

УДК 519.863

Е.Б. Грибанова, Р.Р. Мустакимов

Разработка алгоритма решения обратной задачи формирования прибыли при ограничении целочисленности

Представлен алгоритм решения обратной задачи формирования прибыли, отличающийся от существующих учётом ограничения на целочисленность характеристик. На основе данного алгоритма реализовано веб-приложение для поддержки принятия решений по достижению целевых показателей организации.

Ключевые слова: обратная задача, прибыль, целочисленное программирование, обратные вычисления, веб-приложение.

DOI: 10.21293/1818-0442-2022-25-3-63-68

Прибыль является одним из основных показателей деятельности экономического субъекта. При анализе в условиях риска и неопределённости данный показатель даёт возможность определить эффективность деятельности хозяйствующего субъекта. Предприятия заинтересованы в получении и увеличении прибыли от поставки товаров и услуг или осуществлении другой деятельности. Одним из важнейших механизмов для достижения этих целей является составление планов продаж и переоценка товаров и услуг, поставляемых предприятием.

Для лица, принимающего решения о формировании плана продаж и ценообразовании, ключевое значение имеют данные продаж за предыдущие периоды и результаты их анализа. Решение обратной задачи предоставляет информацию о том, как необходимо изменить исходные данные, чтобы получить ожидаемый результат. Таким образом, решение обратных задач является важным инструментом поддержки принятия решений.

Обратная задача формирования прибыли предприятия направлена на получение информации о том, каким образом необходимо изменить себестоимость, цену и количество продаваемых товаров или предоставляемых услуг, чтобы получить ожидаемую прибыль в конце периода. При решении необходимо учитывать ограничения предметной области. В частности, таким ограничением является целочисленность некоторых характеристик. Например, позиции блюд в меню ресторана являются целочисленными значениями.

Современные системы поддержки принятия решений (СППР) имеют функционал, позволяющий составлять планы продаж и формировать цены на продукты и услуги на основе данных предыдущих периодов. Однако с учётом того, что зачастую эти СППР имеют колоссальное количество функций и ориентированы на большие предприятия и корпорации, стоимость таких систем является большим препятствием для использования их в управлении небольшими предприятиями.

Для реализации доступного для небольших предприятий решения по предоставлению информации, которая поможет при формировании цен и плана продаж, одним из оптимальных вариантов явля-

ется реализация веб-сайта с соответствующим функционалом. Такое решение позволит повысить качество анализа данных по продажам за предыдущий период, а также косвенно снизить издержки по созданию и поддержанию информационной инфраструктуры для предприятий.

В литературе рассматривается решение обратных задач с помощью различных подходов. Так, в статье [1] приводится постановка и решение обратных задач при минимизации суммы модулей аргументов для отбора изменяемых характеристик. Работа [2] посвящена решению обратной задачи при минимизации суммы квадратов изменений аргументов. Для решения полученной задачи рассмотрены методы нелинейного программирования (множителей Лагранжа, замены переменных). Полученное таким образом решение характеризуется минимальным изменением характеристик.

Применение обратных вычислений в сфере экономики и принятия решений с использованием экспертной информации описано в работах Б.Е. Одинцова [3], О.В. Виштак [4], Е.А. Барминой [5], А.В. Мартыановой [6], С.Л. Блюмина [7], а также в статьях [8, 9]. В литературе рассматривается решение обратных задач с учетом ограничений на величины показателей в виде нижней и верхней границы.

Так, в [10] описана итерационная процедура, которая заключается в последовательном изменении функционала и определении величин изменений аргументов, что позволяет получить результат с учетом заданных ограничений.

В работе [11] приводится стохастический алгоритм, основанный на выборе аргумента для изменения с помощью моделирования полной группы несовместных событий и последующей корректировки его значения в случае выхода значения за заданные границы. Однако в представленных в литературе исследованиях не рассматриваются поиск решения с учётом целочисленности показателей.

Постановка задачи и цели исследования

Целью данной работы является разработка алгоритма решения обратной задачи формирования прибыли предприятия с учётом целочисленности некоторых характеристик.

Задачи, которые позволят достичь поставленной цели:

- 1) разработать алгоритм решения обратной задачи формирования прибыли на базе обратных вычислений;
- 2) модифицировать алгоритм с учётом ограничений на целочисленность некоторых характеристик;
- 3) выполнить тестирование работы алгоритма;
- 4) реализовать веб-приложение.

Прямая задача формирования прибыли заключается в расчёте итогов деятельности предприятия за период. При наличии сформированных данных о цене, себестоимости и количестве реализованного товара расчёт прибыли производится по формуле

$$\Pi = K \cdot (\Pi - C), \quad (1)$$

где K – объем продаж; Π – цена; C – себестоимость.

В случае многономенклатурной задачи суммарная прибыль вычисляется на основе величин прибыли Π_i по каждому i -му наименованию

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i. \quad (2)$$

Полученная задача представлена в виде дерева показателей на рис. 1. Здесь α_i – коэффициенты относительной важности прибыли по i -му наименованию, β_i , η_i , γ_i – коэффициенты относительной важности объема продаж, себестоимости, цены i -го наименования соответственно.

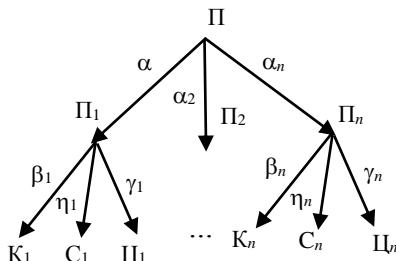


Рис. 1. Дерево показателей

Использование приведённых формул позволяет рассчитать прибыль для каждого товара. Но для лица, принимающего решения, при формировании планов продаж и ценообразовании интересен вопрос «Как увеличить прибыль?». Данный вопрос можно конкретизировать и сформулировать следующим образом: «Каким образом необходимо изменить значения параметров цены, себестоимости и количества продаваемого товара, чтобы прибыль изменилась на $N\%$ или приняла значение Π^* ?». Это и есть обратная задача формирования прибыли предприятия.

Метод обратных вычислений для решения обратной задачи подразумевает вычисление значений приращений характеристик прямой функции для её значений в конкретной точке с помощью дополнительной информации, которая может быть получена от лица, принимающего решения. Этой дополнительной информацией могут быть коэффициенты относительной важности (КОВ) аргументов – отно-

сительные оценки показателей от экспертов или лица, принимающего решения.

Задача формирования общей прибыли имеет следующий вид:

$$\Pi + \Delta\Pi = \sum_{i=1}^n (\Pi_i + \Delta\Pi_i(\alpha_i)),$$

где $\Delta\Pi$ – общее изменение прибыли, $\Delta\Pi_i(\alpha_i)$ – приращение прибыли по одному товару, α_i – коэффициент относительной важности конкретного товара.

Определение изменения при аддитивной модели может быть выполнено по формуле

$$\Delta\Pi_i = \alpha_i \cdot \Delta\Pi. \quad (3)$$

В этом случае изменения определяются таким образом, чтобы сумма абсолютных значений изменений была минимальна.

Решение обратной подзадачи второго уровня определяется с помощью решения системы уравнений:

$$\begin{cases} \Pi + \Delta\Pi = (K + \Delta K(\beta)) \cdot ((\Pi + \Delta\Pi(\gamma)) - (C + \Delta C(\eta))), \\ \frac{\Delta\Pi}{\Delta K} = \frac{\gamma}{\beta}, \\ \frac{\Delta\Pi}{\Delta C} = \frac{\eta}{\gamma}. \end{cases}$$

Неизвестными в системе являются величины приращений: $\Delta\Pi$, ΔK , ΔC . Выразив значения, получим уравнение

$$\Pi + \Delta\Pi = \left(K + \Delta C \frac{\beta}{\gamma} \right) \cdot \left((\Pi + \Delta\Pi) - \left(C + \Delta C \frac{\eta}{\gamma} \right) \right).$$

В результате решение системы сводится к поиску корня уравнения с одним неизвестным – $\Delta\Pi$. Для решения задачи был использован метод Ньютона.

Далее необходимо сложить исходные значения цены, себестоимости и количества товара с соответствующими значениями приращений и вычислить прибыль с помощью формулы (1).

Таким образом, общий алгоритм решения задачи формирования суммарной прибыли будет включать следующие шаги:

Шаг 1. Рассчитать общую прибыль, полученную с продажи товаров, по формулам (1), (2).

Шаг 2. Получить значение целевой прибыли, коэффициенты относительной важности и направления изменения показателей.

Шаг 3. Рассчитать изменение прибыли для каждого товара с помощью формулы (3).

Шаг 4. Определить значения изменения количества, цены и себестоимости для достижения целевой прибыли по каждому товару.

Шаг 5. Прибавить полученные значения изменений к исходным значениям.

Шаг 6. Вычислить полученное значение прибыли с учётом изменений по формулам (1), (2).

Метод решения и результаты

В рассматриваемой задаче с использованием данных ресторана быстрого питания используются

данные по продажам порций еды. Порции еды в данном контексте выражаются в виде позиций в меню, где каждая позиция может быть продана только в целом количестве. Однако результатом использования описанного выше алгоритма будут дробные значения.

При первичном анализе были предложены следующие решения данной проблемы:

- 1) простое округление по правилам математики;
- 2) округление всех значений в меньшую или большую сторону;
- 3) формирование возможности для лица, принимающего решения, самостоятельно решить вопрос с количеством продаваемых товаров;
- 4) округление величин таким образом, чтобы получить значение прибыли, наиболее близкое к заданному.

Недостатки первого и второго предложения очевидны: лицо, принимающее решение, получит некорректные данные по остальным параметрам и будет введено в заблуждение, что может повлечь за собой принятие решений, которые могут негативно сказаться на экономических результатах компании. В третьем варианте на эксперта ложится дополнительная задача по определению величин, что может потребовать значительных затрат временных ресурсов.

Для реализации четвертого варианта необходимо применение методов целочисленного программирования. Далее осуществляется внедрение одного из методов целочисленного программирования в существующий алгоритм решения задачи формирования прибыли.

Таким образом, алгоритм решения обратной задачи формирования прибыли будет дополнен следующими шагами:

Шаг 4.1. Округлить значения изменения объема продаж.

Шаг 4.2. Пересчитать значения приращений цены и себестоимости по каждому товару.

Шаг 4.3. Оптимизировать ранее вычисленные значения изменения цены и себестоимости с учётом целочисленности количества.

Шаг 4.4. Проверить возможностьдостижимости полученных значений.

Существует несколько методов решения задач, в которых искомые переменные имеют условие целочисленности [12]:

- метод Гомори;
- метод ветвей и границ;
- метод Монте-Карло;
- венгерский метод и др.

Реализация графического метода в виде компьютерного алгоритма представляется задачей, включающей в себя множество подзадач, не имеющих отношения к цели: составление алгоритма составления графиков и чтения информации с них.

Реализация метода ветвей и границ требует множественного и сложного ветвления условий, которое, во-первых, затрудняет реализацию, а во-вторых, может существенно увеличить время выполнения программы и требования к оборудованию.

Метод Монте-Карло, основанный на генерировании случайных чисел, позволяет найти решение задачи за ограниченное время, когда полный перебор требует значительных временных ресурсов, и часто используется для решения как полностью целочисленных задач, так и смешанных [13–15]. Данный метод и будет использован в работе, поскольку число вариантов для каждого вида продукции может быть достаточно велико.

Задача целочисленного программирования может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} &|\tilde{\Pi}_i^* - \Pi_i^*| \rightarrow \min, \\ &\tilde{\Pi}_i^*(K_i^*) = K_i^* \cdot (\Pi_i^* - C_i^*), \\ &K_i^* \in z, \end{aligned}$$

где Π_i^* – целевая прибыль по i -му товару, вычисленная с помощью формулы (3); $\tilde{\Pi}_i^*$ – целевая прибыль по i -му товару, вычисленная с учётом целочисленности; K_i^* – искомое целочисленное значение объема продаж i ; Π_i^* – вычисленная путем решения обратной задачи цена товара i ; C_i^* – вычисленная путем решения обратной задачи себестоимость товара i .

Для решения задачи выполняется округление в большую и меньшую сторону и осуществляется выбор варианта, обеспечивающего наименьшее значение целевой функции.

С целью компенсации изменения рекомендуемого значения количества товара необходимо пересчитать значения приращения цены товара и себестоимости. Задача будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} &|\tilde{\Pi}_i^* - \Pi_i^*| \rightarrow \min, \\ &\tilde{\Pi}_i^*(\Delta\Pi_i^*) = K_i^* \cdot \left(\Pi_i^* + \Delta\Pi_i^* - \left(C_i^* + \Delta C_i^* \frac{\eta}{\gamma} \right) \right), \\ &K_i^* = \text{const}, \end{aligned}$$

где $\Delta\Pi_i^*$ – компенсирующее целочисленность значения изменение цены товара; $\Delta C_i^* \frac{\eta}{\gamma}$ – компенсирующее целочисленность значения изменение себестоимости товара, выраженное с помощью коэффициентов относительной важности цены и себестоимости, а также компенсирующего значения изменения цены.

С помощью разработанного алгоритма выполнено решение задачи формирования прибыли ресторана быстрого питания. Исходные данные представлены в табл. 1. Под номерами 1, 2 и 3 рассматриваются соответственно следующие наименования продукции: «Филадельфия», «Сяки-маки», «Филадельфия лайт». В данной задаче предполагается, что себестоимость остается без изменения, а происходит изменение цены и объема продаж. При этом на основе статистических данных была выявлена зависимость, согласно которой при снижении цены растет

объем продаж. Данная зависимость представляется в виде регрессионной, и доверительный интервал используется для проверки достижимости объема продаж при заданной цене.

Т а б л и ц а 1

Номер продукции	Исходные данные о трех видах продукции		
	Себестоимость, руб.	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	7,96	29	22
2	4,96	19	19
3	5,33	23	20

Коэффициенты важности цены, себестоимости, объема продаж представлены в табл. 2. При этом предполагается увеличение цены и объема продаж и уменьшение себестоимости.

Т а б л и ц а 2

Номер продукции	Исходные данные о величинах коэффициентов относительной важности		
	Себестоимость	Цена	Объем продаж
1	0	0,4	0,6
2	0	0,3	0,7
3	0	0,35	0,65

Целевая прибыль составляет 1500 руб., коэффициенты важности прибыли для первого, второго и третьего вида продукции составляют соответственно 0,4; 0,3 и 0,3 (в табл. 2 приведены коэффициенты относительной важности для себестоимости, цены и объема продаж по каждому виду продукции).

В табл. 3 приведено решение обратной задачи без учёта целочисленности объема продаж.

Т а б л и ц а 3

Номер продукции	Решение обратной задачи без учёта целочисленности объема продаж		
	Вычисленные значения		
	Отклонение от заданной прибыли, руб.	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	121,89	25,81	26,78
2	162,95	16,05	25,88
3	74,49	19,55	26,41

В табл. 4 приведено решение с учётом целочисленности.

Т а б л и ц а 4

Номер продукции	Решение обратной задачи с учётом целочисленности		
	Исходные данные		
	Отклонение от заданной прибыли, руб.	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	0	26,14	33
2	0	17,82	35
3	0,59	20,35	30

При этом были скорректированы коэффициенты относительной важности. Так, на рис. 2 представле-

ны полученные соотношения изменения показателей для первого вида продукции. Эвклидова метрика отклонения от заданных значений коэффициентов важности составляет 0,386.

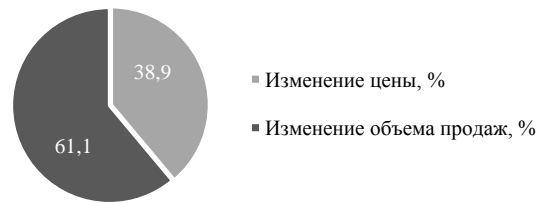


Рис. 2. Соотношения изменения показателей

Для сравнения также был реализован алгоритм случайного поиска, в котором осуществляется случайным образом генерирование изменений аргументов и определяется вариант с минимальной целевой функцией. В качестве целевой функции рассматривается отклонение от заданного значения прибыли и коэффициентов относительной важности. Так, в результате 1 млн итераций было получено решение для второго вида продукции, при котором отклонение от заданного значения функции составило 3,25, а величина эвклидовой метрики отклонения от заданных значений коэффициентов важности составляет 0,408. На рис. 3 представлены результаты ставычислительных экспериментов, решение с помощью разработанного алгоритма отмечено черным цветом. Наилучшим решением является то, которое расположено ближе к началу координат. Полученное решение с помощью алгоритма является оптимальным, так как обеспечивает наименьшее отклонение от заданного значения прибыли и наименьшее значение эвклидовой метрики (по сравнению с решением с помощью алгоритма случайного поиска).

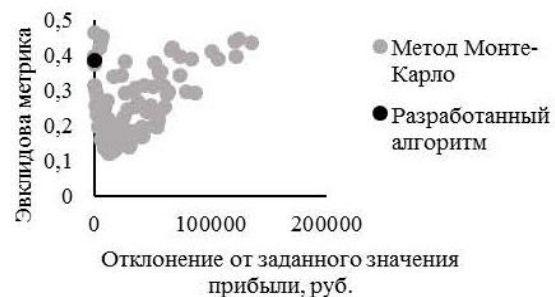


Рис. 3. Результаты моделирования

На основе алгоритма был реализован веб-сайт, который состоит из двух слоёв: серверного и клиентского. Серверный слой сайта содержит реализацию всех алгоритмов системы и реализуется на языке Java. Клиентская часть реализована на языке HTML с применением шаблонов из библиотеки Bootstrap.

Заключение

Применение разработанного алгоритма, основанного на последовательном решении двухуровневой обратной задачи, позволяет определить величины показателей при ограничении на целочисленность. Результаты вычислительных экспериментов,

представленные в табл. 4 и на рис. 2, свидетельствуют о том, что полученное решение при целочисленном объеме продаж соответствует заданному значению прибыли и установленным коэффициентам относительной важности. Решение с помощью разработанного алгоритма является более оптимальным по сравнению с решением, полученным с помощью случайного поиска, в плане соответствия заданному значению прибыли и коэффициентам относительной важности.

Литература

1. Ahuja R.K. Inverse Optimization, Part1: Linear Programming and General Problem / R.K. Ahuja, J.B. Orlin. – Cambridge: MIT, 1998. – 35 p.
2. Ye N. Optimization Methods for Inverse Problems / N. Ye, F. Roosta-Khorasani, T. Cui // *MATRIX Annals*. – 2017. – Vol. 2. – P. 121–140.
3. Одинцов Б.Е. Обратные вычисления в формировании экономических решений. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 256 с.
4. Виштак О.В. Использование технологии обратных вычислений при мониторинге качества дополнительного образования в вузе / О.В. Виштак, И.А. Штырова // *Вестник Астрахан. гос. техн. ун-та*. – 2014. – № 2. – С. 67–73.
5. Бармина Е.А. Мониторинг качества коммерческой организации. Структурирование показателей. Применение когнитивных карт / Е.А. Бармина, И.Ю. Квятковская // *Вестник Астрахан. гос. техн. ун-та*. – 2010. – № 2. – С. 15–20.
6. Мартъянова А.В. Управление эффективностью банка на базе обратных вычислений // *Вестник магистратуры*. – 2015. – № 6. – С. 77–79.
7. Блюмин С.Л. Применение анализа конечных изменений и метода обратных вычислений в системах управления и поддержки принятия решений / С.Л. Блюмин, Г.С. Боровкова // *Проблемы управления*. – 2018. – № 6. – С. 29–34.
8. Грибанова Е.Б. Методы решения обратных задач экономического анализа // *Корпоративные финансы*. – 2016. – № 1. – С. 119–130.
9. Грибанова Е.Б. Методы решения обратных задач экономического анализа с помощью минимизации приращений аргументов // *Доклады ТУСУР*. – 2018. – № 2. – С. 95–99.
10. Одинцов Б.Е. Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений / Б.Е. Одинцов, А.Н. Романов // *Вестник Финансового ун-та*. – 2014. – № 2. – С. 60–73.
11. Грибанова Е.Б. Стохастические алгоритмы решения обратных задач экономического анализа с ограничениями // *Доклады ТУСУР*. – 2016. – № 4. – С. 112–116.
12. Мицель А.А. Методы оптимизации: учеб. пособие / А.А. Мицель, А.А. Шелестов. – Томск: Изд-во ТУСУРа, 2004. – 256 с.
13. Мицель А.А. Комбинаторная модель опционного портфеля / А.А. Мицель, М.Е. Семенов, М.Э. Фатянова // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. – 2016. – № 25(307). – С. 2–13.
14. Hamzacebi C. Continuous function minimization by dynamic random search / C. Hamzacebi, F. Kutay // *Applied Mathematical Modeling*. – 2007. – Vol. 31, No. 10. – P. 2189–2198.
15. Lei G. Adaptive random search in Quasi-Monte Carlo methods for global optimization // *Computers and Mathematics with Applications*. – 2007. – No. 6. – P. 747–754.

Грибанова Екатерина Борисовна

Канд. техн. наук, доцент каф. автоматизированных систем управления (АСУ) Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050
ORCID: 0000-0001-6499-5893
Тел.: +7 (382-2) 70-15-36
Эл. почта: geb@asu.tusur.ru

Мустакимов Руслан Равильевич

Магистрант каф. АСУ ТУСУРа
Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 70-15-36
Эл. почта: mustakimov.ruslan97@gmail.com

Gribanova E.B., Mustakimov R.R.

Development of an algorithm for solving the inverse problem of profit formation with an integer constraint

The article presents an algorithm for solving the inverse problem of profit formation, which differs from the existing ones by taking into account the integer characteristics. Based on this algorithm, a web application is implemented to support decision-making to achieve the organization's targets.

Keywords: inverse problem, profit, integer programming, inverse calculations, web application.

DOI: 10.21293/1818-0442-2022-25-3-63-68

References

1. Ahuja R.K., Orlin J.B. Inverse Optimization, Part1: Linear Programming and General Problem. Cambridge, MIT, 1998, 35 p.
2. Ye N., Roosta-Khorasani F., Cui T. Optimization Methods for Inverse Problems. *MATRIX Annals*, 2017, vol. 2, pp. 121–140.
3. Odincov B.E. Obratnye vychislenija v formirovanii jeko-nomicheskikh reshenij [Inverse computations in forming of economic decisions]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2004, 256 p.
4. Vishtak O.V., Shtyrova I.A. The use of technology of inverse calculations when monitoring the quality of additional education at the University. *Bulletin of Astrakhan State Technical University*, 2014, no. 2, pp. 67–73.
5. Barmina E.A., Kvjatkovskaja I.Ju. Quality monitoring of a commercial organization. The structuring of indicators. Application of cognitive maps. *Bulletin of Astrakhan State Technical University*, 2010, no. 2, pp. 15–20 (in Russ.).
6. Mart'janova A.V. The performance management of the bank using the inverse calculation. *Bulletin of the Magistracy*, 2015, no. 6, pp. 77–79 (in Russ.).
7. Bljumin S.L., Borovkova G.S. Application of finite change analysis and the method of inverse calculations in management and decision support systems. *Control Sciences*, 2018, no. 6, pp. 29–34 (in Russ.).
8. Gribanova E.B. Methods for solving inverse problems of economic analysis. *Corporate Finance*, 2016, no. 1, pp. 119–130 (in Russ.).
9. Gribanova E.B. Methods for solving inverse problems of economic analysis by minimizing argument increments. *Proceedings of TUSUR University*, 2018, no. 2, pp. 95–99 (in Russ.).
10. Odintsov B.E., Romanov A.N. An iterative method of optimization of enterprise management by means of inverse calculations. *Bulletin of the Financial University*, 2014, no. 2, pp. 60–73 (in Russ.).

11. Gribanova E.B. Stochastic algorithms for solving the economic analysis inverse problems with constraints. *Proceedings of TUSUR University*, 2016, no. 4, pp. 112–116 (in Russ.).

12. Micel' A.A., Shelestov A.A. *Metody optimizacii: uchebnoe posobie* [Optimization method]. Tomsk, TUSUR Publ., 2004. 256 p. (in Russ.).

13. Micel' A.A., Semenov M.E., Fat'janova M.Je. [Combinatorial model of an option portfolio]. *Financial Analytics: Science and Experience*, 2016, no.25, pp. 2–13 (in Russ.).

14. Hamzacebi C., Kutay F. Continuous function minimization by dynamic random search. *Applied Mathematical Modeling*, 2007, vol. 31, no.10, pp. 2189–2198.

15. Lei G. Adaptive random search in Quasi-Monte Carlo methods for global optimization. *Computers and Mathematics with Applications*, 2007, no. 6, pp. 747–754.

Ekaterina B. Gribanova

Candidate of Science in Engineering, Assistant Professor,
Department of Automated Control System, Tomsk State
University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR)
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
ORCID: 0000-0001-6499-5893
Phone.: +7 (382-2) 70-15-36
Email: geb@asu.tusur.ru

Ruslan R. Mustakimov

Master student, Department of Automated Control System,
TUSUR
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone.: +7 (382-2) 70-15-36
Email: ruslan97@gmail.com