УДК 004.021

А.А. Светлаков, А.Е. Карелин, А.В. Майстренко, А.М. Малышенко, С.П. Сущенко

Синтез модифицированного метода обращения малых вещественных чисел

Рассматривается модифицированный метод обращения малых вещественных чисел, позволяющий создавать алгоритмы обращения вещественных чисел, устойчивые к ошибкам задания и другим малым изменениям обращаемых чисел и пригодные для применения в составе ПО программируемых контроллеров.
Ключевые слова: вещественное число, обращение вещественных чисел, регуляризация.
doi: 10.21293/1818-0442-2019-22-4-50-55

Важнейшими задачами, с необходимостью решения которых приходится сталкиваться при создании автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУ ТП), являются такие классы вычислительных задач, как оценивание параметров математических моделей управляемых процессов и объектов, оценивание состояния данных процессов и объектов в текущий момент времени, а также выбор оптимальных в том или ином заданном смысле управляющих воздействий, реализуемых в последующий момент времени [1–8]. В современных АСУ ТП широкое распространение получили программируемые контролеры, многие из которых являются многозадачными и обладают высоким быстродействием (время рабочего цикла порядка 125–500 мкс), что в большинстве случаев позволяет с их помощью решать вышеперечисленные задачи [9, 10]. Получение численного решения любой из названных выше задач в конечном счете сводится к решению последовательности скалярных линейных алгебраических уравнений, решение каждого из которых предполагает использование операции обращения вещественных чисел.

Как известно из школьной арифметики и алгебры [11], в вычислительном отношении обращение вещественных чисел сводится к выполнению операции деления этих чисел в случае, когда делимое равно 1,0, а делителем является обращаемое число. Частным, полученным в результате ее выполнения, является обратное к обращаемому число. Особенностями данной операции является, во-первых, то, что из всех четырех арифметических операций она оказывается самой трудоемкой и, во-вторых, в случае, когда обращаемое число является малым (близким к нулю), получаемое в результате ее выполнения частное оказывается чрезмерно чувствительным к малым изменениям обращаемого числа или, что то же самое, данная операция оказывается неустойчивой по отношению к малым изменениям обращаемого числа и, в частности, к малым ошибкам его задания.

Отмеченная особенность обращения малых вещественных чисел (ОМВЧ), а также практически необозримое множество вычислительных задач, при решении которых неизбежно использование данной операции, обусловливают актуальность создания методов ее реализации, устойчивых к ошибкам задания и другим малым изменениям обращаемых чисел.

Целью настоящей работы является синтез модифицированного метода ОМВЧ, реализация которого избавляет от необходимости выполнения ОМВЧ и позволяет заменить его обращением вещественных чисел, не являющихся малыми. Синтезируемый метод является основой для создания алгоритмов обращения вещественных чисел, устойчивых к ошибкам задания и другим малым изменениям обращаемых чисел и пригодных для применения в составе ПО программируемых контроллеров.

Синтез данного метода осуществляется на основе сформулированной и доказанной в работе простой леммы, названной нами леммой об обращении суммы двух положительных вещественных чисел. Приводятся алгоритмическая реализация синтезированного метода ОМВЧ и примеры его применения, наглядно иллюстрирующие его работоспособность и пригодность для практических приложений.

Лемма об обращении суммы двух вещественных положительных чисел

Пусть a и b – некоторые положительные вещественные числа, а $s = a + b$ – сумма данных чисел. Тогда обратное к s число $s^{-1} = (a + b)^{-1}$ удовлетворяет следующим равенствам:

$$\frac{1}{a+b}=\frac{1}{a}-\frac{b}{a(a+b)}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{a+b}=\frac{1}{b}-\frac{a}{b(a+b)}. \tag{2}$$

Данные равенства получены в результате решения простейших линейных алгебраических уравнений вида

$$\text{а) } \frac{1}{a}+x=\frac{1}{a+b} \quad \text{и} \quad \text{б) } \frac{1}{b}+x=\frac{1}{a+b}. \tag{3}$$

Непосредственными вычислениями можно без труда убедиться в том, что решения данных уравнений определяются соответственно следующими равенствами:

$$\text{а) } x=-\frac{b}{a(a+b)} \quad \text{и} \quad \text{б) } x=-\frac{a}{b(a+b)}.$$

Подставляя найденные решения в (3, а) и (3, б), соответственно получаем тождества, справедливые для любых двух чисел a и b, удовлетворяющих отмеченным выше условиям. Данные тождества, очевидно, доказывают справедливость обсуждаемой леммы. Как непосредственно видно из (1) и (2), каждое из них позволяет представить s^{-1} как сумму двух чисел, одним из слагаемых которой является число a^{-1} или b^{-1}, а вторым – разность $s^{-1}-a^{-1}$ или $s^{-1}-b^{-1}$ соответственно.

Отметим ряд следствий, вытекающих из доказанной леммы и представляющих значительный интерес для синтеза устойчивой операции обращения вещественных чисел.

1. Если число $a = 0$, то обратного к нему числа a^{-1} не существует и, таким образом, воспользоваться (1) в данном случае оказывается невозможно. Равенство (2) при этом трансформируется в тождество $b^{-1}=b^{-1}$, справедливое не только для положительных, но и для всех отличных от нуля вещественных чисел b.

2. Если равным нулю оказывается не число a, а число b, то по отмеченной выше причине оказывается невозможным воспользоваться (2). Равенство (1) в этом случае превращается в тождество $a^{-1}=a^{-1}$, справедливое для любого отличного от нуля вещественного числа a.

3. В случае равенства чисел a и b и их отличия от нуля оба равенства (1) и (2) трансформируются в одно и то же тождество $(2a)^{-1} = (2a)^{-1}$ или, что в данном случае то же самое, $(2b)^{-1} = (2b)^{-1}$.

4. Если $b = qa$, где q – некоторое положительное вещественное число, то (1) и (2) оказываются одним и тем же тождеством, имеющим следующий вид:

$$\frac{1}{(q+1)a}=\frac{1}{(q+1)a}.$$

5. Если $b = 1$, а a – некоторое положительное вещественное число, то (1) и (2) принимают, соответственно, следующий вид:

$$s^{-1}=(a+1)^{-1}=a^{-1}-a^{-1}(a+1)^{-1}$$

$$s^{-1}=(a+1)^{-1}=1-a(a+1)^{-1}.$$

6. В случае, когда $a = 1$, а b – некоторое положительное вещественное число, (1) и (2) принимают, соответственно, следующий вид:

$$s^{-1}=(1+b)^{-1}=1-b(1+b)^{-1},$$

$$s^{-1}=(1+b)^{-1}=b^{-1}-\left[b(1+b)\right]^{-1}.$$

Изложенные выше лемма и вытекающие из нее следствия являются необходимыми и достаточными сведениями и основой для того, чтобы синтезировать метод и реализующий его численный алгоритм обращения вещественных чисел, устойчивый к ошибкам задания обращаемого числа и ошибкам вычислений. Воспользуемся данными сведениями и синтезируем названные выше метод и алгоритм, рассуждая и действуя при этом в соответствии со следующей последовательностью операций.

Синтез модифицированного метода обращения вещественных чисел

Пусть v – некоторое, отличное от нуля вещественное число, а v^{-1} – обратное по отношению к нему или короче, но то же самое, обратное к нему вещественное число, удовлетворяющее, по определению обратных чисел, следующим двум равенствам:

$$vv^{-1}=v^{-1}v=1. \quad (4)$$

Для сокращения и упрощения последующих рассмотрений всюду далее будем считать, что v удовлетворяет неравенству $v > 0$, т.е. является строго положительным числом. Данное предположение, очевидно, никак не ограничивает общности рассмотрений и их результатов, так как, как вытекает из равенств (4), знак числа v влияет только на знак числа v^{-1} и никак не отражается на составе и последовательности операций, реализующих обращение числа v. Знак числа v^{-1} при этом всегда совпадает со знаком обращаемого числа v, и, таким образом, для его определения не требуется выполнения каких-либо вычислительных операций и его определение является вполне корректной задачей.

Для того чтобы воспользоваться рассмотренной выше леммой, введем в рассмотрение параметр регуляризации r операции обращения вещественных чисел, где r – некоторое вещественное положительное число, и составим их сумму $s = v + r$ [3, 12, 13]. Так как v и r являются положительными числами, то положительным числом, очевидно, будет и их сумма s, и причем таким, что $s > v$ и $s> r$.

Воспользуемся теперь приведенной выше леммой и запишем аналог равенства (1) применительно к числам v, r и s. В результате будем иметь основополагающее для реализации нашей цели равенство вида

$$(v+r)^{-1}=v^{-1}-r[v(v+r)]^{-1}.$$

Отсюда, перенеся второе слагаемое правой части данного равенства в его левую часть и поменяв левую и правую части полученного при этом равенства местами, можно непосредственно видеть, что обратное к v число v^{-1} вполне однозначно определяется следующим равенством:

$$v^{-1}=(v+r)^{-1}+r[v(v+r)]^{-1}=(v+r)^{-1}(1+rv^{-1}). \quad (5)$$

Именно это равенство представляет математическую сущность предлагаемого модифицированного метода обращения малых вещественных чисел и является основой для синтеза численного алгоритма, реализующего данный метод. Оно выполняется при любых положительных числах v и r и при любых из этих чисел позволяет вычислить обратное к v число v^{-1}. В частности, если число v является некоторым заданным (фиксированным) положительным числом, как это имеет место в нашем случае, т.е. при его обращении, то оно выполняется при любом положительном значении параметра регуляризации r. Данное обстоятельство позволяет вполне обоснованно заключить, что при любом заданном числе v значение параметра регуляризации r всегда можно подобрать таким образом, чтобы числа $v + r$ и $v(v + r)$ удовлетворяли следующим неравенствам:

$$\text{а) } v+r>1 \text{ и б) } v(v+r)>1. \quad (6)$$

Совершенно ясно, что при любом из значений параметра регуляризации r, удовлетворяющем данным неравенствам, обращение числа v в соответствии с равенством (5) оказывается устойчивой операцией. В самом деле, как непосредственно видно из равенства (5), знаменатели обеих дробей, фигурирующих в его правой части, оказываются больше 1 и, таким образом, вычисление каждой из них является устойчивой операцией. Отсюда, учитывая устойчивость операции сложения вещественных чисел, можно вполне обоснованно заключить, что и обращение числа v в соответствии с данным равенством также оказывается устойчивой операцией.

Выбор значения параметра регуляризации r, обеспечивающего выполнение неравенств (6), оказывается достаточно простой и вполне доступной для практического решения задачей. Действительно, как нетрудно убедиться непосредственными вычислениями, для этого достаточно задать численное значение параметра регуляризации r в соответствии с равенством

$$r = 10^k v, \qquad (7)$$

где k – некоторое натуральное число, удовлетворяющее неравенствам $1 \le k < \infty$. Подставив данное значение r в (5), получим следующее равенство:

$$v^{-1} = (v + 10^k v)(1 + 10^k v v^{-1}) = [(1+10^k)v]^{-1}(1+10^k), \qquad (8)$$

являющееся не чем иным, как синтезируемым нами алгоритмом, реализующим модифицированный метод обращения вещественных чисел.

Отметим три обстоятельства, представляющих значительный интерес с точки зрения практической реализации полученного нами метода.

Во-первых, анализируя (8) и учитывая при этом свойства операции деления вещественных чисел, нетрудно заметить, что первый (левый) сомножитель в правой части данного равенства можно представить как произведение $v^{-1}(1+10^k)^{-1}$ и, подставив его в (8), получить очевидное тождество, выполняющееся при любом из рассматриваемых нами чисел и доказывающее справедливость обсуждаемого равенства.

Во-вторых, при практическом использовании данного равенства необходимо: 1) как это и принято в арифметике, прежде всего следует выполнить все арифметические операции, фигурирующие в квадратных скобках, а затем обратить полученный результат, т.е. вычислить число $[(1+10^k)v]^{-1}$; 2) умножить данное число на множитель $(1+10^k)$ и, соответственно, получить число v^{-1}.

В-третьих, при любом конкретном обращаемом числе v выбор показателя степени k числа 10 в данном равенстве оказывается достаточно простой задачей, решаемой без использования каких-либо средств современной вычислительной техники.

Три примера применения предлагаемого метода

Приведем три примера, наглядно иллюстрирующих возможности и особенности применения модифицированного метода обращения вещественных чисел, представленного равенством (8).

Пример 1. Пусть обращаемое число v = 0,2, а параметр регуляризации $r = 10v$ = 2,0. Подставив данные значения в (8), получим, что

$$v^{-1} = [(1+10)\cdot 0,2]^{-1}(1+10) = 2,2^{-1}\cdot 11 =$$
$$= 0,45454545 \cdot 11 = 4,999995.$$

Пусть теперь $r = 100v$, а число v, как и выше, равно 0,2. В этом случае имеем равенство

$$v^{-1} = [(1+100)\cdot 0,2]^{-1}(1+100) = 20,2^{-1}\cdot 101 =$$
$$= 0,045454545 \cdot 101 = 4,9999999.$$

Пусть, как и выше, число v = 0,2, а $r = 1000v$. Подставляя данные значения в (8), получаем

$$v^{-1} = [(1+1000)\cdot 0,2]^{-1}(1+1000) = 200,2^{-1}\cdot 1001 =$$
$$= 0,004995 \cdot 1001 = 4,999995.$$

Пример 2. Пусть обращаемое число v = 0,5, а параметр регуляризации r имеет значения r_1 = 5,0, r_2 = 50,0, r_3 = 500,0. В этом случае равенство (8) принимает, соответственно, вид

$$v^{-1} = [(1+10)\cdot 0,5]^{-1}(1+10) = 5,5^{-1}\cdot 11 = 0,181818 \cdot 11 =$$
$$= 1,9999991;$$

$$v^{-1} = [(1+100)\cdot 0,5]^{-1}(1+100) = 50,5^{-1}\cdot 101 =$$
$$= 0,01980198 \cdot 101 = 1,999992;$$

$$v^{-1} = [(1+1000)\cdot 0,5]^{-1}(1+1000) = 500,5^{-1}\cdot 1001 =$$
$$= 0,001998 \cdot 1001 = 1,999998.$$

Пример 3. Пусть обращаемое число v = 0,8, а параметр регуляризации r принимает значения r_1 = 8,0, r_2 = 80,0, r_3 = 800,0. Равенство (8) в данных случаях принимает вид

$$v^{-1} = [(1+10)\cdot 0,8]^{-1}(1+10) = 8,8^{-1}\cdot 11 =$$
$$= 0,1136363 \cdot 11 = 1,249999;$$

$$v^{-1} = [(1+100)\cdot 0,8]^{-1}(1+100) = 80,8^{-1}\cdot 101 =$$
$$= 0,0123762 \cdot 101 = 1,2499962;$$

$$v^{-1} = [(1+1000)\cdot 0,8]^{-1}(1+1000) = 800,8^{-1}\cdot 1001 =$$
$$= 0,0012487 \cdot 1001 = 1,2499487.$$

Как нетрудно убедиться непосредственными вычислениями, обратными к использованным выше числам v = 0,2, v = 0,5 и v = 0,8 являются соответственно числа v^{-1} = 5,0, v^{-1} = 2,0 и v^{-1} = 1,25.

Приведенные примеры наглядно показывают, что применение предлагаемого метода обращения вещественных чисел позволяет устранить необходимость обращения малых чисел и получить достаточно точные значения обратных к ним чисел. Отличие полученных обратных чисел от точных значений данных чисел, приведенных выше, обусловливается малостью разрядной сетки калькулятора, с помощью которого выполнялись вычисления.

Обоснование выбора обращаемых чисел в приведенных примерах

Как известно, в вычислительной технике широко используется так называемая нормализованная форма представления вещественных чисел [10, 14].

В соответствии с данной формой всякое вещественное число v представляется в десятичной системе счисления как произведение двух вещественных чисел, имеющее следующий вид:

$$v = 10^k m, \qquad (9)$$

где m – дробная часть (мантисса) числа v – вещественное число, удовлетворяющее неравенствам $0 < m < 1$ и причем такое, что его первая (левая) цифра отлична от нуля; 10^k – k-я степень числа 10 – основания десятичной системы счисления; k – порядок числа v – целое число, являющееся положительным (отрицательным), если $v \geq 1$ ($v < 1$).

Обратное к v, представленному равенством (9), число v^{-1} определяется равенством вида

$$v^{-1} = 10^{-k} m^{-1}, \qquad (10)$$

где m^{-1} – число, обратное к мантиссе m.

Как непосредственно видно из данного равенства, обращение числа v, представленного равенством (9), сводится к обращению сомножителей 10^k и m и перемножению обратных к ним чисел 10^{-k} и m^{-1}. При этом обращение первого из них сводится к изменению знака порядка k на противоположный, что, очевидно, является абсолютно устойчивой и абсолютно точно выполняемой операцией. Отсюда, на первый взгляд, вытекает, что единственной причиной отмеченных выше чрезмерной чувствительности обращения малого числа v к малым его изменениям и неустойчивости данной операции являются чрезмерно высокая чувствительность и неустойчивость операции обращения мантиссы m. Однако более обстоятельный анализ причин, обусловливающих обсуждаемые особенности ОМВЧ, позволяет видеть, что на самом деле таковых причин две и ими являются: 1) большое значение сомножителя 10^{-k} в равенстве (10) и 2) наличие ошибки $\Delta\, m^{-1}$в сомножителе m^{-1}.

Действительно, в случае, когда обращаемое число v мало, его порядок k оказывается отрицательным, а его абсолютное значение – большим натуральным числом. При этом сомножитель 10^{-k} в (10) также оказывается большим натуральным числом и, соответственно, умножение на него числа m^{-1} влечет за собой увеличение в 10^{-k} раз погрешности $\Delta(m^{-1})$, содержащейся в числе m^{-1}. Погрешность $\Delta(v^{-1})$ вычисления обратного к v числа v^{-1} определяется в любом подобном случае равенством

$$\Delta(v^{-1}) = 10^{-k}\,\Delta(m^{-1}),$$

из которого непосредственно видно, что она строго равна нулю только в случае, когда $\Delta(m^{-1}) = 0$, и может оказаться неприемлемо большой даже при весьма незначительной погрешности $\Delta(m^{-1})$. Так, например, в случае, когда $k = -5$, а $\Delta(m^{-1}) = 0{,}01$, погрешность $\Delta(v^{-1})$ определяется равенством $\Delta(v^{-1}) = 10^5 10^{-2} = 1000\,\Delta(v^{-1})$ и оказывается в 1000 раз больше, чем обусловливающая ее погрешность $\Delta(m^{-1})$.

Учитывая изложенные выше сведения, можно видеть, во-первых, что для проведения экспериментальных исследований предлагаемого метода (5) и реализующего его алгоритма (6)–(8) можно вполне обоснованно ограничиться исследованием обращения только мантиссы m числа v. Во-вторых, для обеспечения наиболее «тяжелых» с точки зрения использования операций ОМВЧ значение обращаемой мантиссы m необходимо выбирать равным ее наименьшему из возможных значению, равному 0,1, что позволит получить наиболее надежные оценки пригодности исследуемого метода для решения прикладных задач. Однако с точки зрения обеспечения возможностей как можно более полного и всестороннего исследования предлагаемого метода значение $m = 0{,}1$ оказывается малопригодным, т.к. его невозможно уменьшить, что, очевидно, необходимо делать при проведении экспериментальных исследований данного метода. Очевидно также, что для расширения обсуждаемых возможностей значение m необходимо выбирать таким, чтобы его можно было не только увеличивать, как это возможно делать в случае, когда $m = 0{,}1$, но и уменьшать в достаточно широких пределах.

Именно с учетом отмеченных требований нами и выбрано значение $m = 0{,}2$ в примере 1. Данное значение m можно уменьшить (увеличить) в два (не менее чем в четыре) раза, что позволяет провести достаточно полное исследование влияния изменений мантиссы m на устойчивость предлагаемого метода ОМВЧ.

С учетом аналогичных соображений выбрано и значение $m = 0{,}8$ в примере 3. А значение $m = 0{,}5$ выбрано с целью убедиться в том, что предлагаемый метод пригоден для применения и при любых других значениях m.

Заключение

Отметим следующие два результата, представляющие значительный интерес с точки зрения синтеза алгоритмов решения прикладных задач, перечисленных в начале статьи.

1. Синтезированный метод обращения вещественных чисел, позволяющий обращать не только малые, но и любые другие вещественные числа. Данный метод является основой для создания алгоритмов обращения вещественных чисел, устойчивых к ошибкам задания и другим малым изменениям обращаемых чисел.

2. Предложен оригинальный способ регуляризации обращения вещественных чисел, предельно упрощающий синтезированный алгоритм обращения вещественных чисел, пригодный для регуляризации алгоритмов решения других прикладных задач.

Литература

1. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления (Оценивание параметров и состояния). – М.: Мир, 1975. – 685 с.

2. Пупков К.А. Методы классической и современной теории автоматического управления. – Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 640 с.

3. Карелин А.Е. Рекуррентная идентификация процессов и объектов и ее применение в построении адаптивных систем управления: учеб. / А.Е. Карелин, А.В. Майст-

ренко, А.А. Светлаков. – Томск: Изд-во Томского гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2011. – 179 с.

4. Светлаков А.А. Новый алгоритм оценивания неизвестных значений величин по экспериментальным данным // Тез. докл. 8-й Всесоюз. конф. «Проблемы метрологического обеспечения систем обработки измерительной информации». – М.: ВНИИФТРИ, 1987. – С. 68–71.

5. Светлаков А.А. Адаптивное управление технологическими процессами на основе теории обобщенных обратных матриц: дис. … д-р техн. наук. – Томск: Том. ин-т АСУ и радиоэлектроники, 1993. – 424 с.

6. Эльясберг П.Е. Измерительная информация: сколько ее нужно? Как ее обрабатывать? – М.: Наука, 1983. – 208 с.

7. Меченов А.С. Регуляризованный метод наименьших квадратов: учеб. пособие. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. – 96 с.

8. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.

9. Паулк В. Выбор современного контроллера: базовых требований уже недостаточно // Control Engineering Россия. – 2019. – № 5(83) – С. 65–72.

10. Денисенко В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 608 с.

11. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1963. – 660 с.

12. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – 2-е изд. – М.: Наука, 1979. – 288 с.

13. Иванов В.К. Теория линейных некорректных задач и ее применение / В.К. Иванов, В.В. Васин, В.П. Танана. – М.: Наука, 1978. – 206 с.

14. Brent R., Zimmermann P. Modern Computer Arithmetic. – New York, Cambridge University Press, 2010. – 236 p.

Светлаков Анатолий Антонович
Д-р техн. наук, профессор каф. компьютерных систем
в управлении и проектировании (КСУП)
Томского государственного ун-та
систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)
Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 90-01-73
Эл. почта: svetlakov.38@mail.ru

Карелин Алексей Евгеньевич
Канд. техн. наук, доцент каф. КСУП ТУСУРа
Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 41-48-35
Эл. почта: aleksei.e.karelin@tusur.ru

Майстренко Андрей Васильевич
Канд. техн. наук, доцент каф. КСУП ТУСУРа
Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 90-01-73
Эл. почта: maestro67@mail.ru

Малышенко Александр Максимович
Д-р техн. наук, профессор отделения автоматизации и
робототехники Национального исследовательского
Томского политехнического университета
Ленина, пр. 30, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 70-18-37
Эл. почта: mam@tpu.ru

Сущенко Сергей Петрович
Д-р техн. наук, профессор, директор Института прикладной
математики и компьютерных наук (ИПМКН)
Национального исследовательского
Томского государственного университета
Ленина пр-т, д. 36, г. Томск, Россия, 634050
Тел.: +7 (382-2) 52-94-96
Эл. почта: ssp.inf.tsu@gmail.com

Svetlakov A.A., Karelin A.E., Maystrenko A.V.,
Malyshenko A.M., Suschenko S.P.

Synthesis of the modified method for inversion of small real numbers

The article discusses a modified method of inverting small real numbers, which allows to create algorithms by inverting real numbers that are resistant to set errors and other small changes in inverted numbers. Those numbers could be useful then as part of software programmable controllers.

Keywords: real number, inversion of real numbers, regularization.
doi: 10.21293/1818-0442-2019-22-4-50-55

References

1. Eykhoff P. [Fundamentals of identification of control systems (Parameter and state estimation)]. Moscow, Mir, 1975, 685 p. (in Russ.).

2. Pupkov K.A. [Methods of the classical and modern theory of automatic control: 2nd ed., Rev. and add. T2: Statistical Dynamics and Identification of Automatic Control Systems] Ed. K.A. Pupkov, N.D. Egupov, Moscow, Publishing house of MSTU. N.E. Bauman, 2004, 640 p. (in Russ.).

3. Karelin A. E., Maistrenko A. V., Svetlakov A. A., [Recurrent identification of processes and objects and its application in the construction of adaptive control systems] Tomsk, Publishing office of the Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 2011, 179 p. (in Russ.).

4. Svetlakov A.A., [A new algorithm for estimating unknown values of quantities from experimental data],Thesis. doc. 8th All-Union. conf. Problems of metrological support of measuring information processing systems, Moscow, VNIIFTRI, 1987. pp. 68–71 (in Russ.).

5. Svetlakov A.A. [Adaptive control of technological processes based on the theory of generalized inverse matrices]. Dis. Dr. tech. sciences. Tomsk, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, 1993. 442 p. (in Russ.).

6. Elyasberg P.E. [Measuring information: how much is it needed? How to handle it?] Moscow, Nauka, 1983, 208 p. (in Russ.).

7. Mechenov A.S. [The regularized least-squares method: textbook. Allowance]. Moscow, Moscow University Press, 1988, 96 p. (in Russ.).

8. Novitsky P.V., Zograph I.A., [Evaluation of errors in the results of measurements]. Leningrad, Energoatomizdat, 1985, 248 p. (in Russ.).

9. Paulk V. [The choice of a modern controller: basic requirements are no longer enough]. Control Engineering Russia, 2019, no. 5 (83), pp. 65–72 (in Russ.).

10. Denisenko V.V., [Computer control of the technological process, experiment, equipment]. Moscow, Hot line - Telecom, 2009, 608 p. (in Russ.).

11. Demidovich B.P., Maron I.A. [Fundamentals of Computational Mathematics]. Moscow, Nauka, 1963, 660 p. (in Russ.).

12. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow, Nauka, 1979, 288 p. (In Russ.).

13. Vasin V.V., Tanana V.P., [The theory of linear ill-posed problems and its application]. Moscow, Nauka, 1978, 206 p. (in Russ.).

14. Brent R., Zimmermann P. Modern Computer Arithmetic. New York, Cambridge University Press, 2010, 236 p.

Anatol A. Svetlakov
Department of Computer Control and Design Systems
Tomsk State University of Control Systems
and Radioelectronics
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7 (382-2) 90-01-73
Email: svetlakov.38@mail.ru

Aleksei E. Karelin
Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor,
Department of Computer Control and Design Systems
Tomsk State University of Control Systems
and Radioelectronics
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7 (382-2) 41-48-35
Email: aleksei.e.karelin@tusur.ru

Andrey V. Maystrenko
Candidate of Engineering Science, Associate Professor,
Department of Computer Control and Design Systems,
Tomsk State University of Control Systems
and Radioelectronics
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7 (382-2) 90-01-73
Email: maestro67@mail.ru

Alexander M. Malyshenko
Doctor Tech. Sci., Professor,
Department of Automation and Robotics,
National Research Tomsk Polytechnic University
30, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7 (382-2) 70-18-37
Email: mam@tpu.ru

Sergey P. Suschenko
Doctor of Engineering, Professor, Director
of the Institute of Applied Mathematics and
Computer Science, National Research Tomsk State University
36, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7 (382-2) 52-94-96
Email: ssp.inf.tsu@gmail.com