

УДК 621.396

В.С. Черный, А.Ю. Абраменко, О.Г. Пономарёв

## Алгоритм измерения искажений в сигнале с квадратурной фазовой манипуляцией (QPSK)

Рассмотрены виды искажений QPSK-сигнала и алгоритмы измерения параметров каждого вида искажений в условиях одновременного их присутствия в цифровом ограниченном по времени сигнале.

**Ключевые слова:** QPSK, временная синхронизация, интерполяция, измерение искажений, MER, алгоритм.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2020-23-3-45-52

В современном мире всё большую популярность набирают цифровые виды модуляций из-за большого количества переносимой информации в сравнении с аналоговыми модуляциями [1, 2]. В актуальных стандартах связи, таких как 5G NR и 4G LTE, используются от BPSK- до 256QAM-модуляции [3]. В рамках данной статьи мы проводили исследование сигналов с фазовой манипуляцией (QPSK).

В системах приема и передачи информации сигнал может быть подвержен искажениям; так, при передаче цифровых сигналов требуется высокая точность синхронизации опорных генераторов передатчика и приёмника, достичь которую в большинстве случаев не представляется возможным. Возникает необходимость в правильном измерении значений искажений для последующей их оценки и компенсации [4].

### Временная задержка сигнала и синхронизация по времени

Одним из видов искажений, который присутствует в любой системе передачи информации, является временная задержка сигнала или ошибка синхронизации по времени [5, 6].

В результате наличия задержки каждая точка сигнального созвездия разделяется на несколько точек, расстояния между точками пропорциональны временной ошибке сигнала (рис. 1) [7].

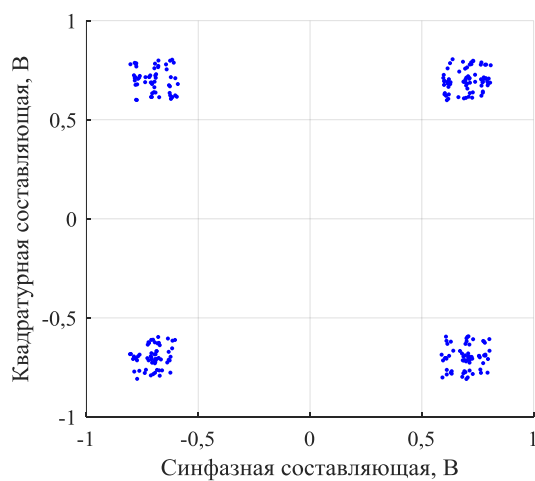


Рис. 1. Диаграмма созвездия сигнала с ошибкой синхронизации по времени

Разделение точек происходит в результате того, что интервалы дискретизации сигнала  $y(n)$  (рис. 2) берутся с некоторым смещением по времени  $t$  относительно истинного значения  $s(n)$ .

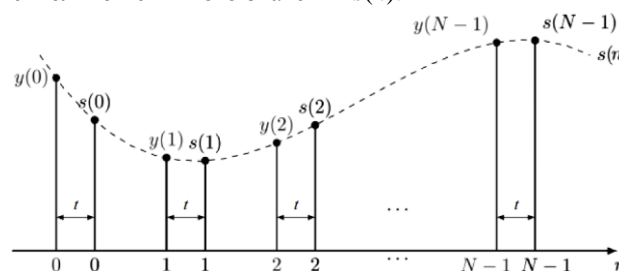


Рис. 2. Демонстрация смещения сигнала по времени на  $t$ :  $s(n)$  – истинный сигнал;  $y(n)$  – смещённый на  $t$  сигнал

### Смещение частоты и начальной фазы несущего сигнала

В результате смещения начальной фазы несущего сигнала всё созвездие сигнала поворачивается по часовой стрелке в случае положительного смещения фазы и против часовой стрелки в случае отрицательного смещения фазы [8]. Смещение частоты несущего сигнала вызывает поворот каждой последующей точки сигнала относительно предыдущей на некоторый угол, пропорциональный смещению частоты. Созвездие сигнала со смещением частоты несущего сигнала 0,001% от частоты дискретизации и смещением начальной фазы  $10^\circ$  приведено на рис. 3.

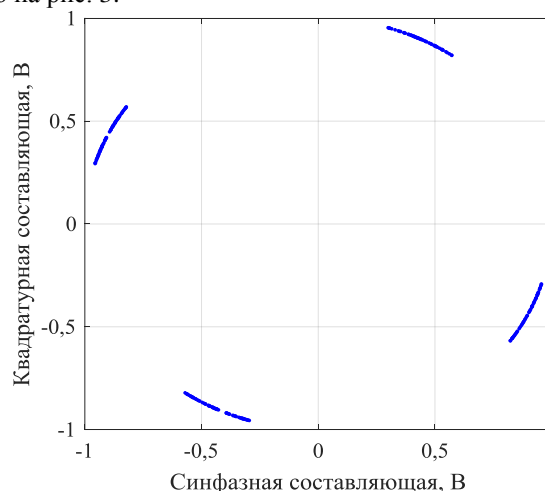


Рис. 3. Диаграмма созвездия сигнала со смещением частоты и начальной фазы несущего сигнала

### Постоянное смещение синфазной и квадратурной составляющих комплексной огибающей сигнала

Постоянное смещение синфазной или квадратурной составляющих сигнала приводит к смещению созвездия вдоль горизонтальной или вертикальной оси соответственно [9]. Одновременное наличие смещений по каждой из составляющих примем за два последовательных смещения отдельных составляющих. Созвездие сигнала с постоянным смещением 10% для синфазной и 15% для квадратурной составляющих от амплитуды сигнала приведено на рис. 4.

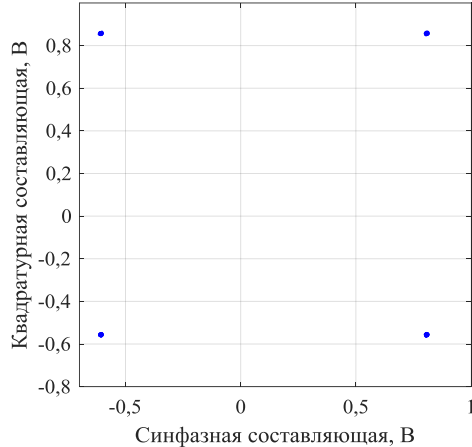


Рис. 4. Диаграмма созвездия сигнала с постоянным смещением синфазной и квадратурной составляющих

### Рассогласование амплитуды между синфазной и квадратурной составляющими комплексной огибающей сигнала

Пример наличия рассогласования амплитуды приведён на диаграмме созвездия (рис. 5). Синфазная составляющая сигнала ослаблена относительно квадратурной составляющей на 3 дБ, что приводит к изменению положения точек на диаграмме созвездия [10].

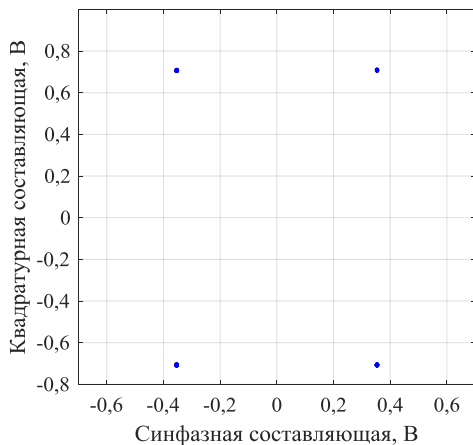


Рис. 5. Диаграмма созвездия сигнала с рассогласованием амплитуды

### Алгоритм измерения параметров искажений в сигнале

Для измерения временной задержки, смещения частоты и начальной фазы несущего сигнала, посто-

янного смещения синфазной и квадратурной составляющих комплексной огибающей, а также рассогласования амплитуды между этими составляющими был разработан алгоритм, блок-схема которого приведена на рис. 6.

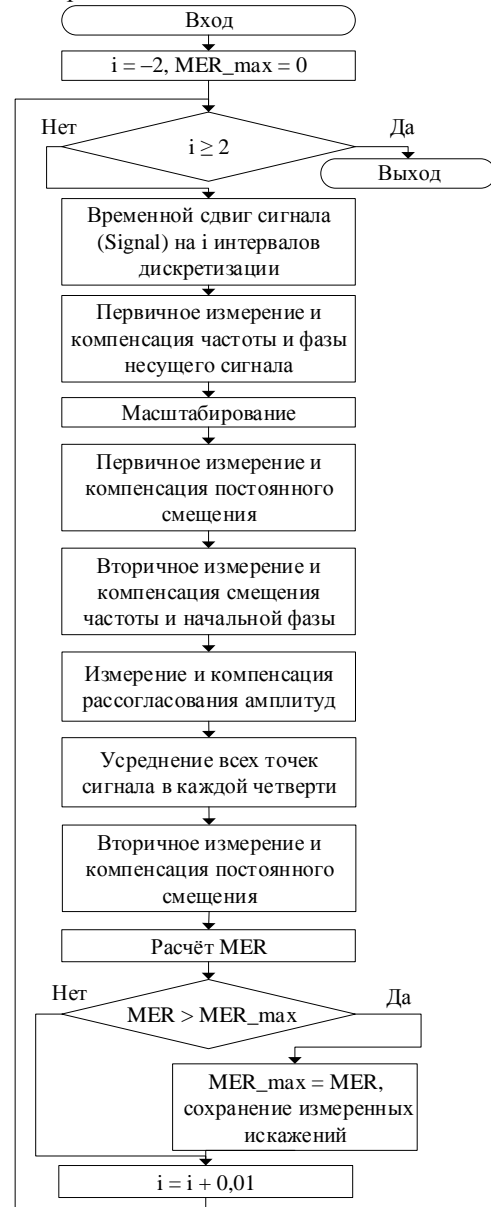


Рис. 6. Блок-схема алгоритма оценки искажений в сигнале

Компенсация искажений на промежуточных этапах производится для уменьшения их влияния на последующие измерения. Далее представлен подробный разбор блоков измерения параметров каждого из видов искажений.

В качестве анализируемого сигнала используется цифровой ограниченный во времени сигнал, поэтому можно считать искажения в сигнале стабильными по времени. В статье сделан акцент на оценке качества сигнала и точности измерения искажений по ограниченной выборке с учётом выполнения расчётов на персональном компьютере, поэтому авторами были предложены модифицированные алгоритмы классических схем.

**Алгоритм измерения временной задержки сигнала**

Измерение временной задержки производится путём последовательного перебора значений задержек сигнала от  $-2$  до  $2$  интервалов дискретизации (в нашем случае на один символ приходится 4 интервала дискретизации сигнала, так как отношение частоты дискретизации к символьной скорости было принято равным 4). В качестве критерия выбора временной задержки используется максимальное значение коэффициента модуляционных ошибок (Magnitude Error Ratio, MER) [11].

Для внесения дробной временной задержки в сигнал используется интерполяция полиномом Лагранжа 5-го порядка [12, 13]. Блок-схема алгоритма определения временной задержки сигнала (Time\_shift) без учёта других видов искажений приведена на рис. 7.

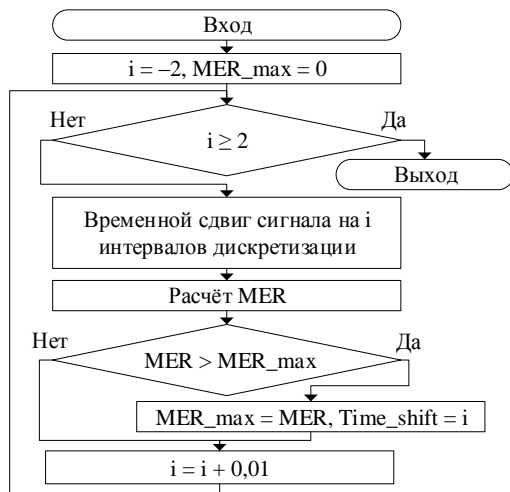


Рис. 7. Блок-схема алгоритма определения временной задержки

Предложенный алгоритм позволяет достичь результатов, указанных в табл. 1.

Таблица 1

**Зависимость максимального отклонения измеренной временной задержки от истинного значения при различных отношениях сигнал/шум входного сигнала\***

Отношение сигнал/шум входного сигнала, дБ	Максимальное отклонение измеренной временной задержки от истинного значения, интервалов дискретизации
31	0,015
51	0,015
71	0,005

\*Здесь и далее под отношением сигнал/шум подразумевается отношение мощности символа к средней мощности шума. Приведённые значения получены на основе 10 измерений.

**Алгоритм измерения смещения частоты и начальной фазы несущего сигнала**

Измерение смещения частоты несущего сигнала производится в два этапа. Принцип измерения на всех этапах одинаковый: определяется разность фаз между вектором, построенным из начала координат до принятой точки на векторной диаграмме созвездия, и опорным вектором – до опорной точки, ре-

зультат записывается в массив фаз нарастающим итогом. Каждый последующий вектор предварительно поворачивается на результат, полученный на предыдущем шаге. Далее производится аппроксимация линией получившегося массива с помощью метода наименьших квадратов (МНК) для определения начальной фазы и смещения частоты несущего сигнала [14].

Для первичного измерения используется аппроксимация по четырём линиям, т.е. производится измерение абсолютного значения фазы, но для каждой четверти дополнительно вводится массив фаз и индексов точек. Диаграмма созвездия с нумерацией точек изображена на рис. 8. Это сделано для уменьшения влияния других искажений на точность определения начальной фазы и частоты несущего сигнала.

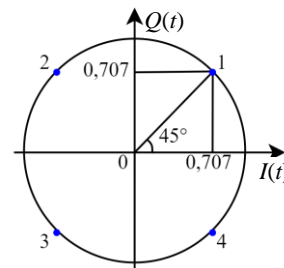


Рис. 8. Диаграмма созвездия с нумерацией точек

После определения четырёх массивов для каждой из точек (см. рис. 8) производится аппроксимация, результатом которой являются два коэффициента уравнения вида (1):

$$y = k \cdot x + b, \tag{1}$$

где  $k$  – коэффициент, пропорциональный смещению частоты несущего сигнала;  $b$  – коэффициент, равный смещению начальной фазы несущего сигнала.

Таким образом, рассчитали четыре коэффициента  $k_i$  и  $b_i$  ( $i$  – номер массива от 1 до 4). Из всех точек каждого из четырёх массивов производится вычитание коэффициента  $b_i$ , полученного при аппроксимации соответствующего массива. Результатом последней аппроксимации также являются коэффициенты  $k$  и  $b$ , коэффициент  $k$  пересчитывается в смещение частоты несущей по формуле (2):

$$F = \frac{k \cdot F_d}{360 \cdot n_{\text{sample}}}, \tag{2}$$

где  $F_d$  – частота дискретизации;  $n_{\text{sample}}$  – отношение частоты дискретизации к символьной скорости (в нашем случае равно 4). Блок-схема алгоритма измерения смещения частоты несущего сигнала по четырём линиям представлена на рис. 9.

На рис. 10 представлены значения фаз массивов с  $\phi_1$  по  $\phi_4$  и их аппроксимации.

Уточнение смещения частоты и начальной фазы несущего сигнала производится аналогичным методом с одним отличием: массивов используется не четыре для каждой точки, а два для точек 1, 3 и 2, 4 соответственно, уменьшение числа массивов достигнуто за счёт первичного измерения и компенсации постоянного смещения.

В табл. 2 приведены результаты применения предложенного алгоритма при условии наличия смещения частоты несущего сигнала не более 3% от частоты дискретизации.

**Алгоритм измерения постоянного смещения синфазной и квадратурной составляющих комплексной огибающей сигнала**

Измерение постоянного смещения также производится в два этапа. Первым этапом является ап-

проксимация окружностью всех точек сигнала с помощью метода наименьших квадратов, результатом аппроксимации являются два коэффициента, отвечающих за положения центра окружности [15, 16]. Так как центр окружности идеального сигнала лежит в нулевых координатах, ненулевые координаты принимаются за ошибку постоянного смещения синфазной и квадратурной составляющих сигнала (рис. 11).

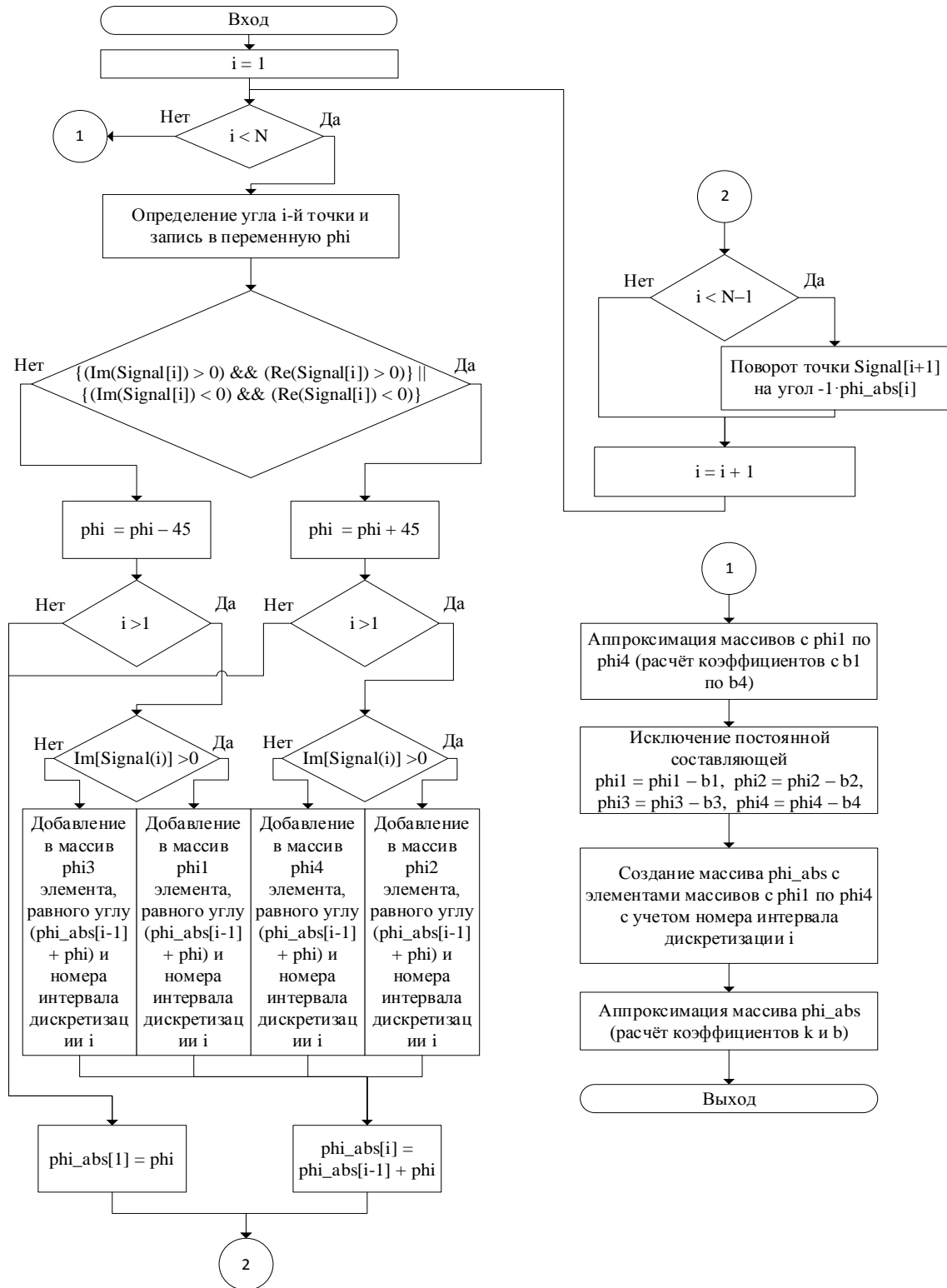


Рис. 9. Блок-схема алгоритма измерения смещения частоты по четырём линиям

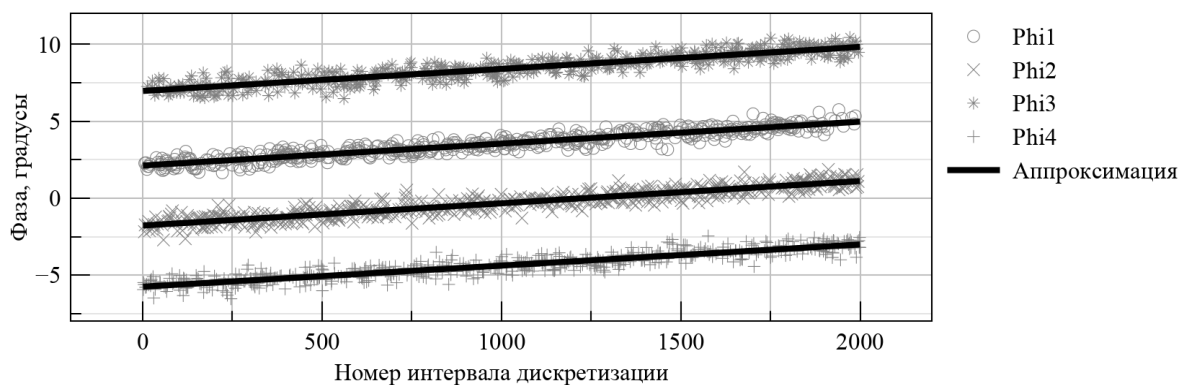


Рис. 10. График измеренных значений фаз и их аппроксимация

Таблица 2

**Зависимость максимального отклонения измеренной величины смещения частоты несущего сигнала от истинного значения при различных отношениях сигнал/шум входного сигнала**

Отношение сигнал/шум входного сигнала, дБ	Максимальное отклонение измеренного смещения частоты несущего сигнала от истинного значения, % от частоты дискретизации
31	$6 \cdot 10^{-5}$
51	$2 \cdot 10^{-7}$
71	$1 \cdot 10^{-8}$

Для второго этапа измерения постоянного смещения предварительно производится усреднение сигнала в каждой четверти, таким образом, получаем массив из четырёх комплексных точек (Signal\_averaged). Постоянное смещение синфазной и квадратурной составляющих определяется как сумма всех синфазных и квадратурных составляющих, делённая на четыре.

Результаты работы алгоритма для максимального значения смещения в 40% от амплитуды сигнала приведены в табл. 3.

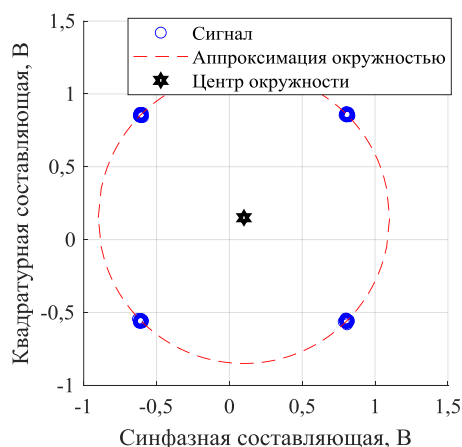


Рис. 11. Аппроксимация окружностью созвездия сигнала

**Алгоритм измерения рассогласования амплитуды между синфазной и квадратурной составляющими комплексной огибающей сигнала**

Для измерения рассогласования амплитуды используется усреднённый сигнал, полученный на предыдущем шаге (3):

$$k\_gain = \frac{\sum_{k=1}^4 \text{Re}(\text{Signal\_averaged}(k))}{\sum_{k=1}^4 \text{Im}(\text{Signal\_averaged}(k))}, \quad (3)$$

где  $k\_gain$  – отношение амплитуд составляющих комплексного сигнала; Signal\_averaged – усреднённый сигнал.

Таблица 3

**Зависимость максимального отклонения измеренной величины постоянного смещения одной из составляющих сигнала от истинного значения при различных отношениях сигнал/шум входного сигнала**

Отношение сигнал/шум входного сигнала, дБ	Максимальное отклонение от истинного значения, %
31	0,032
51	0,030
71	0,028

Результаты работы алгоритма приведены в табл. 4.

Таблица 4

**Зависимость максимального отклонения измеренной величины рассогласования амплитуд составляющих комплексного сигнала от истинного значения при различных отношениях сигнал/шум входного сигнала**

Отношение сигнал/шум входного сигнала, дБ	Максимальное отклонение, дБ
31	$3 \cdot 10^{-3}$
51	$3 \cdot 10^{-4}$
71	$3 \cdot 10^{-5}$

**Тестирование работы алгоритма при наличии нескольких видов искажений в сигнале**

Для оценки работоспособности алгоритма в условиях наличия нескольких видов искажений были сгенерированы тестовые сигналы, приведённые в табл. 5. Таким образом, на выходе алгоритма получены измеренные значения величин искажений, приведённые в табл. 6.

Из табл. 6 видно, что максимальное отклонение для некоторых величин искажений при наличии других искажений оказывается больше, чем результаты измерений, приведённые в табл. 1–4. Наличие существенной ошибки измерения начальной фазы связано с особенностями реализации алгоритма (не учи-

тывался набег фазы, вызванный смещением частоты несущего сигнала) и не является критичным.

Также присутствует ошибка при измерениях постоянных смещений синфазной и квадратурной

составляющих сигнала. Ошибка вызвана двухэтапным алгоритмом оценки постоянного смещения, изменением фазы сигнала между оценками и неизбежным наличием ошибки смещения начальной фазы.

Таблица 5

Заданные значения параметров тестовых сигналов

Входной сигнал	Значение параметра					
	Смещение частоты несущего сигнала, % от частоты дискретизации	Смещение начальной фазы несущего сигнала, град	Временная задержка, интервалов дискретизации	Постоянное смещение синфазной составляющей, %	Постоянное смещение квадратурной составляющей, %	Рассогласование амплитуд синфазной и квадратурной составляющих, дБ
1	0,01	10	0,50	10	5	0,41
2	1	10	0,79	5	1	1,14
3	0,3	0	0,30	5	1	1,76
4	0	0	0	0	0	0

Таблица 6

Измеренные значения параметров тестовых сигналов при различных значениях отношения сигнал/шум

Входной сигнал	Отношение сигнал/шум, дБ	Измеренное значение параметра						
		MER, дБ	Смещение частоты несущего сигнала, % от частоты дискретизации	Смещение начальной фазы несущего сигнала, град	Временная задержка, интервалов дискретизации	Постоянное смещение синфазной составляющей, %	Постоянное смещение квадратурной составляющей, %	Рассогласование амплитуд сигнала в каналах, дБ
1	31	32	$1 \cdot 10^{-2}$	46,1	0,50	10,6	3,4	0,41
	41	41	$1 \cdot 10^{-2}$	46,2	0,50	10,2	3,2	0,41
	51	48	$1 \cdot 10^{-2}$	46,2	0,50	10,2	3,1	0,41
	61	52	$1 \cdot 10^{-2}$	46,0	0,50	10,1	3,1	0,41
	71	56	$1 \cdot 10^{-2}$	46,1	0,50	10,1	3,1	0,41
2	31	31	1	21,8	0,79	3,7	2,4	1,18
	41	39	1	20,9	0,79	3,7	2,4	1,14
	51	49	1	21,5	0,79	3,7	2,4	1,14
	61	51	1	21,6	0,79	3,7	2,4	1,14
	71	51	1	21,3	0,79	3,7	2,4	1,14
3	31	31	$3 \cdot 10^{-1}$	33,5	0,30	2,8	2,8	1,76
	41	39	$3 \cdot 10^{-1}$	35,0	0,30	2,9	2,8	1,76
	51	49	$3 \cdot 10^{-1}$	34,2	0,30	2,9	2,8	1,76
	61	51	$3 \cdot 10^{-1}$	34,4	0,30	2,9	2,8	1,76
	71	53	$3 \cdot 10^{-1}$	34,5	0,30	2,9	2,8	1,76
4	31	31	$1 \cdot 10^{-6}$	0,1	0,01	$8 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$
	41	41	$5 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-2}$	0,00	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-4}$
	51	51	$2 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-2}$	0,00	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$
	61	61	$5 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-3}$	0,00	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$
	71	71	$1 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,00	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$

Необходимо отметить, что в данном случае правильнее оценивать не ошибку постоянного смещения каждой составляющей отдельно, так как она не несёт существенной информации о сигнале, а суммарный вектор ошибки, связанный с просачиванием несущего сигнала и дающий информацию о его величине.

Остальные параметры измеряются с точностью, достаточной для исключения их влияния при расчёте MER вплоть до 50 дБ.

#### Заключение

В статье предложен вариант реализации алгоритма, позволяющего провести измерения искажений ограниченного по времени цифрового сигнала с QPSK-модуляцией. Рассмотренный алгоритм пред-

лагается использовать для контроля качества формируемого сигнала передатчиком, выявления причин его неисправности, а также для изучения влияния среды распространения за счёт измерения параметров сигнала до и после передачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект «Разработка программно-аппаратного комплекса для формирования тестовых сигналов стандарта 5G NR»).

#### Литература

1. Голиков А.М. Модуляция, кодирование и моделирование в телекоммуникационных системах. Теория и практика. – М.: Лань, 2018. – 452 с.

2. Understanding Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) Modulation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/quadrature-phase-shift-keying-qpsk-modulation/>, свободный (дата обращения: 26.08.2019).

3. 3rd Generation Partnership Project (3GPP); Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Physical channels and modulation (Release 15). 3GPP TS 38.211 V.15.8.0, 2019 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38\\_series/38.211](https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.211) (дата обращения: 25.02.2020).

4. Kumar S. Blind symbol timing offset estimation for offset-QPSK modulated signals / Sushant Kumar, Sudhan Majhi // ETRI journal wiley. – Patna: ИПТ, 2019. – С. 1–9.

5. Черный В.С. Алгоритм временной синхронизации квадратурного фазоманипулированного сигнала (QPSK) / В.С. Черный, А.Ю. Абраменко // Электронные средства и системы управления: матер. докладов. – Томск: ТУСУР, 2019. – Ч. 1. – С. 7–9.

6. Mohammed Al-Hamiri. Symbol synchronization Techniques in digital communications. Master diss. abstract. – Rochester, 2017. – С. 12–16.

7. Signal Constellations [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://www.inetdaemon.com/tutorials/basic\\_concepts/communication/signals/constellation.shtml](https://www.inetdaemon.com/tutorials/basic_concepts/communication/signals/constellation.shtml), свободный (дата обращения: 26.09.2019).

8. Черный В.С. Алгоритм оценки смещения частоты и начальной фазы несущей QPSK-сигнала / В.С. Черный, А.Ю. Абраменко // Шарьгинские чтения: сб. докладов. – Томск: ТУСУР, 2019. – С. 209–213.

9. Черный В.С. Алгоритм оценки постоянного смещения действительной и мнимой составляющих квадратурного фазоманипулированного (QPSK) сигнала // Наука и практика: проектная деятельность от идеи до внедрения: матер. VIII рег. науч.-практ. конф. – Томск: ТУСУР, 2019. – Ч. II. – С. 105–107.

10. Яценко С.Ю. Анализ влияния искажений и шумов на помехоустойчивость приема сигналов квадратурной амплитудной модуляции // Журнал радиоэлектроники. – М.: МАИ, 2016. – № 5. – С. 3.

11. Методика незатолонной оценки отношения сигнал/шум и вероятности битовой ошибки для сигналов с квадратурной модуляцией / М.А. Дубов, А.Л. Приоров // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 4. – С. 37–43 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.dsra.ru/articles/year2012/jour12\\_4/art12\\_4\\_8.pdf](http://www.dsra.ru/articles/year2012/jour12_4/art12_4_8.pdf) (дата обращения: 02.10.2019).

12. Lagrange polynomial interpolation [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.scilab.org/tutorials/lagrange-polynomial-interpolation>, свободный (дата обращения: 20.10.2019).

13. Polynomial Interpolators for High-Quality Resampling of Oversampled Audio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://yehar.com/blog/wp-content/uploads/2009/08/deip.pdf>, свободный (дата обращения: 25.10.2019).

14. Метод наименьших квадратов (МНК) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.cleverstudents.ru/articles/mnk.html>, свободный (дата обращения: 15.11.19)

15. Каретин А.Н. МНК для аппроксимации данных окружностью [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://mykaralw.narod.ru/articles/mnk\\_circle.pdf](http://mykaralw.narod.ru/articles/mnk_circle.pdf), свободный (дата обращения: 25.11.2019).

16. Least squares Fitting of Circles and Ellipses – EMIS [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.emis.de/journals/BVMS/Bulletin/sup962/gander.pdf>, свободный (дата обращения: 25.12.2019).

### Черный Владимир Сергеевич

Студент каф. радиотехнических систем (РТС) Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7-950-279-04-71  
Эл. почта: vovachernyy7@gmail.com

### Абраменко Александр Юрьевич

Канд. техн. наук, доцент каф. телекоммуникаций и основ радиотехники (ТОР) ТУСУР  
Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050  
ORCID 0000-0003-4200-3309  
Тел.: +7-961-886-99-59  
Эл. почта: abramenkoay@gmail.com

### Пonomарев Олег Геннадьевич

Канд. физ.-мат. наук, доцент каф. радиофизики Национального исследовательского Томского государственного университета (НИ ТГУ) Ленина пр-т, д. 36, г. Томск, Россия, 634050  
ORCID 0000-0002-9872-9902  
Тел.: +7-906-947-76-08  
Эл. почта: ponomarev@phys.tsu.ru

Chernyy V.S., Abramenko A.Y., Ponomarev O.G.  
**Algorithm for measuring distortion in a signal with quadrature phase shift keying (QPSK)**

The article describes the types of distortion of the QPSK signal and the algorithms for measuring the parameters of distortions in the conditions of their simultaneous presence in the signal.

**Keywords:** QPSK, time synchronization, interpolation, distortion measurement, MER, algorithm.

**doi :** 10.21293/1818-0442-2020-23-3-45-52

### References

1. Golikov A.M. Modulation, coding, and modeling in telecommunication systems. Theory and practice. Moscow, Lan' publ., 2018. 452 p, pp. 22–36 (in Russ.).

2. Understanding Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) Modulation. Available at: <https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/quadrature-phase-shift-keying-qpsk-modulation/>, (Accessed: August 26, 2019).

3. 3rd Generation Partnership Project (3GPP); Technical Specification Group Radio Access Network; NR; Physical channels and modulation (Release 15). 3GPP TS 38.211 V.15.8.0, 2019. Available at: [https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38\\_series/38.211](https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.211) (Accessed: February 25, 2020).

4. Kumar S., Majhi S. Blind symbol timing offset estimation for offset-QPSK modulated signals. ETRI journal wiley. Patna, ИПТ Publ., 2019, pp. 1–9.

5. Chernyy V.S., Abramenko A.Y. *Algoritim vremennoy sinkhronizatsii kvadraturnogo fazomanipulirovannogo signala* [Time synchronization algorithm of the quadrature phase-shift keyed signal]. *Elektronnye sredstva I sistemy upravleniya. Materialy dokladov* [Electronic Devices and Control Systems. Conference proceedings]. Tomsk, TUSUR Publ., 2019, part 1, pp. 7–9 (in Russ.).

6. Mohammed Al-Hamiri. Symbol synchronization Techniques in digital communications. Master diss. abstract. Rochester, 2017, pp. 12–16.

7. Signal Constellations. Available at: [https://www.inetdaemon.com/tutorials/basic\\_concepts/commu](https://www.inetdaemon.com/tutorials/basic_concepts/commu)

nication/signals/constellation.shtml, (Accessed: September 26, 2019).

8. Chernyy V.S., Abramenko A.Y. *Algoritm otsenki smeshcheniya chastoty i nachal'noy fazy nesushchey* [Algorithm for estimating the frequency offset and the initial phase of the carrier QPSK signal]. *Sharyginskie chteniya. Sbornik dokladov*. [Sharygin Lectures. Conference proceedings]. Tomsk, TUSUR Publ., 2019, pp. 209–213 (in Russ.).

9. Chernyy V.S. *Algoritm otsenki postoyannogo smeshcheniya deystvitel'noy i mnimoy sostavlyayushchikh kvadraturnogo fazomanipulirovannogo signala* [Algorithm for estimating offset of the real and imaginary components of the quadrature phase-shift keyed (QPSK) signal] *Nauka i praktika: proyektnaya deyatel'nost' ot idei do vnedreniya* [Science and practice: project activities from idea to implementation]. Tomsk, TUSUR Publ., 2019, part 2, pp. 105–107 (in Russ.).

10. Yatsenko S.Y. *Analiz vliyaniya ickajeniy i shumov na pomehoustoychivost' priema signalov kvadraturnoy amplitudnoy modulatsii* [Analysis of the influence of distortion and noise on the noise immunity of receiving quadrature amplitude modulation signals]. *Jurnal Electronic* [Electronics magazine]. Moscow, MAI Publ., 2016, № 5, pp. 3 (in Russ.).

11. Dubov M.A., Priorov A.L. Non-data-aided estimation method of signal-to-noise ratio and bit error rate for QAM modulated signals. Available at: [http://www.dsps.ru/articles/year2012/jour12\\_4/art12\\_4\\_8.pdf](http://www.dsps.ru/articles/year2012/jour12_4/art12_4_8.pdf), (Accessed: October 2, 2019) (in Russ.).

12. Lagrange polynomial interpolation. Available at: <https://www.scilab.org/tutorials/lagrange-polynomial-interpolation> (Accessed: October 20, 2019).

13. Polynomial Interpolators for High-Quality Resampling of Oversampled Audio. Available at: <http://yehar.com/blog/wp-content/uploads/2009/08/deip.pdf>, (Accessed: October 25, 2019).

14. Least square method. Available at: <http://www.cleverstudents.ru/articles/mnk.html>, (Accessed: November 15, 2019) (in Russ.).

15. LSM for circle approximation. Available at: [http://mykaralw.narod.ru/articles/mnk\\_circle.pdf](http://mykaralw.narod.ru/articles/mnk_circle.pdf), (Accessed: November 25, 2019) (in Russ.).

16. Least squares Fitting of Circles and Ellipses – EMIS. Available at: <http://www.emis.de/journals/BBMS/Bulletin/sup962/gander.pdf>, (Accessed: December 25, 2019).

---

#### Vladimir S. Chernyy

Student, Department of Radio Engineering Systems, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR)  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7-950-279-04-71  
Email: vovachernyy7@gmail.com

#### Aleksander Y. Abramenko

Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Department of Telecommunications and Basic Principles of Radio Engineering, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR)  
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
ORCID 0000-0003-4200-3309  
Phone: +7-961-886-99-59  
Email: abramenkoay@gmail.com

#### Oleg G. Ponomarev

Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Radiophysics, Tomsk State University (TSU)  
36, Lenin pr., Tomsk, Russia 634050,  
ORCID 0000-0002-9872-9902  
Phone: +7-906-947-76-08  
Email: ponomarev@phys.tsu.ru