

УДК 621.372

Е.И. Тренкаль, Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, В.Н. Федоров

Расчетно-экспериментальный метод анализа волн в нерегулярных связанных полосковых линиях с сосредоточенными неоднородностями

Рассмотрено численное решение задачи анализа волновых процессов в нерегулярных связанных полосковых линиях на основе конечно-разностной формы телеграфных уравнений. Рассмотрено два способа задания граничных условий – расчет напряжений и токов в начале и на конце полосковой структуры, используя матричный анализ; определение напряжений и токов в процессе измерений с помощью векторных анализаторов. Матричный анализ ступенчато-нерегулярных полосковых линий проводится при задании первичных параметров в виде полигонов. Введение полигонов первичных параметров позволило устранить проблему определения производных от функций напряжений и токов в точках включения сосредоточенных неоднородностей. Приведен пример расчета волн напряжений и токов в двухканальном трансформаторе импедансов. Представлено сравнение расчетных и экспериментальных результатов исследования устройства на основе ступенчато-нерегулярных связанных полосковых линий, подтвердивших применимость предложенного расчетно-экспериментального метода.

Ключевые слова: нерегулярные связанные полосковые линии, трансформатор импедансов, конечно-разностные телеграфные уравнения, полигоны первичных параметров.

doi: 10.21293/1818-0442-2019-22-2-17-25

Нерегулярные линии передачи используются для построения трансформаторов импеданса, применяемых в усилительных каскадах на основе транзисторов и микросхем [1–3], согласования антенн [4] и других устройств. Нерегулярность линий передачи позволяет получить расширение полосы рабочих частот согласующих цепей, направленных ответвителей, частотно-селективных фильтров. Наряду с этим нерегулярность параметров полосковых линий передачи может возникать вследствие технологических неточностей, а также при использовании отрезков полосковых линий в качестве датчиков при помещении их в слоистую среду с целью определения состава и параметров отдельных слоев [5, 6].

Анализ волн в связанных полосковых линиях (СПЛ) основывается на решении телеграфных уравнений [7, 8], в результате чего получаются матрицы передачи, связывающие напряжения и токи на входе с напряжениями и токами на выходе СПЛ.

Произвольное изменение погонных параметров связанных полосковых линий вдоль направления распространения квази-Т-волн не позволяет получить точное решение телеграфных уравнений. В этом случае переходят к конечно-разностной форме телеграфных уравнений и численному их решению [9, 10] в частотной и/или временной областях [11–14].

Цель настоящей работы – рассмотреть моделирование волновых процессов в связанных ступенчато-нерегулярных полосковых линиях в частотной области путем перехода от классических телеграфных уравнений к их конечно-разностной форме и численного решения записанной системы уравнений. Рассматривается два способа задания граничных условий при численном решении задачи анализа волн в рассматриваемой структуре: аналитический в результате вычисления матрицы передачи и нахождения напряжений и токов в начале и на конце структуры; экспериментальный, состоящий в опре-

делении напряжений и токов путем измерений с помощью векторного анализатора цепей с последующим вычислением параметров волн напряжений и токов.

Эквивалентная схема полосковой структуры. Конечно-разностная форма системы телеграфных уравнений

Эквивалентная схема исследуемой ступенчато-нерегулярной полосковой структуры показана на рис. 1. На рисунке обозначены: W_1, W_2, W_3 – отрезки связанных полосковых линий соответственно длиной l_1, l_2, l_3 ; Z_{r1}, \dots, Z_{r4} – сопротивления сосредоточенных неоднородностей; $Z_{н1}, \dots, Z_{н4}$ – нагрузки на входе и выходе полосковой структуры; E_1, E_2 – ЭДС источника сигнала, возбуждающего полосковые линии.

Рассмотрим последовательность анализа полосковой структуры в предположении, что основным типом волн в ней являются квази-Т-волны [7]. Зависимости напряжений и токов от продольной координаты x в связанных линиях, не содержащих сосредоточенные неоднородности, подчиняются телеграфным уравнениям (1) [10]:

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(j\omega\mathbf{L}(x) + \mathbf{R}(x)) \\ -(j\omega\mathbf{C}(x) + \mathbf{G}(x)) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{U}(x)$, $\mathbf{I}(x)$ – матрицы напряжений и токов в связанных линиях; $\mathbf{L}(x)$, $\mathbf{C}(x)$, $\mathbf{R}(x)$, $\mathbf{G}(x, t)$ – матрицы первичных параметров (индуктивностей, емкостей, сопротивлений и проводимостей), зависящие от продольной координаты x .

В нашем случае первичные параметры регулярны (не зависят от x) на участках $0 \leq x \leq l_1$, $l_1 < x \leq l_2$ и $l_2 < x \leq l_3$ связанных линий, в целом же имеем ступенчато-нерегулярную структуру, в которой функции зависимости первичных параметров от координаты не дифференцируемы в точках их скачкообраз-

ного изменения. Кроме этого, в связанные линии включены сосредоточенные элементы, образующие сосредоточенные неоднородности. Поэтому точное решение уравнений (1) для рассматриваемой полос-

ковой структуры затруднительно, т.к. токи в точках включения Z_{r1}, \dots, Z_{r4} меняются скачкообразно и не дифференцируемы.

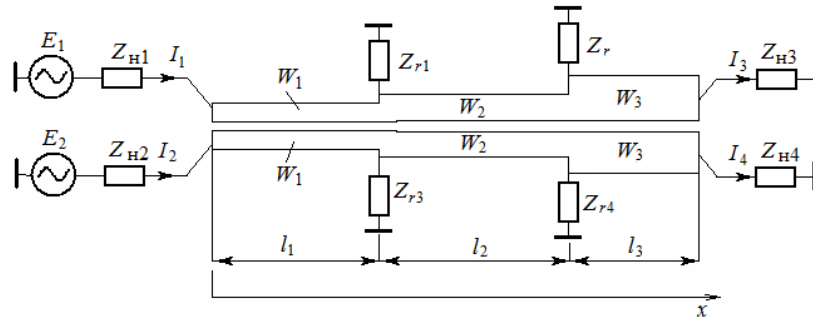


Рис. 1. Эквивалентная схема полосковой структуры, включающей отрезки ступенчато-нерегулярных связанных линий и сосредоточенные элементы

В работе [9] предложен и реализован конечно-разностный метод расчета нерегулярных структур, включающих сосредоточенные элементы. Метод основан на численном решении телеграфных уравнений связанных линий для структур с неоднородными по длине параметрами, содержащих сосредоточенные включения. Для этого отрезки нерегулярных связанных линий структуры разбиваются равномерной сеткой по координате x с шагом Δx . Первичные параметры «элементарных» отрезков, образованных в результате дискретизации структуры, считаются постоянными внутри отрезка с номером k . При этом первая производная напряжений и токов в выражении (1) заменяется приближенным разностным выражением [10, 11], в результате чего напряжения и токи в точке $k+1$ определяются через напряжения и токи в точке k при известных первичных параметрах $\mathbf{L}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{G}_k$ элементарных отрезков длиной dl_k :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \mathbf{I}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} - dl_k \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{C}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{G}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} \right\}. \quad (2)$$

«Запуск» процесса вычисления \mathbf{U}_{k+1} и \mathbf{I}_{k+1} возможен разными способами. Так, в работах [10, 11] начальные значения (на первом шаге) \mathbf{U}_k и \mathbf{I}_k определены из матричного анализа структуры в результате декомпозиции на составные более простые части и последующей рекомпозиции структуры перемножением матриц передачи каскадно включенных восьмиполосников. В настоящей работе применено два способа определения \mathbf{U}_k и \mathbf{I}_k – аналогичный упомянутому выше и второй способ, основанный на получении экспериментальных значений \mathbf{U}_k и \mathbf{I}_k на выходе рассматриваемой полосковой структуры, представляемой эквивалентной схемой (см. рис. 1).

Рассмотрим более подробно последовательность вычисления волн, распространяющихся в исследуемой структуре.

Полигоны первичных параметров

Уравнения (2) записаны исходя из предположения, что для любой точки k волноведущей структуры

существуют по крайней мере первые производные $\frac{d\mathbf{U}(x)}{dx}$ и $\frac{d\mathbf{I}(x)}{dx}$. Однако наличие сосредоточенных неоднородностей означает существование скачка токов в точках включения Z_{r1}, \dots, Z_{r4} , и, следовательно, в этих точках производная не определена. Это противоречие вполне разрешается, если уменьшить dl_k до некоторой величины, которая сравнима с протяженностью контакта сосредоточенного элемента. Но одновременно с этим следует привести размерности первичных параметров и элементов с эквивалентными сопротивлениями Z_{r1}, \dots, Z_{r4} . Если эквивалентная схема сосредоточенного элемента представлена в виде емкости C_r , тогда в уравнения (2) вводится квазираспределенная емкость C_r/dl_k для соответствующего узла с номером k .

Назовем полигонами первичных параметров графическое представление первичных погонных параметров связанных полосковых линий в зависимости от продольной координаты, включая параметры сосредоточенных неоднородностей, отнесенные к длине элементарного отрезка dl_k .

В результате замены сосредоточенных Z_{r1}, \dots, Z_{r4} на квазираспределенные элементы получаем ступенчато-нерегулярную структуру с первичными параметрами, имеющими смысл погонных параметров.

Для удобства вычислений задача определения первичных параметров выделяется в самостоятельную задачу. Приведем пример формирования множеств $\mathbf{L}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{G}_k$ полосковой структуры со следующими параметрами: ширина полосковых линий $w_1=1,1$; $w_2=5,6$; $w_3=7,3$ мм, длина линий $l_1=32,5$; $l_2=29,0$; $l_3=12,3$ мм, диэлектрическая проницаемость подложки $\epsilon_r=10,2$, толщина подложки $h=0,635$ мм, величины сосредоточенных емкостей $C_{r1}=C_{r3}=1$ пФ, $C_{r2}=C_{r4}=0$ пФ. Расчет $\mathbf{L}_k, \mathbf{C}_k$ был проведен методом сеток [15].

Разбиение полосковой структуры по оси x выполнено с шагом $dl_k=3,69 \cdot 10^{-4}$ м, количество узлов

$M=200$. На рис. 2 и 3 показаны полигоны первичных параметров \mathbf{C}_k и \mathbf{L}_k , рассчитанные в виде зависимости элементов C_{11} , C_{12} , L_{11} , L_{12} матриц \mathbf{C}_k и \mathbf{L}_k от продольной координаты x_k .

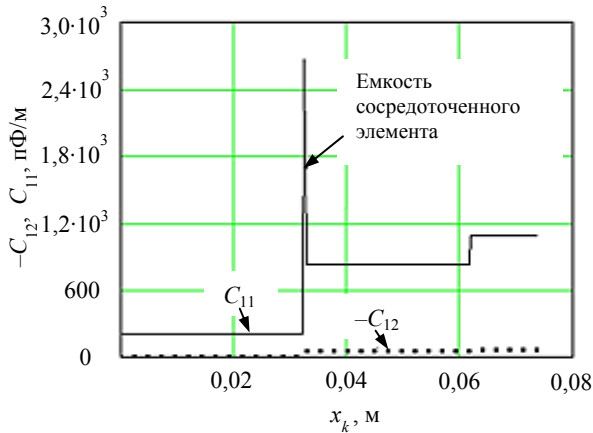


Рис. 2. Полигон погонных емкостей, включая емкость сосредоточенного элемента

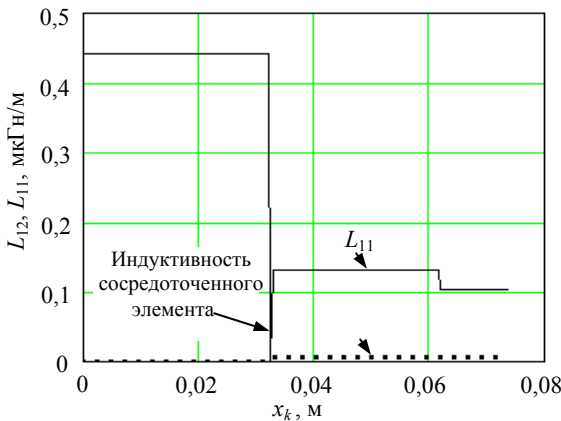


Рис. 3. Полигон погонных индуктивностей. Собственная и взаимная погонные индуктивности сосредоточенного элемента равны нулю

Несмотря на то, что показанные зависимости элементов матриц \mathbf{C}_k и \mathbf{L}_k характеризуются большим диапазоном изменения по направлению продольной координаты x_k , они однородны по физическому смыслу и являются погонными параметрами, не изменяемыми в пределах каждого из элементарных отрезков dl_k . Это дает основание считать, что функции $\mathbf{U}(x)$, $\mathbf{I}(x)$ при переходе к их представлению в виде множеств \mathbf{U}_k и \mathbf{I}_k дифференцируемы по x на всем пространстве x_k .

Полигоны погонных сопротивлений \mathbf{R}_k и проводимостей \mathbf{G}_k определяются так же, как \mathbf{C}_k , \mathbf{L}_k .

Определение граничных условий

Преодолев проблему разрывности функций $\mathbf{U}(x)$, $\mathbf{I}(x)$, перейдем к определению граничных условий, необходимых для решения телеграфных уравнений в конечно-разностной форме (2). Как уже отмечалось, для «запуска» процедуры решения системы (2) достаточно определить напряжения и токи

либо в точке x_0 , либо в точке x_M (M – количество точек разбиения структуры по координате x).

Приведем последовательность вычислений матриц напряжений \mathbf{U}_0 и токов \mathbf{I}_0 на входе полосковой структуры. Вторичные параметры, к которым относятся матрицы сопротивлений \mathbf{Z}_k и проводимостей \mathbf{Y}_k , вычисляются из формул (3) по известным первичным параметрам [7]:

$$\mathbf{Z}_k = i\omega\mathbf{L}_k + \mathbf{R}_k, \mathbf{Y}_k = i\omega\mathbf{C}_k + \mathbf{G}_k. \quad (3)$$

Коэффициенты распространения синфазных и противофазных волн γ_k , распространяющихся в элементарных отрезках структуры dl_k , определяются в результате решения задачи нахождения собственных значений матрицы $\mathbf{a}_k = \mathbf{Z}_k \mathbf{Y}_k$:

$$\gamma_k = \sqrt{\lambda_k}, \quad (4)$$

где λ_k – собственные значения матрицы \mathbf{a}_k .

Матрицы передачи (ABCD – матрицы) элементарных отрезков определяются из выражения (5) [8]:

$$\mathbf{a}el_k = [\mathbf{A}m_k] \times [e^{\gamma_k \Delta l_k}] \times [\mathbf{A}m_k]^{-1}, \quad (5)$$

где

$$[e^{\gamma_k \Delta l_k}] = \begin{bmatrix} e^{-(\gamma_e)_k \Delta l_k} & 0 & & 0 \\ 0 & e^{-(\gamma_o)_k \Delta l_k} & & 0 \\ & & e^{(\gamma_e)_k \Delta l_k} & 0 \\ & & 0 & e^{(\gamma_o)_k \Delta l_k} \end{bmatrix},$$

$[\mathbf{A}m_k]$ – матрицы нормированных амплитуд синфазных и противофазных волн; $(\gamma_e)_k$, $(\gamma_o)_k$ – коэффициенты распространения синфазных и противофазных волн, находимые из (4).

Матрица нормированных амплитуд $[\mathbf{A}m_k]$ была введена в работе [16], она имеет следующий вид

$$[\mathbf{A}m_k] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ (d_e)_k & (d_o)_k & (d_e)_k & (d_o)_k \\ (Y_{1e})_k & (Y_{1o})_k & -(Y_{1e})_k & -(Y_{1o})_k \\ (Y_{2e})_k & (Y_{2o})_k & -(Y_{2e})_k & -(Y_{2o})_k \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Входящие в матрицу (6) элементы вычисляются так:

$$(d_{e,o})_k = ((\gamma_{e,o})_k^2 - (\alpha_{11})_k) / (\alpha_{12})_k; \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} (Y_{1e})_k & (Y_{1o})_k \\ (Y_{2e})_k & (Y_{2o})_k \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_k \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (d_e)_k & (d_o)_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (\gamma_e)_k & 1 \\ 0 & 1 \\ (\gamma_o)_k & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Поскольку первичные параметры определены и матрицы элементарных отрезков также найдены, используя формулы (3)–(8), находим матрицу передачи рассматриваемой полосковой структуры в виде произведения матриц передачи отрезков dl_k

$$\mathbf{a} = \prod_{k=0}^M \mathbf{a}el_k. \quad (9)$$

Используя связь напряжений, токов и ЭДС на входе и выходе структуры, получим соотношение для токов на входе:

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \delta \cdot (\beta)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Z_{н1} & 0 \\ 0 & Z_{н2} \end{bmatrix}^{-1} \times \left[\delta \cdot (\beta)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \right], \quad (10)$$

где

$$\beta = \begin{bmatrix} a_{1,3} + a_{1,1} \cdot Z_{н3} & a_{1,4} + a_{1,2} \cdot Z_{н4} \\ a_{2,3} + a_{2,1} \cdot Z_{н3} & a_{2,4} + a_{2,2} \cdot Z_{н4} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\delta = \begin{bmatrix} a_{3,3} + a_{3,1} \cdot Z_{н3} & a_{3,4} + a_{3,2} \cdot Z_{н4} \\ a_{4,3} + a_{4,1} \cdot Z_{н3} & a_{4,4} + a_{4,2} \cdot Z_{н4} \end{bmatrix}.$$

Напряжения на входе структуры находятся из очевидной их связи по закону Ома:

$$\mathbf{U}_0 = \begin{bmatrix} -I_1 \cdot Z_{н1} \\ -I_2 \cdot Z_{н1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Таким образом, получены напряжения и токи при $k=0$, что достаточно для старта при решении телеграфных уравнений (2) в конечно-разностной форме.

Как отмечалось ранее, решение уравнений (2) может быть начато и с точки $k=M$. В этом случае напряжения и токи на выходе полосковой структуры находятся из выражения (13):

$$\mathbf{I}_M = \beta^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_1 - (I_1)_0 \cdot z_1 \\ E_2 - (I_2)_0 \cdot z_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}_M = \begin{bmatrix} (I_1)_M \cdot z_3 \\ (I_2)_M \cdot z_4 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Алгоритм и результаты решения конечно-разностных телеграфных уравнений

А. Решение системы уравнений (2) при рассчитанных напряжениях и токах в точке $k=M$.

Алгоритм состоит в выполнении следующей последовательности вычислений:

1. Дискретизация структуры на M конечных элементов таким образом, чтобы сосредоточенные неоднородности попали в узлы сетки.
2. Определение первичных параметров и построение их полигонов.
3. Вычисление напряжений и токов в точке $k=M$.

4. Решение системы, которое иллюстрируется подпрограммой, реализованной в системе математического моделирования Math-Cad:

$$\text{UIXL}_{i,s} := \begin{cases} \text{для } s \in M \dots 0, \\ \text{UIXL}_{i,s} \leftarrow \left[\prod_{s=s}^M (\mathbf{ael}_{i,s})^{-1} \right] \cdot \text{UII}_i, \\ \text{UIXL}_{i,s}. \end{cases} \quad (14)$$

В представленной записи подпрограммы (14) применены следующие обозначения: i – переменная цикла по частоте; s – переменная цикла по координате; $\text{UIXL}_{i,s}$ – матрица полных напряжений и токов, зависящих от частоты и координаты; UII_i – матрица напряжений и токов в конце структуры; $\mathbf{ael}_{i,s}$ – матрица передачи элементарного отрезка структуры.

Расчет волнового процесса ведется, как это видно из организации цикла по координате, от конца структуры к ее началу.

Б. Решение системы уравнений (2) при рассчитанных напряжениях и токах в точке $k=0$.

Алгоритм повторяет п. 1–3. Решение системы в виде подпрограммы записывается так:

$$\text{UIXL}_{i,s} := \begin{cases} \text{для } s \in 0 \dots M, \\ \text{UIXL}_{i,s} \leftarrow \left[\prod_{s=s}^0 (\mathbf{ael}_{i,s})^{-1} \right] \times \text{UI0}_i, \\ \text{UIXL}_{i,s}. \end{cases} \quad (15)$$

Фрагмент подпрограммы (15) по сравнению с (14) позволяет проводить расчет волнового процесса от начала структуры к ее концу. При этом вычисляется матрица передачи, обратная матрице передачи, найденной из (5).

Пример расчета зависимости напряжения в первом проводнике полосковой структуры с ранее представленными параметрами показан на рис. 4. Нагрузочные сопротивления взяты при вычислениях: $Z_{н1} = Z_{н2} = 100 \text{ Ом}$, $Z_{н3} = Z_{н4} = 7 \text{ Ом}$. Расчет по варианту А (сплошная кривая) и варианту Б (кривая точками) дал практически одинаковые результаты, что и следовало ожидать. Однако при расчете по варианту Б время вычислений увеличилось, т.к. в выражении (15) присутствует обратная матрица.

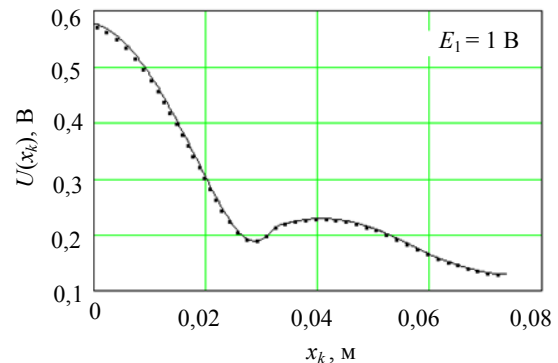


Рис. 4. Зависимость полного напряжения в первом проводнике полосковой структуры от координаты

Решение конечно-разностных телеграфных уравнений с использованием экспериментальных данных

Для решения уравнений (2) на основе экспериментальных данных был взят макет устройства, состоящий из двух встречно включенных полосковых структур (рис. 5). Это позволило корректно измерить коэффициент передачи S_{21} устройства с помощью векторного анализатора цепей «Обзор-103», т.к. на выходе можно использовать согласованную нагрузку 50 Ом.

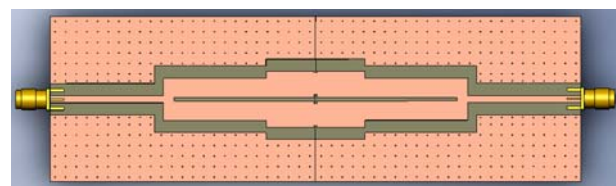


Рис. 5. Внешний вид встречно-каскадного соединения двух идентичных макетов структур с эквивалентной схемой рис. 1

Было проведено измерение на частоте $f = 741,13$ МГц. Получены следующие экспериментальные значения: $|S_{21}| = -0,36891$ дБ, $\arg(S_{21}) = -402,69$ град. В пересчете на абсолютное значение напряжения при $E_1 = 1$ В в первом проводнике полосковой структуры это составило $|U_1| = 0,479$ В. Соответственно получилась матрица выходных напряжений и токов UPL (обозначение матрицы по (14)):

$$UPL = \begin{bmatrix} 0,404 - i0,257 & \\ 0,404 - i0,257 & \\ 4,04 \times 10^{-3} - i2,57 \times 10^{-3} & \\ 4,04 \times 10^{-3} - i2,57 \times 10^{-3} & \end{bmatrix}.$$

По этой матрице был рассчитан волновой процесс в первом проводнике полосковой структуры в виде зависимости полного напряжения от координаты. Выполнен также расчет по данным вычислений граничных условий. Результаты отображены на рис. 6, на котором сплошная кривая получена при вычисленных граничных условиях, точками – зависимость, полученная по экспериментальным значениям UPL.

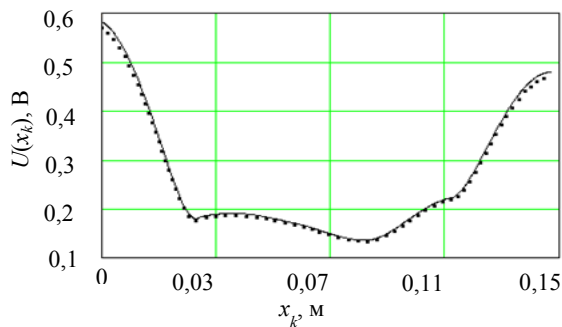


Рис. 6. Зависимость полного напряжения в первом проводнике полосковой структуры от координаты, рассчитанная по экспериментально полученной матрице напряжений и токов на выходе полоскового устройства (точки) и по рассчитанным напряжениям и токам (сплошная кривая). Устройство состоит из двух встречно включенных структур (см. рис. 1)

Сравнение кривых на рис. 6 показало их совпадение с расхождением меньше 1% (на рис. 6 кривые искусственно смещены), что подтверждает работоспособность предлагаемого расчетно-экспериментального метода анализа волновых процессов в ступенчато-нерегулярных полосковых структурах с сосредоточенными неоднородностями.

Анализ частотных характеристик ступенчато-нерегулярных полосковых структур с сосредоточенными неоднородностями путем решения конечно-разностных уравнений

Для проверки достоверности анализа частотных характеристик на основе численного решения конечно-разностных уравнений проведены экспериментальные измерения параметров устройства, состоящего из двух встречно включенных полосковых структур, показанных на рис. 1.

Основные соотношения, необходимые для анализа частотных характеристик устройства, были изложены при определении граничных условий. Зависимость напряжений и токов от координаты рассчитывалась по программе, фрагмент которой записывается так:

$$UIX_{i,k+1} := UIX_{i,k} - \Delta x \cdot \begin{bmatrix} (Z_{i,k})_{0,0} \cdot (UIX_{i,k})_2 + (Z_{i,k})_{0,1} \cdot (UIX_{i,k})_3 \\ (Z_{i,k})_{1,0} \cdot (UIX_{i,k})_2 + (Z_{i,k})_{1,1} \cdot (UIX_{i,k})_3 \\ (Y_{i,k})_{0,0} \cdot (UIX_{i,k})_0 + (Y_{i,k})_{0,1} \cdot (UIX_{i,k})_1 \\ (Y_{i,k})_{1,0} \cdot (UIX_{i,k})_0 + (Y_{i,k})_{1,1} \cdot (UIX_{i,k})_1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

В этой записи $UIX_{i,k}$ – матрица напряжений и токов, ее начальное значение при $k=0$ рассчитывается из (10), (12); Δx – шаг по координате x ; i – индекс частоты; k – номер элементарного отрезка структуры; $Z_{i,k}$, $Y_{i,k}$ – матрицы сопротивлений и проводимостей, находимые из (3).

Расчет напряжений и токов по (14) и (16) дал близкие значения. По найденным напряжениям и токам в точке $k=0$ определена матрица входных сопротивлений полосковых проводников

$$Z_{in} = \begin{bmatrix} (U_1)_0 & 0 \\ 0 & (U_2)_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (I_1)_0 & 0 \\ 0 & (I_2)_0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (17)$$

и коэффициентов отражения по входу

$$\Gamma = \begin{bmatrix} (-z_1 + (Z_{in})_1) \cdot (z_1 + (Z_{in})_1)^{-1} \\ (-z_2 + (Z_{in})_2) \cdot (z_2 + (Z_{in})_2)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Экспериментально измерялись возвратные $|S_{11}|$ и вносимые потери $|S_{21}|$ в устройстве, состоящем из двух встречно-каскадно включенных полосковых структур (см. рис. 5). Расчет $|S_{11}|$ проведен по известному коэффициенту отражения (18), а вычисление $|S_{21}|$ – по программам (14) и (16), реализующим алгоритмы решения конечно-разностных телеграфных уравнений (2). Сравнение частотной зависимости расчетных и экспериментальных возвратных потерь показано на рис. 7. На рис. 8 показано сравнение вносимых потерь, полученных экспериментально и путем расчета.

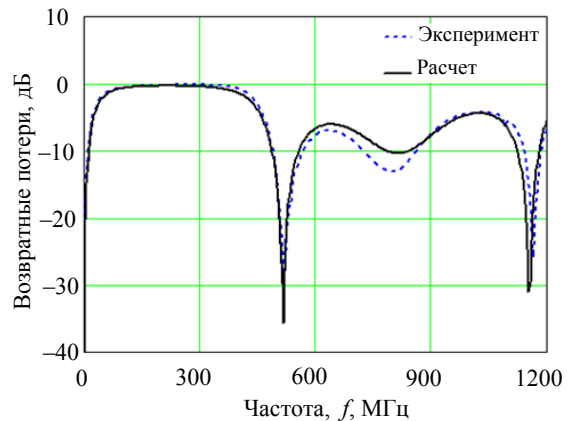


Рис. 7. Рассчитанная и экспериментальная частотная зависимость возвратных потерь полоскового устройства из двух встречно включенных структур (см. рис. 6)

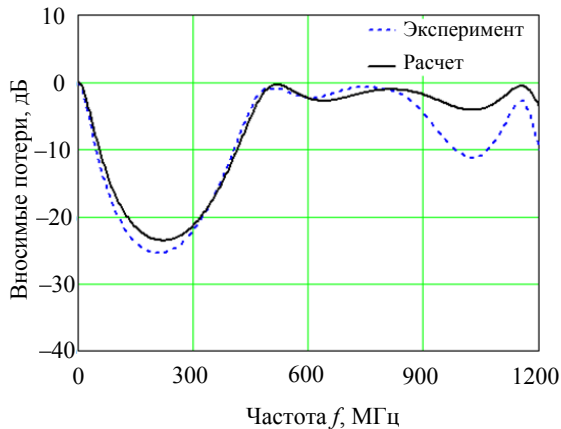


Рис. 8. Рассчитанная и экспериментальная частотная зависимость вносимых потерь полоскового устройства из двух встречно включенных структур (см. рис. 6)

Наблюдается хорошее качественное и количественное совпадение результатов расчета и эксперимента. Это дает основание сделать заключение о том, что расчет волновых процессов в рассматриваемой структуре на основе конечно-разностных уравнений корректен.

Применение полученных результатов

Опишем одно из применений расчетно-экспериментального метода для решения задачи экстракции параметров полосковых структур, получившихся в результате изготовления с существенными технологическими дефектами.

Спроектировано устройство с известными конструктивными и электрофизическими параметрами и проведен анализ его характеристик на основе численного решения телеграфных уравнений. При этом получены возвратные потери $|S_{11}(f)|$, вносимые потери $|S_{21}(f)|$ и фазовая задержка $\arg(S_{21}(f))$. Однако в процессе экспериментальных исследований получены иные, существенно отличающиеся параметры рассеяния: $|S_{11}^{\text{exp}}(f)|$, $|S_{21}^{\text{exp}}(f)|$, $\arg(S_{21}^{\text{exp}}(f))$.

Процесс экстракции параметров будем рассматривать как уточнение полигонов первичных параметров C_k и L_k . Для этого производится минимизация функций

$$\min \left(\left| S_{11}^{\text{exp}}(f) - |S_{11}(f)| \right| \right), \quad (19)$$

$$\min \left(\left| S_{21}^{\text{exp}}(f) - |S_{21}(f)| \right| \right), \quad (20)$$

$$\min \left(\left| \arg(S_{21}^{\text{exp}}(f)) - \arg(S_{21}(f)) \right| \right). \quad (21)$$

Приведем пример. Рассчитан двухканальный трансформатор импедансов для согласования двухканальной цепи, имеющей входное сопротивление по каждому каналу 100 Ом, а выходное сопротивление 7 Ом. Характеристики такой цепи в виде частотной зависимости $|S_{11}(f)|$, $|S_{21}(f)|$ приведены на рис. 7 и 8 сплошными линиями. После изготовления

макета были измерены частотные характеристики устройства и проведено их сравнение с ранее рассчитанными путем построения функций (19)–(21). Минимизация указанных функций проводится изменением первичных параметров, образующих полигоны C_k и L_k . Было показано, что минимум (19)–(21) достигается при изменении полигона C_k отрезка с длиной $l_2 = 29,0$ мм. Разность матриц экспериментального макета и проектного решения составила

$$C_k^{\text{exp}} - C_k = \begin{bmatrix} 1,71 & 0 \\ 0 & 1,71 \end{bmatrix} \times 10^{-10}, \quad (l_1 < x < l_2).$$

Отсюда можно сделать вывод, что наиболее вероятная причина роста диагональных элементов матрицы C_k^{exp} – увеличение ширины полосок W_2 (см. рис. 2).

Обсуждение результатов

Приведенные результаты решения задачи исследования волновых процессов в ступенчатонерегулярных полосковых структурах с сосредоточенными неоднородностями распространяемы на другие типы направляющих систем с квази-Т-волнами: коаксиальные, проводные и комбинированные. Важными особенностями рассмотренного подхода, основанного на решении конечно-разностных телеграфных уравнений, являются:

1. Процедура решения конечно-разностных уравнений может базироваться на экспериментальных результатах, а именно на знании величин напряжений и токов на входе и/или выходе структуры и конструктивных параметров связанных полосковых линий (размеров поперечного сечения, толщины диэлектрических слоев, их относительной диэлектрической проницаемости, длины полосок). Рассмотренные варианты численного решения телеграфных уравнений обладают устойчивостью по критерию Куранта–Фридрикса–Леви при $M \geq 200$, т.к.

$$2f_{\text{max}} \frac{\Delta x \cdot \pi}{v_c} \ll 1. \quad (22)$$

Входящие в (22) параметры взяты следующие: $f_{\text{max}} = 1$ ГГц – максимальная частота; $\Delta x \leq 7,4 \cdot 10^{-4}$ мм – шаг дискретизации полосковой структуры при $M = 200$, уменьшающийся с ростом M ; $v_c = 1,023 \cdot 10^8$ м/с – скорость распространения синфазной волны в связанных линиях [17, 18].

2. Приведенные соотношения и алгоритм анализа волновых процессов в связанных линиях позволяют исследовать волновые свойства и частотные характеристики устройств на основе расчетно-экспериментального подхода, что облегчает постановку и решение задач экстракции неизвестных или изменяющихся под действием внешних факторов параметров направляющих систем.

3. Возможность проводить анализ частотных характеристик и распространения волн по продольной координате открывает перспективу TDR анализа и его связи с получаемыми экспериментальными данными при импульсном воздействии.

4. При анализе учитывается распространение синфазных и противофазных волн в связанных линиях с различающимися фазовыми скоростями, амплитуды и фазы которых могут изменяться под влиянием сосредоточенных неоднородностей.

Заключение

Таким образом, в данной работе решена задача моделирования волновых процессов в ступенчато-нерегулярных полосковых структурах, содержащих сосредоточенные неоднородности на основе итерационной процедуры решения конечно-разностных телеграфных уравнений в частотной области. Путем введения понятия полигона первичных параметров установлена физическая однородность распределенных структур с сосредоточенными неоднородностями и упрощена процедура решения конечно-разностных телеграфных уравнений. Проведено решение конечно-разностных уравнений в случае определения граничных условий экспериментальным путем, что открывает возможности определения неизвестных параметров связанных линий путем экстракции параметров на основе полученной математической модели.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования, соглашение № 14.577.21.0279 от 26.09.2017, идентификатор RFMEFI57717X0279.

Благодарности

Выражаем благодарность сотрудникам СКБ «Смена» м.н.с. С.А. Артищеву, магистранту А.В. Андрееву, студенту Г.А. Малютину за помощь в макетировании и проведении экспериментальных измерений, выполненных на оборудовании ЦКП «Импульс» ТУСУР.

Литература

1. Маттей Д.Л. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи / Д.Л. Маттей, Л. Янг, Е.М.Т. Джонс / пер. с англ. под ред. Л.В. Алексеева, Ф.В. Кушнера. – М.: Связь, 1971. – 440 с.
2. Gonzalez G. Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design, 2nd ed. – Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997. – 94 p.
3. Бабак Л.И. Автоматизированный синтез СВЧ-транзисторных усилителей на основе генетического алгоритма и использования идеальных трансформаторов импеданса / Л.И. Бабак, А.А. Калентьев, И.М. Добуш // Доклады ТУСУР. – 2015. – № 3 (37). – С. 67–84.
4. Optimization of Compact UWB Monopole Antenna with Tapered Connection and Linier Tapered Transformer / Firdaus, Yulindon, Meza Silvana, Asrial, Riswan Efendi and Noor Azah Samsudin. // 2018 International Conference on Applied Information Technology and Innovation (ICAITI). – 2018. – P. 166–169.
5. Cataldo A. A combined TD-FD method for enhanced reflectometry measurements in liquid quality monitoring / A. Cataldo, L. Catarinucci et al. // IEEE Transactions on instrumentation and measurement. – 2009. – Vol. 58, Iss. 10. – P. 3534–3543.

6. Тренкаль Е.И. Измерение уровней жидкостей методом импульсной рефлектометрии (обзор) / Е.И. Тренкаль, А.Г. Лощилов // Доклады ТУСУР. – 2016. – Т. 19, № 4. – С. 67–73.

7. Vlostovskiy E.G. Theory of coupled transmission lines // Teleconrmun. and Radio Engrg. – 1967. – Vol. 21, April. – P. 87–93.

8. Vorob'ev P.A. Quasi-T-waves in devices using coupled strip lines with unbalanced electromagnetic coupling / P.A. Vorob'ev, N.D. Malyutin, V.N. Fedorov // Radio Engineering and Electronic Physics (English translation of Radiotekhnika i Elektronika). – 1982. – Vol. 27 (9). – P. 38–44.

9. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лощилов, Э.В. Семенов // Доклады ТУСУР. – 2005. – № 4 (12). – С. 42–49.

10. Exceptional Points of Degeneracy and Branch Points for Coupled Transmission Lines – Linear-Algebra and Bifurcation-Theory Perspectives / G.W. Hanson, A.B. Yakovlev, M.A.K. Othman, F. Capolino // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2019. – Vol. 67, Is. 2. – P. 1025–1034. DOI: 10.1109/TAP.2018.2879761

11. Xu F., Wu K. Finite-difference time-domain method based on telegraph equations and its applications to modelling of large-scale grounding systems. 2012 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility. – 21–24 May 2012. – Singapore, 2012. – P. 717–720. DOI: 10.1109/apemc.2012.6237981.

12. Bakhtin A.O. Detection of an unauthorized wired connection to a local area network by solving telegraph equations system / A.O. Bakhtin, V.S. Sherstnev, I.L. Pichugova, V.V. Dudorov // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 12–14 May 2016. – Moscow, Russia. – P. 1–5. DOI: 10.1109/sibcon.2016.7491804.

13. Li C. A finite difference method for time-fractional telegraph equation / C. Li, J. Cao // Proceedings of 2012 IEEE/ASME 8th IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications, 8–10 July 2012. – Suzhou, China. – P. 314–318. DOI: 10.1109/mesa.2012.6275581

14. Rutkas A.G. Time-domain descriptor models for circuits with multiconductor transmission lines and lumped elements / A.G. Rutkas, L.A. Vlasenko / 5th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 6–10 Sept. 2010. – Sevastopol, Ukraine. – P. 102–104. – DOI: 10.1109/uwbuis.2010.5609106.

15. Vincent F. Fusco. Microwave Circuits Analysis and Computer-Aided Design. – Prentice-Hall International (UK) Ltd., 1987. – 358 p.

16. Малютин Н.Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком // Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21, № 12. – С. 2473–2478.

17. Courant R. Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik / R. Courant, K. Friedrichs, H. Lewy // Mathematische Annalen. – 1928. – Vol. 100, No. 1. – P. 32–74. IBM Journal, march 1967. web.stanford.edu.

18. Федоров В.Н. Двухмерная электродинамическая модель неоднородной среды с потерями / В.Н. Федоров, Л.Л. Федорова, К.О. Соколов // Успехи современного естествознания. – 2018. – № 10. – С. 132–137.

Тренкаль Евгений Игоревич

Аспирант каф. конструирования узлов и деталей РЭА
(КУДР) ТУСУРа

Мл. науч. сотр. НИИ иистем электрической связи
ТУСУРа

Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050

Тел.: +7-913-816-57-16

Эл. почта: trenkal@mail.ru

Малютин Николай Дмитриевич

Д-р техн. наук, профессор, гл. науч. сотр.

НИИ систем электрической связи ТУСУРа

Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050

ORCID 0000-0003-0317-9096.

Тел.: +7 (382-2) 52-79-42

Эл. почта: ndm@main.tusur.ru

Лощилов Антон Геннадьевич

Канд. техн. наук, зав. каф. КУДР, начальник СКБ «Смена»

Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050

Тел.: +7-906-947-69-20

Эл. почта: main@skbsmena.ru

Федоров Вячеслав Николаевич

Канд. техн. наук, доцент

Северо-Восточного федерального ун-та им. М.К. Аммосова

Белинского ул., д. 58, г. Якутск, Россия, 677000

Тел. +7-411-236-17-54

Эл. почта: fvnjgti@rambler.ru

Trenkal E.I., Malyutin N.D., Loschilov A.G., Fedorov V.N.

Computational experimental method of analyzing waves in irregular coupled strip lines with lumped inhomogeneities

A numerical solution to analyze wave processes in coupled irregular strip lines based on the finite-difference form of telegraph equations is considered. Two ways of defining boundary conditions are considered: calculation of voltages and currents at the beginning and at the end of a strip structure using matrix analysis; determination of voltages and currents in the measurement process using vector analyzers. Matrix analysis of step irregular strip lines is carried out when setting the primary parameters in the form of polygons. The introduction of primary parameters polygons eliminated the problem of determining the derivatives of the functions of voltages and currents at the points of inclusion of concentrated inhomogeneities. An example of the calculation of voltage waves and currents in a two-channel impedance transformer is given. A comparison of the calculated and experimental results of a device based on the stepped-irregular coupled strip lines confirming the applicability of the proposed experimental method is presented.

Keywords: irregular coupled strip lines, transformer impedances, finite difference telegraph equations, polygons of primary parameters.

doi: 10.21293/1818-0442-2019-22-2-17-25

References

1. Matthaei G., Young L., Jones M.T. *Microwave Filters, Impedance Matching Networks and Coupling Structures*. Artech House, Inc., 1980. 1096 p.

2. Gonzalez G. *Microwave Transistor Amplifiers: Analysis and Design*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997. 94 p.

3. Babak L.I., Kalentyev A.A., Dobush I.M. Automated synthesis of microwave low-noise amplifiers using genetic

algorithm and ideal impedance transformers. *Proceedings of TUSUR University*, 2015, no 3(37), pp. 67–84 (in Russ.).

4. Firdaus, Yulindon, Meza Silvana, Asrial, Riswan Efendi and Noor Azah Samsudin. Optimization of Compact UWB Monopole Antenna with Tapered Connection and Linier Tapered Transformer. *2018 International Conference on Applied Information Technology and Innovation (ICAITI)*, 2018, pp. 166–169.

5. Cataldo A., Catarinucc L., Tarricone L., Attivissimo F., Piuze E. A combined TD-FD method for enhanced reflectometry measurements in liquid quality monitoring. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, 2009, vol. 58, Iss. 10, pp. 3534–3543.

6. Trenkal E.I., Loschilov A.G. Measurement of liquid levels using time-domain reflectometry method. *Proceedings of TUSUR University*, 2016, vol. 19, no. 4, pp. 67–73.

7. Vlostovskiy E.G. Theory of coupled transmission lines. *Telecommunication and Radio Engineering*; 1967, vol. 21, April, pp. 87–93.

8. Vorob'ev P.A., Malyutin N.D., Fedorov V.N. Quasi-T-waves in devices using coupled strip lines with unbalanced electromagnetic coupling. *Radio Engineering and Electronic Physics (English translation of Radiotekhnika i Elektronika)*, 1982, 27 (9), pp. 38–44.

9. Malyutin N.D., Loschilov A.G., Semyonov E.W. Quasi-T-waves in combined structures on basis of irregular transmission line with lumped heterogeneities. *Proceedings of TUSUR University*, 2014, no. 4 (12), pp. 42–49 (in Russ.).

10. Hanson G.W., Yakovlev A.B., Othman M.A.K., Capolino F. Exceptional Points of Degeneracy and Branch Points for Coupled Transmission Lines – Linear-Algebra and Bifurcation-Theory Perspectives. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2019, vol. 67, Is. 2, pp. 1025–1034. DOI: 10.1109/TAP.2018.2879761.

11. Xu F., Wu K. Finite-difference time-domain method based on telegraph equations and its applications to modelling of large-scale grounding systems. *2012 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility*. 21–24 May 2012, Singapore, pp. 717–720. DOI: 10.1109/apemc.2012.6237981.

12. Bakhtin A.O., Sherstnev V.S., Pichugova I.L., Dudorov V.V. Detection of an unauthorized wired connection to a local area network by solving telegraph equations system. *2016 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, 12–14 May 2016, Moscow, Russia, pp. 1–5. DOI:10.1109/sibcon.2016.7491804.

13. Li C., Cao J. A finite difference method for time-fractional telegraph equation. *Proceedings of 2012 IEEE / ASME 8th IEEE / ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, 8–10 July 2012, Suzhou, China, pp. 314–318. DOI: 10.1109/mesa.2012.6275581.

14. Rutkas A.G., Vlasenko L.A. Time-domain descriptor models for circuits with multiconductor transmission lines and lumped elements. *2010 5th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals*, 6–10 Sept. 2010, Sevastopol, Ukraine, pp. 102–104. DOI: 10.1109/uwbuis.2010.5609106.

15. Vincent F. Fusco. *Microwave Circuits Analysis and Computer-Aided Design*. Prentice-Hall International (UK) Ltd., 1987. 358 p.

16. Malyutin N.D. Matrix parameters of unequal coupled striplines with inhomogeneous dielectrics. *Radio Engineering and Electronics*, 1976, vol. 21, no. 12, pp. 2473–2478 (in Russ.).

17. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik.

Mathematische Annalen, 1928, V. 100, № 1, pp. 32–74. *IBM Journal*, march 1967. Available at: web.stanford.edu.

18. Fedorov V.N., Fedorova L.L., Sokolov K.O. Two-dimensional electro-dynamic model of an inhomogeneous environment with losses. *Successes of Modern Natural Science*, 2018, № 10, pp. 132–137 (in Russ.).

Evgeniy I. Trenkal

Postgraduate student, Department of Design of Radio Electronic Components Tomsk State University of Control System and Radioelectronics (TUSUR)
Junior Researcher, Institute of Telecommunications Systems
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7-913-816-57-16
Email: trenkal@mail.ru

Nickolay D. Malyutin

Doctor of Engineering, Professor, Chief Researcher
Research Institute of Electrical Communications TUSUR
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
ORCID 0000-0003-0317-9096
Phone: +7 (382-2) 52-79-42
ndm@main.tusur.ru

Anton G. Loshchilov

Candidate of Engineering, Head
Department of Design of Radio Electronic Components TUSUR,
Head, Special Design Bureau «Smena»
40, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050
Phone: +7-906-947-69-20
E-mail: main@skbsmena.ru

Vyacheslav N. Fedorov

Candidate of Engineering, Associate Professor,
North-Eastern Federal University named after M.K. Ammosov
58, Belinsky st., Yakutsk, 677000
Phone: +7-411-236-17-54
Email: fvnjgti@rambler.ru