \mathbf{n}_{y} \cdot \Delta u^{} = \mathbf{A}_{j} + \mathbf{k}_{j}, \ j = 1...m.$$

Кроме оценки  $\Delta v^{<j>}$  потребуется аналогичным образом вычислить  $\Delta u^{<j>}$ .

$$\Delta u^{} = \mathbf{q}_{u}^{T} \cdot \left(\mathbf{A}_{j} + \mathbf{k}_{j}^{*}\right), \ j = 1...m.$$

Формула (31), по которой вычисляется квадрат ошибки  $Q_i$ , примет вид

$$\begin{aligned} Q_j \left( \Delta v^{}, \Delta u^{} \right) &= \left( \mathbf{h}_j - \mathbf{A}_j \right)^T \times \left( \mathbf{h}_j - \mathbf{A}_j \right), \end{aligned}$$
где  $\mathbf{h}_j = \mathbf{n}_x \Delta v^{} + \mathbf{n}_y \Delta u^{} - \left[ \mathbf{n}_x \Delta v^{} + \mathbf{n}_y \Delta u^{} \right] \end{aligned}$ 

Оценки разности направляющих косинусов «слабого» и «сильного» источников  $\Delta v^*$  и  $\Delta u^*$  определяются совместно. Для этого требуется из совокупности значений  $\Delta v^{<j>}$ ,  $\Delta u^{<j>}$  выбрать тот вариант, при котором квадрат ошибки  $Q_j$  минимален.

$$\left\{\Delta v^*, \Delta u^*\right\} = \arg\min_{i=1...m} Q_i \left(\Delta v_i^*, \Delta u_i^*\right)$$

В соотношение (18) нужно добавить формулы для расчета второго направляющего косинуса «слабого» сигнала  $u_2^*$  и приведения его к сектору однозначности  $\Delta u_{\text{одн}}$ .

$$u_{2}^{*} = u_{1} + \Delta u^{*}, \quad u_{2}^{*} = u_{2}^{*} - \Delta u_{\text{OZH}} \cdot \left[\frac{u_{2}^{*}}{\Delta u_{\text{OZH}}}\right]$$

#### Численный эксперимент

Работоспособность разработанного метода была проверена компьютерным моделированием. Была выбрана эквидистантная линейной решетка, состоящая из 11 антенных элементов, расположенных через  $\lambda$ . При значениях направляющих косинусов «сильного» сигнала  $v_1 = 0,15$  и «слабого» сигнала  $v_2 = -0,07$  и отношении амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R = U_2/U_1 = 0,8$  были получены следующие результаты: абсолютные погреш-

Таблица 2

ности оценок пеленгов составили  $\varepsilon_1 = v_1 - v_1^* = 0,0002$ ,  $\varepsilon_2 = v_2 - v_2^* = -0,0003$ , а отношения амплитуд –  $\varepsilon_R = R - R^* = 0,004$ .

Также была исследована зависимость погрешности оценок отношения амплитуд «слабого» и «сильного» сигналов  $R^*$  и направляющего косинуса «слабого» сигнала  $v_2^*$  от величины пеленга «слабого» сигнала  $v_2$  при различных значениях R. При компьютерном моделировании пеленг «сильного» сигнала  $v_1 = 0$ . Значения  $v_2$  менялись от 0,05 до 0,45 с шагом 0,05. Результаты исследования представлены на рис. 10.





при R = 0.5 (•), R = 0.7 (•), R = 0.9 (•)

В результате усреднения по  $v_2$  были получены статистические характеристики ошибок оценок  $R^*$ и  $v_2^*$  в виде средних значений ( $\overline{R}$  и  $\overline{v_2}$ ) и стандартных отклонений ( $\sigma_R$  и  $\sigma_{v_2}$ ). Результаты приведены в табл. 2.

Для анализа фазового пеленгатора с плоской антенной решеткой была выбрана антенная система, состоящая из 11 антенных элементов, расположение которых показано на рис. 11, где одно деление координатной сетки соответствует длине волны  $\lambda$ .

Зависимость статистических характеристик оценок

 $R^*$  и  $v_2^*$  от отношений амплитуд R

R	$\overline{R}$	$\sigma_R$	$\overline{v_2}$	$\sigma_{v_2}$
0,5	-0,01526	0,02156	0,00001	0,00181
0,7	-0,00896	0,02635	-0,00033	0,00197
0,9	-0,00134	0,03047	0,00068	0,00257



Рис. 11. Расположение элементов антенной решетки фазового радиопеленгатора. А1, А2,..., А11 – антенны

Сигнал, принимаемый антенной A<sub>11</sub>, использовался как опорный. Относительно него измерялись разности фаз сигналов, принятых другими десятью антеннами. Получили векторы фазометрических баз

> $\mathbf{n}_{x} = (0; 2; 3; 3; -2; -2; 6; -6; -6; 6)^{T},$  $\mathbf{n}_{y} = (5; 2; -1; -4; -4; 2; 6; 6; -6; -6)^{T}.$

При значениях направляющих косинусов «сильного» сигнала  $v_1 = 0,423$ ,  $u_1 = 0$ , «слабого» сигнала  $v_2 = 0,416$ ,  $v_2 = -0,073$  и отношения амплитуд сигналов R = 0,75 были получены следующие результаты: абсолютные погрешности оценок пеленгов и отношения амплитуд составили  $v_1 - v_1^* = 0,001$ ,  $u_1 - u_1^* = -0,0013$ ,  $v_2 - v_2^* = 0,0023$ ,  $u_2 - u_2^* = -0,0027$ ,  $R - R^* = 0,016$ .

Таким образом, результаты компьютерного моделирования подтвердили работоспособность метода углового разрешения в фазовых пеленгаторах, построенных в соответствии с принципом максимального правдоподобия и имеющих антенную систему в виде линейной или плоской решетки.

#### Заключение

Приведенные в работе теоретические расчеты, подтвержденные результатами компьютерного моделирования, позволяют констатировать:

 Многобазовые фазовые пеленгаторы, построенные по принципу максимального правдоподобия, обладают способностью углового разрешения.  Разработанный метод углового разрешения применим не только к однокоординатным пеленгаторам, имеющим антенную систему в виде линейной решетки, но и к двух- и трехкоординатным пеленгаторам, имеющим антенную систему в виде плоской или объемной (конформной) решетки.

 Разработанный метод углового разрешения применим к фазовым пеленгаторам с различным расположением элементов в антенной решетке, включая такой, при котором каждая из фазометрических баз является неоднозначной.

Работа выполнена в рамках проекта по госзаданию Минобрнауки РФ № FEWM-2023-0014.

#### Литература

1. Теоретические основы радиолокации: учеб. пособие для вузов / А.А. Коростелев, Н.Ф. Клюев, Ю.А. Мельник и др.; под ред. В.Е. Дулевича. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1978. – 608 с.

 Белов В.И. Теория фазовых измерительных систем. – Томск: ТУСУР, 1994. – 102 с.

Денисов В.П. Фазовые радиопеленгаторы / В.П. Денисов, Д.В. Дубинин. – Томск: ТУСУР, 2002. – 251 с.

4. Кинкулькин И.Е. Глобальные навигационные спутниковые системы: алгоритмы функционирования аппаратуры потребителя. – М.: Радиотехника, 2018. – 325 с.

5. Lipsky S.E. Microwave passive direction finding. – Raleigh, USA: SciTech Publishing, Inc., 2004. – 320 p.

6. Verhagen S. New Global Navigation Satellite System Ambiguity Resolution Method Compared to Existing Approaches / S. Verhagen, P.J.G. Teunissen // Journal of Guidance Control and Dynamics. – 2006. – Vol. 29, No. 4. – PP. 981–991.

7. Statistical Resolution Limit for the Multidimensional Harmonic Retrieval Model: Hypothesis Test and Cram'er-Rao Bound Approaches / M.N. El Korso, R. Boyer, A. Renaux, S. Marcos // EURASIP J. Adv. Signal Proc. – 2011. – No. 12. – PP. 1–14. DOI: 10.1186/1687-6180-2011-12

8. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. – М.: Радио и связь, 2003. – 200 с.

9. Куприянов А.И. Радиоэлектронная борьба. Основы теории / А.И. Куприянов, Л.Н. Шустов – М.: Вузовская книга, 2011. – 800 с.

10. Смирнов Ю.А. Радиотехническая разведка. – М.: Военное изд-во, 2006. – 454 с.

11. Леонов А.И. Моноимпульсная радиолокация / А.И. Леонов, К.И. Фомичев – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1984. – 312 с.

12. Хургин Я.И. Финитные функции в физике и технике / Я.И. Хургин, В.П. Яковлев. – М.: Наука, 1971. – 408 с.

## Дубинин Дмитрий Владимирович

Канд. техн. наук, доцент каф. радиоэлектроники и систем связи ТУСУРа Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050 ORCID: 0000-0003-4588-3778 Тел.: 8 (382-2) 70-15-15 (внут/) 2507 Эл. почта: dmitrii.v.dubinin@tusur.ru Dubinin D.V.

# Angular resolution of signals measurement in multi-base phase direction finders

Angular resolution method of signal sources in phase direction finders with antenna systems in the form of linear, flat or three-dimensional arrays consisting of weakly directed elements is considered. The angular resolution of the signals is achieved by determining for each of the sources its own set of full periods of phase differences lost during measurements. It is shown that the maximum likelihood method developed for estimating the angle of arrival of a single signal is suitable for angular resolution of signals. There is given the received signals bearing angle accuracy evaluation.

**Keywords:** phase direction finder, phase difference, angular resolution, maximum likelihood estimation.

DOI: 10.21293/1818-0442-2023-26-1-16-25

#### References

1. Dulevich V.E., Korostylev A.A., Kluev N.F., Mel'nik Y.A. *Teoreticheskie osnovy radiolokatcii* [Theoretical bases of radiolocation]. Moscow, Sov. radio, 1978. 608 p. (in Russ.).

2. Belov V.I. *Teoria fazovyh izmeritel'nyh sistem* [Theory of phase measurement systems]. Tomsk. TUSUR, 1994. 102 p. (in Russ.).

3. Denisov V.P., Dubinin D.V. *Fazovye radiopelengatory* [Phase direction finders]. Tomsk, TUSUR, 2002. 251 p. (in Russ.).

4. Kinkul'kin I.E. *Globalnye navigatcionnye sputnikovye* sistemy: algoritmy funktcionirovaniya apparatury potrebitelya [Global Navigation Satellite System: functioning algorithms in user's equipment]. Moscow, *Radiotehnika*, 2018. 325 p. (in Russ.).

5. Lipsky S.E. *Microwave passive direction finding*. Raleigh, USA, SciTech Publishing Inc., 2004. 320 p.

6. Verhagen S., Teunissen P.J.G. New Global Navigation Satellite System Ambiguity Resolution Method Compared to Existing Approaches. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2006, vol. 29, no. 4, pp. 981–991.

7. El Korso M.N., Boyer R., Renaux A., Marcos S. Statistical Resolution Limit for the Multidimensional Harmonic Retrieval Model: Hypothesis Test and Cram'er-Rao Bound Approaches *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2011, no. 12. pp. 1–14, DOI: 10.1186/1687-6180-2011-12

8. Ratynskiy M.V. *Adaptatciya i sverhrazreshenie v antennyh reshetkah* [The adaptation and superresolution in antenna arrays]. Moscow, Radio i svjaz, 2003. 200 p. (in Russ.).

9. Kupriyanov A.I., Shustov L.N. *Radioelektronnaya* bor'ba. Osnovy teorii [Electronic warfare. Theoretical bases]. Moscow, Vuzovskaya kniga, 2011. 800 p. (in Russ.).

10. Smirnov Y.A. *Radiotehnicheskaya razvedka* [Electronic intelligence]. Moscow, Voennoe izdatelstvo, 2006. 454 p. (in Russ.).

11. Leonov A.I., Fomichev K.I. *Monoimpul'snaya radiolokatciya* [The monopulse radiolocation]. Moscow. Radio i svjaz', 1984. 312 p. (in Russ.).

12. Hurginyan I.I., Yakovlev V.P. *Finitnye funktcii v fizike i tehnike* [The finite functions in physics and technique]. Moscow. Nauka, 1971. 408 p. (in Russ.).

#### **Dmitry V. Dubinin**

Doctor of Science in Engineering, Assistant Professor, Department of Radioelectronics and Communication Systems, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR) 40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050 ORCID: 0000-0003-4588-3778 Phone: +7 (382-2) 70-15-15 Email: dmitrii.v.dubinin@tusur.ru