

УДК [004.6+57.087]:004.056.5

М.В. Еленец, М.М. Немирович-Данченко

Оконная обработка электроэнцефалографических записей методом Прони

Рассмотрено применение метода Прони для обработки цифровых данных в скользящем окне. Изложены этапы алгоритма, приведены основные уравнения. На модельном примере показаны особенности построения спектров Прони. Особое внимание уделяется биометрическим данным (записи ЭЭГ). Для них обсуждается методика оконной обработки с выделением и визуализацией комплексных корней. Показана и обоснована возможность применения оконной обработки для выявления мысленных коррелятов в записях ЭЭГ. Выделение особенностей на отдельных участках ЭЭГ может иметь существенное значение в проблематике биометрической идентификации.

Ключевые слова: спектральные преобразования, метод Прони, спектр, электроэнцефалограмма, оконная обработка, комплексные корни, мысленные корреляты.

doi: 10.21293/1818-0442-2021-24-2-45-50

Цифровая обработка и анализ сигналов находят в последнее время всё более широкое применение. Связь, медицина, построение систем безопасности и многие другие области жизни людей немислимы без цифровых данных, что обуславливает актуальность поиска новых методов обработки таких данных.

Среди методов цифровой обработки можно выделить методы спектрального оценивания (анализа).

Методы спектрального анализа – это широко распространённый подход к цифровой обработке, позволяющий выделять отдельные частоты в спектре измеряемого сигнала [1]. Такие методы оперируют оценками спектральной плотности энергии и иными спектральными параметрами. Спектральный анализ может решать разные задачи. Например, можно использовать метод для обнаружения сигнала, можно с помощью спектрального анализа выделить признаки, несущие информацию об изменении состояния источника сигнала, и пр. [2].

Обработка сигнала подразумевает использование конечной цифровой последовательности. Свойства сигналов априори, как правило, неизвестны, и определение этих свойств на конечном отрезке затрудняется наличием шумов и помех. Поэтому в работе внимание уделено не только выбору и описанию метода, но и параметрам окна обработки. Рассмотрены суть метода моделирования выборочных данных в виде линейной комбинации экспоненциальных функций, известного как метод Прони [1], некоторые особенности применения этого метода, результаты опыта применения и некоторые практические приложения преобразования.

Метод Прони

Существуют различные инструменты, позволяющие извлекать информацию о частотном составе сигналов. В качестве примера можно привести преобразование Фурье, метод Гильберта–Хуанга, S-преобразование, метод Прони. Теоретический анализ возможностей отдельных методов и сравнение их приводятся, например, в работе [2].

Метод Прони [3] выделяется среди других методов спектрального анализа тем, что является методом поиска модели сигнала на основе минимизации

ошибки моделирования, поэтому в литературе его часто называют методом наименьших квадратов Прони [1, 2]. Это делает его перспективным для ряда исследовательских задач, в том числе – при необходимости обрабатывать небольшие отрезки числовых рядов [1]. Преобразование Прони (ПП) позволяет находить параметры сигнала и строить его спектр. При этом кроме обычных для преобразования Фурье параметров – амплитуд и цифровых частот – на выходе ПП получаются также фазы и коэффициенты затухания.

Рассмотрим суть метода. Основой ПП является разложение функции в ряд, слагаемыми которого являются комплекснозначные экспоненты. Число слагаемых ряда в методе Прони не зависит ни от шага наблюдений, ни от интервала обработки и определяется только значениями ряда.

Допустим, что есть $n-1$ значений временного ряда $x(i)$. Также есть диапазон наблюдаемых данных от 1 до N и число n такое, что $1 \leq n \leq N$ во временном интервале T . В этом случае будем искать значение $x(n)$ как сумму из p слагаемых (эту сумму иногда называют – p -членной моделью комплексных экспонент [1]):

$$x(n) = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{(n-1)}. \quad (1)$$

Все величины в формуле (1) в общем случае комплексны. Комплексные амплитуды h_k и комплексные параметры z_k определяются выражениями:

$$h_k = A_k \exp(j\theta_k), \quad z_k = \exp[(\alpha_k + j2\pi f_k)], \quad (2)$$

где A , θ , α , f – это амплитуда, фаза (в радианах), затухание (в c^{-1}) и частота (в Гц) k -го слагаемого соответственно.

Для рядов из действительных чисел ряд (1) принимает вид

$$x(n) = \sum_{k=1}^{p/2} 2A_k \exp[\alpha_k(n-1)T] \cos[2\pi f_k(n-1)T + \theta_k]. \quad (3)$$

Ряд в формуле (3) по сравнению с рядом (2) имеет усеченный характер. Членов ряда становится в два раза меньше ($p/2$ вместо p) в силу комплексной сопряженности слагаемых.

С точки зрения вычислительной ПП разбивается на три шага (четвёртый шаг, необязательный в традиционном ПП, – это вычисление спектральной плотности энергии (СПЭ)).

На первом шаге определяются параметры линейного предсказания (подгонка данных). На втором шаге из коэффициентов линейного предсказания формируется полином, корни которого z_k уже позволяют проводить анализ свойств исследуемого сигнала. В этом смысле второй шаг во многих наших расчётах был последним.

Кроме того, полученные корни однозначно определяют коэффициенты затухания и частоты синусоид для каждого экспоненциального члена.

Наконец, на третьем шаге ищутся значения h_k как решение системы линейных уравнений. Это даёт оценки амплитуд и фаз синусоид ряда (3).

Рассмотрим эти этапы несколько более подробно, следуя [1].

Уравнение (1) – это прогноз значения $x(n)$ по сумме из p значений, $1 < p < N$, N – общее число значений, n – текущее значение.

Выпишем сумму квадратов ошибки этого прогноза

$$\rho = \sum_{n=1}^N |\varepsilon[n]|^2, \quad (4)$$

где

$$\varepsilon[n] = x[n] - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1}.$$

Для решения задачи подгонки параметров оценивания нужно найти минимум квадрата ошибки (4). Это сводится к минимизации сразу по трём параметрам – h_k , z_k и числу p . Для примера в работе [1] рассмотрена модель с одной экспонентой и показано, что даже в таком простейшем случае поиск минимума (4) сводится к существенно нелинейной задаче.

Вклад Прони в решение этой нелинейной задачи как раз и состоял в том, чтобы заменить нелинейные соотношения (1) такой системой уравнений, в которой значение выборки данных $x[n]$ линейно зависит от предыдущих p значений.

Запишем эту линейную зависимость в матричной форме

$$\mathbf{T} \times \mathbf{A} = -\mathbf{X}. \quad (5)$$

Здесь квадратная Тёплицева матрица \mathbf{T} имеет размерность $p \times p$, вектор коэффициентов линейного предсказания \mathbf{A} имеет размерность $p \times 1$, а \mathbf{X} – наблюдаемые данные x_i в следующей точке – также $p \times 1$.

Приведём для ясности и удобства первые две строки уравнения (5):

$$\begin{pmatrix} x[p] & x[p-1] & \dots & x[1] \\ x[p+1] & x[p] & \dots & x[2] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \dots \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x[p+1] \\ x[p+2] \\ \dots \end{pmatrix}.$$

Решение системы (5) доставляет нам числа a_i – это коэффициенты характеристического многочлена Прони (6). Это и есть первый шаг алгоритма, его первый крупный этап.

На втором шаге ищутся корни полинома, сформированного из чисел a_i :

$$z^p + a[1]z^{p-1} + a[2]z^{p-2} + \dots + a[p] = 0. \quad (6)$$

По найденным корням z_i значения частот f и коэффициентов затуханий α вычисляются следующим образом:

$$\alpha_i = \ln |z_i| / T, \quad c^{-1}; \quad (7)$$

$$f_i = \arctg[\text{Im}(z_i) / \text{Re}(z_i)] / (2\pi T), \quad \text{Гц}.$$

Здесь и ниже под $\arctg(y/x)$ подразумевается четырехквadrантная встроенная функция MatLab $\text{atan2}(y, x)$, возвращающая значения угла от $-\pi$ до $+\pi$.

После вычисления корней полинома наступает третий этап преобразования Прони. Он заключается в формировании элементов матрицы исходного уравнения (1), при этом используются корни, полученные на втором этапе. Выпишем полученное уравнение в матричной форме:

$$\mathbf{Z} \times \mathbf{H} = \mathbf{X} \quad (8)$$

и приведем первые строки этого уравнения:

$$\begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_p^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_p^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \dots \end{pmatrix}.$$

Уравнение (8) решается относительно параметров $h[1], \dots, h[p]$. Наконец, амплитуда A_i и начальная фаза θ_i определяются по найденным значениям h_i по формулам:

$$A_k = |h_k|, \quad \text{y.e.}; \quad (9)$$

$$\theta_k = \arctg[\text{Im}(h_k) / \text{Re}(h_k)], \quad \text{рад}.$$

Итак, формулы (7) и (9) доставляют вычисление искоемых параметров метода Прони – A , θ , α , f – амплитуду, фазу, затухание и частоту каждого слагаемого уравнения (1).

Для данной статьи вычисление корней Прони будет проводиться в MatLab (см., например, алгоритм в [4]). Кроме того, при вычислениях будут использованы программы на языке FORTRAN [1, 5], адаптированные для использования в среде MatLab.

Построение спектра Прони

Несколько видов возможных спектров Прони может быть определено в зависимости от принятых допущений относительно вида колебаний вне интервала наблюдения (в связи с этим см., например, в [6] понятия мгновенного и текущего спектров). Спектр Прони ниже определяется в терминах экспоненциальной аппроксимации $\hat{x}[n]$, а не в терминах исходной временной последовательности $x[n]$.

Спектр можно строить, принимая допущение, что сумма экспонент определяется односторонней функцией или двухсторонней функцией. В зависимости от этого будет изменяться результат построения спектра.

При определении модели односторонней функцией спектральная плотность энергии (СПЭ) будет определяться следующим выражением:

$$\hat{S}_1(f) = |T\hat{X}_1(\exp[j2\pi fT])|^2, \tag{10}$$

$$\hat{X}_1(z) = \sum_{k=1}^p \frac{h_k}{1-z_k z^{-1}}.$$

Значения f здесь определены на интервале частот $-1/2T \leq f \leq 1/2T$.

Такой спектр удобен для описания кратковременных сигналов.

При описании модели двусторонней функцией результирующая СПЭ будет иметь вид

$$\hat{S}_2(f) = |\hat{X}_2(f)|^2, \tag{11}$$

где \hat{X}_2 определяется следующим образом:

$$\hat{X}_2(f) = \sum_{k=1}^p h_k \left(\frac{1}{1-z_k z^{-1}} - \frac{1}{1-(z_k^* z)^{-1}} \right),$$

$$z_k = \exp[(\alpha_k T + j2\pi f_k T)], \tag{12}$$

$$(z_k^*)^{-1} = \exp[-(\alpha_k T + j2\pi f_k T)].$$

Автор [1] считает использование двусторонней функции более предпочтительным, так как незатухающая синусоида определяется в нем на бесконечном временном интервале.

Некоторые преимущества спектра Прони относительно спектра Фурье. Модельный пример

Спектральные представления используются в широком круге задач [6]. Для многих из них большое значение имеет точность построения спектра.

Одним из преимуществ использования преобразования Прони является более точная картина получаемого спектра, чем при использовании преобразования Фурье.

Это преимущество обусловлено разницей подбора гармоник для этих преобразований.

В преобразовании Фурье гармоники подбираются в зависимости от количества отсчетов и шага обработки. Таким образом, мы имеем набор строго фиксированных частот для построения спектра. Однако переданный для обработки ряд может иметь и частоты, не кратные полученным гармоникам. Так мы теряем при построении спектра часть информации.

В преобразовании Прони гармоники рассчитываются исходя из точек значений переданного для обработки ряда. При таком подходе в спектре учитываются все частоты сигнала и потери информации не происходит.

Эту разницу можно особенно четко проследить на примере функции с очень близкими значениями гармонических составляющих. Чтобы продемонстрировать это, проведем модельный эксперимент в среде Matlab.

Ниже приведены данные, использовавшиеся в MatLab для построения отрезка временного ряда. Ряд составлен из двух затухающих сигналов с близкими частотами.

Число отсчетов формируется следующим образом:
 $t = 0:1:31 - 32$ отсчета.

Коэффициенты затухания экспонент:

$$\text{att}_1 = -0,1;$$

$$\text{att}_2 = -0,2.$$

Использованы следующие частоты гармонических составляющих:

$$f_1 = 0,51;$$

$$f_2 = 0,56.$$

Было проведено формирование следующего временного ряда:

$$s_1 = \text{att}_1 + j2\pi f_1;$$

$$s_2 = \text{att}_2 + j2\pi f_2;$$

$$y = \exp(s_1 t) + \exp(s_2 t).$$

Вид полученной функции y изображен на рис. 1.

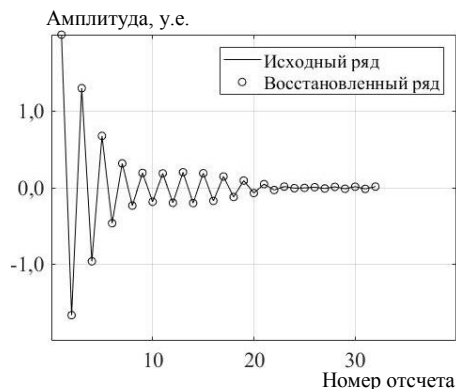


Рис. 1. Модельная кривая

По самому уравнению для $y(t)$ видно, что колебание формируется двумя слагаемыми – $\exp(s_1)$ и $\exp(s_2)$. Вычисление даёт $\exp(s_1) = -0,9031 - 0,0568i$, $\exp(s_2) = -0,7612 - 0,3014i$.

Для этой модельной кривой ПП выполняется при $p = 2$, т.е. достаточно двух членов ряда (1) для подгонки параметров (2). Значения корней полинома (6) равны при этом $-0,9031 - 0,0568i$ и $-0,7612 - 0,3014i$, что точно совпадает с входными данными. Для этой же кривой быстрое преобразование Фурье (БПФ) выполняется с получением 32 слагаемых ряда Фурье. На рис. 1 показаны исходный ряд (сплошная линия) и данные, восстановленные методом Прони (маркеры). Среднеквадратичная ошибка составила $2,0584 \cdot 10^{-11}$.

Построим спектры Прони и Фурье для модельной функции (рис. 2).

Несмотря на то, что для построения спектра Прони использовались всего два слагаемых – два корня полинома (6), точность спектра Фурье, построенного по 32 слагаемым, хуже по следующим параметрам. Во-первых, частота $f = 0,51$, заданная в модельной кривой, определена в точке $f = 0,5$, ошибка составляет 20%. Во-вторых, пик второго колебания не локализован, что хорошо видно из рис. 2.

Таким образом, использование преобразования Прони позволяет с большей точностью определять характерные для ряда данные частоты, сохранять на спектре больше деталей, что может быть существенно в задачах анализа и прогноза временных рядов.

В заключение данного раздела заметим, что оба спектра – Фурье и Прони – при построении не нормировались. Кроме того, нужно подчеркнуть, что существуют и активно развиваются специальные методики для того, чтобы повышать разрешающую способность БПФ и других методов получения спектральных оценок [2, 7].

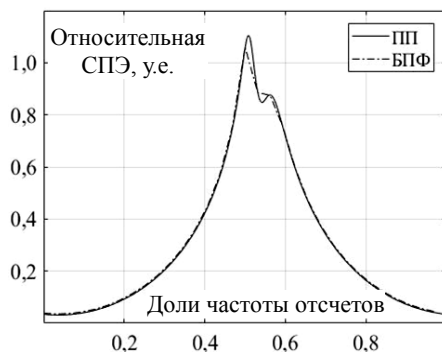


Рис. 2. Спектры Фурье (штрихпунктирная линия) и Прони, построенные для модельной функции

Некоторые практические приложения метода Прони для анализа биометрических сигналов

Метод Прони может быть применен для разных целей. В частности, перспективным направлением его приложения может быть анализ биомедицинских сигналов.

В работе [8] авторы используют метод Прони для моделирования эпилептического сигнала ЭЭГ. Авторы используют ПП для вычисления полюсов ЭЭГ-сигнала (корней полинома (6)). Полюсы сигнала записей ЭЭГ на фоне эпилептического припадка используются для моделирования этого расстройства. В случае эпилепсии появляются новые полюса, в то время как другие полюса исчезают по сравнению с нормальным сигналом ЭЭГ. Модель сигнала основана как на расположении полюсов, так и на их количестве.

Качественное моделирование патологических процессов, в том числе на основе ПП, в будущем может помочь их изучению и, соответственно, поиску правильного лечения. В работе [9] на основе модификаций ПП разрабатывается автоматизированная система для комплексной обработки медицинских данных. Такая система позволит обрабатывать лабораторные данные, отражающие состояние определенной системы организма. Правильная обработка таких данных является важной частью диагностики.

Метод Прони можно применять и в анализе сердечных ритмов ЭКГ. Так, авторы статьи [10] демонстрируют применение дискретного преобразования Фурье, вейвлет-преобразования и метода Прони к записям ЭКГ, обозначая результаты применения каждого метода. Из преимуществ преобразования Прони авторы статьи выделяют возможность получения более точных спектральных оценок для коротких последовательностей данных, что находится в хорошем соответствии и с нашими результатами.

Возможно применение метода Прони и для обработки данных в биометрических системах безопасности.

Сейчас ведутся разработки, направленные на создание систем идентификации, использующих в качестве идентификатора ЭЭГ человека или проводящих аутентификацию на ее основе [11–14]. Это делается с целью повышения безопасности систем идентификации, ведь подобные данные нельзя незаметно украсть, подделать и передать на датчики в отсутствие владельца. Одной из задач, которая встает перед исследователями, является уменьшение количества электродов ЭЭГ, требуемого для анализа и верной идентификации. Делается это при помощи исключения каналов, дающих избыточную или неоптимальную информацию. Вот именно в процедуре исключения каналов нам и может быть полезен метод Прони.

Один из вариантов использования метода – выявление мысленных коррелятов ЭЭГ при определенных мыслительных процессах. Для решения этой задачи были взяты данные из базы записей ЭЭГ кафедры высшей нервной деятельности МГУ [15]. На рис. 3 приводятся записи с электрода F3 (левое лобное отведение, система 10–20%) для состояния покоя и мысленного движения правой рукой.

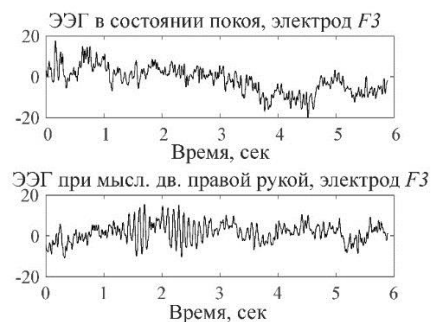


Рис. 3. Записи с электрода F3

Эти записи можно назвать типичными, они не являются исключением. Проанализируем их. На нижней записи хорошо видны участки с выдержанными колебаниями приблизительно одной частоты, соответствующие альфа- или мю-ритмам (8–12 Гц). Это диапазон записи с 1,5 до 3 с. На верхней записи, произведенной в состоянии покоя, таких почти монохромных участков нет.

Здесь под монохромной записью подразумевается наличие одной преобладающей гармоникой. Метод Прони позволяет сразу выявлять значение такой преобладающей частоты. Поэтому обработка велась следующим образом. Все записи обрабатывались, начиная со 2 с, весь диапазон обработки – 0,5 с, ширина окна ПП – 50 точек (0,1 с), перекрытие окон – 0,096 с.

Располагая вычисленные корни Прони внутри единичной окружности для сигналов ЭЭГ, снятых при разных состояниях оператора (пациента), мы получаем разные карты распределения этих корней. При размере окна 50 точек и порядке ПП $p = 3$ будет

обнаружено два комплексно-сопряжённых корня и один вещественный. Для записи в состоянии мысленного представления движения в окне лежит одно колебание хорошо видимой частоты, близкой к альфа- (или мю-) ритму. Поэтому комплексный корень уравнения (6) будет лежать близко к оси абсцисс почти на единичной окружности. Для записи в состоянии покоя в окне вмещается несколько колебаний разной частоты, превышающей, как правило, частоту альфаритма, тем самым комплексный корень уравнения (6) для этой записи будет расположен дальше от оси абсцисс, но также недалеко от границы единичной окружности. Для записей обоих типов третий корень – вещественный – характеризует затухание отрезка ЭЭГ в окне обработки и всегда лежит на оси абсцисс.

Эти рассуждения иллюстрирует рис. 4, на котором представлено распределение корней для двух сигналов ЭЭГ, снятых с электрода F3: мысленного движения правой рукой и состояния релаксации.

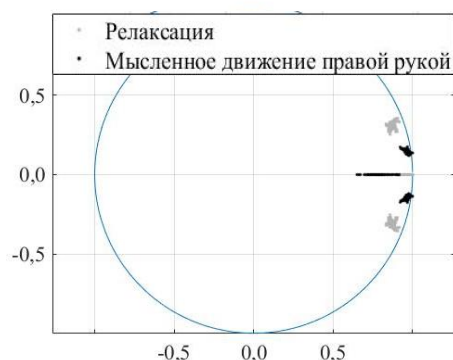


Рис. 4. Распределение корней Прони (черный цвет – мысленное движение правой рукой, серый цвет – релаксация)

Изменение расположения «точек релаксации» и «точек движения» можно объяснить тем, что когда человек расслаблен и не думает о чем-то конкретном, сигналы, считываемые с его мозга, более беспорядочны, нежели при представлении движения. Это объяснение также подтверждается результатами экспериментов, проводимых авторами работы [15].

Получив представление о закономерностях в распределении корней, можно не только выявить определенные мысленные корреляты, но и выяснить, данные с каких электродов наименее подвержены влиянию таких коррелятов. На таких электродах картина распределения корней Прони не должна (или почти не должна) меняться от действия к действию. Данные с таких электродов и могут быть использованы в задачах идентификации, так как будут нести индивидуальные черты человека, но при этом будут менее подвержены влиянию случайных искажений при, например, случайных движениях [11].

Выводы

В ходе работы для обработки цифровых данных было применено преобразование Прони. Выписаны основные этапы выполнения метода Прони, включая построение спектров. Для модельного сигнала спектр Прони сравнивался со спектром Фурье. Применение ПП продемонстрировало большую точность вычисления спектральной оценки для модельного сигнала.

Дальнейшие результаты работы были основаны на использовании базы биометрических записей МГУ и сравнении результатов оконного ПП для записей ЭЭГ в состоянии покоя и записей ЭЭГ в состоянии мысленного движения. Показана принципиальная различимость таких записей ЭЭГ с использованием метода Прони в части вычисления корней полиномов. Полученные результаты могут оказаться существенными для построения систем идентификации личности.

Литература

1. Marple S. Digital Spectral Analysis with Applications. – New Jersey: Prentice Hall, 1987. – 584 p.
2. Kay S.M. Spectrum analysis—A modern perspective / S.M. Kay, S.L. Marple // Proceedings of the IEEE. – 1981. – Vol. 69, No. 11. – P. 1380–1419.
3. Prony R. Essai expérimental et analytique: Sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures // Journal de l'École Polytechnique Floréal et Plairial. – 3(1795). – Vol. 1, No 22. – P. 24–79.
4. Coding Prony's method in Matlab and applying it to biomedical signal filtering / A.F. Rodríguez, L. de Santiago Rodrigo, E.L. Guillén, J.R. Ascariz, J.M. Jiménez, L. Boquete // BMC bioinformatics. – 2018. – No. 19(1). – P. 1–14.
5. Marple S. Spectral line analysis via a fast Prony algorithm // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1982. – P. 1375–1378.
6. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1957. – 236 с.
7. Князев Б.А., Черкасский В.С. Дискретное преобразование Фурье – как это делается // Вестник НГУ. Сер.: Физика. – 2008. – Т. 3, вып. 4. – С. 74–86.
8. Elsayed O.A. Modeling of Epilepsy EEG Signal using Prony's Method / O.A. Elsayed, A. Eldeib, F.M. Elhefnawi // International Journal of Simulation: Systems. – 2012. – No. 13(6). – P. 32–35.
9. Анистратенко О.Ю. Автоматизированная система для комплексной обработки клинично-лабораторных данных с помощью модифицированного метода Прони / О.Ю. Анистратенко, Б.Н. Варавя // Вестник Сибирского гос. аэрокосмического ун-та им. акад. М.Ф. Решетнева. – 2006. – № 2(9). – С. 5–8.
10. Применение вейвлет-преобразования и метода Прони для идентификации биогенных сигналов / А.В. Колмейцева, Г.В. Мишугова, А.П. Мул, Г.Ю. Рябых // Вестник Донского гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10, № 4(47). – С. 455–465.
11. Moctezuma L.A. Towards a minimal EEG channel array for a biometric system using resting-state and a genetic algorithm for channel selection [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.nature.com/articles/s41598-020-72051-1?error=cookies_not_supported&code=7d4b016f-5920-4dca-ac45-bd6816570d14, свободный (дата обращения: 10.04.2021).
12. Person Identification by Using AR Model for EEG Signals / G. Mohammadi, P. Shoushtari, A.B. Molaei, M.B. Shamsollahi // Proceedings of World Academy of science, engineering and technology. – 2006. – Vol. 11, No. 3. – P. 281–285.
13. Armstrong B.C Assessing the uniqueness, collectability, and permanence of a novel method for ERP biometrics // Neurocomputing. – 2015. – Vol. 156. – P. 59–67.
14. Marcel S. Person Authentication Using Brainwaves (EEG) and Maximum A Posteriori Model Adaptation / S. Marcel, J.D.R. Millan // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2007. – No. 29 (4). – P. 743–752.

15. Научные ресурсы: каф. высшей нервной деятельности МГУ им. Ломоносова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.neurobiology.ru/doc/index.php?ID=78>, свободный (дата обращения: 12.04.2021).

16. Motor execution reduces EEG signals complexity: Recurrence quantification analysis study / E. Pitsik, N. Frolov, V. Grubov, V. Maksimenko, J. Kurths, A. Hramov // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. – 2020. – Vol. 30, No. 2. – P. 1–13.

Еленец Мария Владимировна

Студентка каф. безопасности информационных систем Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7-913-281-47-28
Эл. почта: marichka.elenetz@mail.ru

Немирович-Данченко Михаил Михайлович

Д-р физ.-мат. наук, проф. каф. комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем (КИБЭВС) ТУСУРА Ленина пр-т, 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7-906-199-99-95
Эл. почта: michnd@mail.ru

Elenetz M.V., Nemirovich-Danchenko M.M.

Window Processing of EEG Records by the Prony's Method

The paper considers the application of the Prony analysis for processing digital data in a sliding window. The stages of the algorithm are stated; the basic equations are given. On a model example, the features of constructing the Prony spectra are shown. Particular attention is paid to biometric data (EEG recordings). For them, the method of windowing with the extraction and visualization of complex roots is discussed. The possibility of using window processing to identify mental correlates in EEG records is shown and substantiated. Isolation of features in individual sections of the EEG can be of significant importance in the problems of biometric identification.

Keywords: analysis of biometrics, Prony's method, electroencephalogram, Fourier spectrum, Prony's spectrum, mental correlates.

doi: 10.21293/1818-0442-2021-24-2-45-50

References

1. Marple S. *Digital Spectral Analysis with Applications*. New Jersey, Prentice Hall, 1987, 584 p.
2. Kay S.M., Marple S.L. Spectrum analysis—A modern perspective. *Proceedings of the IEEE*, 1981, vol. 69, no. 11, pp. 1380–1419.
3. Prony R. Essai expérimental et analytique: Sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alcool, à différentes températures. *Journal de l'École Polytechnique Floréal et Plairial*, 1795, vol. 1, no. 22, pp. 24–79.
4. Rodríguez A.F., Santiago Rodrigo L, Guillén E.L., Ascariz J.R., Jiménez J.M., Boquete L. Coding Prony's method in Matlab and applying it to biomedical signal filtering. *BMC bioinformatics*, 2018, no. 19(1), pp.1–14.
5. Marple S. Spectral line analysis via a fast Prony algorithm. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1982, pp. 1375–1378.
6. Harkevich A.A. *Spektry i analiz*. [Spectra and analyses] Moscow, Gosudarstvennoe izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1957, 236 p. (in Russ.).
7. Knyazev B.A., Cherkasskij V.S. Diskretnoe preobrazovanie Furie – kak eto delaetsya [Discrete Fourier Transforms –

How it is Implemented]. *Vestnik NGU. Seriya: Fizika*, 2008, vol. 3, no. 4, pp. 74–86 (in Russ.).

8. Osama A.E., Eldeib A., Elhefnawi F.M. Modeling of Epilepsy EEG Signal using Prony's Method. *International Journal of Simulation: Systems*, 2012, no. 3 (6), pp. 32–35.

9. Anistratenko O.YU., Varava B.N. Avtomatizirovannaya sistema dlya kompleksnoy obrabotki kliniko-laboratornykh dannykh s pomoshchyu modifitsirovannogo metoda Proni [Automated System for Complex Processing of Clinical Laboratory Data Using Modified Prony's Method], *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika M.F. Reshetneva*, 2006, no. 2(9), pp. 5–8 (in Russ.).

10. Kolomejceva A.V., Mishugova G.V., Mul A.P., Rya-byh G.YU. Primenenie veyvlet-preobrazovaniya i metoda Proni dlya identifikatsii biogennykh signalov [Application of Wavelet Transform and Prony's Method to Identify Biogeneous Signals]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2010, vol. 10, no. 4 (47), pp. 455–465 (in Russ.).

11. Moctezuma L.A. Molinas M. Towards a minimal EEG chan-nel array for a biometric system using resting-state and a genetic algorithm for channel selection. Available at: https://www.nature.com/articles/s41598-020-72051-1?error=cookies_not_supported&code=7d4b016f-5920-4dca-ac45-bd6816570d14, free. (Accessed: April 10, 2021).

12. Mohammadi G., Shoushtari P., Molaei A.B., Shamsollahi M.B. Person Identification by Using AR Model for EEG Signals. *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2006, vol. 11, no. 3, pp. 281–285.

13. Armstrong B.C Assessing the uniqueness, collectability, and permanence of a novel method for ERP biometrics. *Neurocomputing*, 2015, vol. 156, pp. 59–67.

14. Marcel S., Millan Person Authentication J.D.R Using Brainwaves (EEG) and Maximum A Posteriori Model Adaptation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, no. 29(4), pp. 743–752.

15. [Scientific resources – Department of Higher Nervous Activity, Lomonosov Moscow State University]. Available at: <http://www.neurobiology.ru/doc/index.php?ID=78>, free. (Accessed: April 12, 2021) (in Russ.).

16. Pitsik E., Frolov N., Grubov V., Maksimenko V., Kurths J., Hramov A. Motor execution reduces EEG signals complexity: Recurrence quantification analysis study. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2020, vol. 30, no. 2, pp. 1–13.

Maria V. Elenetz

Student, Department of Information System Security, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR) 40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7-913-281-47-28
Email: marichka.eelenetz@mail.ru

Mikhail M. Nemirovich-Danchenko,

Doctor of Science in Physics and Mathematics, Professor, Department of Complex Information Security of Computer Systems, TUSUR 40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4510-8045>
Phone: +7-906-199-99-95
Email: michnd@mail.ru