

УДК 621.372

А.Н. Сычев

## Анализ и синтез несимметричных связанных линий в однородной диэлектрической среде

Исследуются несимметричные связанные линии с однородным диэлектриком, которые являются основой для построения трансформирующего направленного ответвителя со слабой связью, квадратурного моста-делителя с двукратной трансформацией импеданса, а также трансформатора импеданса 1:4. Рассмотрены конструкции со слабой и сильной асимметрией, варианты подключения согласованных нагрузок, а также условия физической реализуемости. Представлены формулы расчета параметров линий, которым дана геометрическая интерпретация, позволившая ускорить и сделать наглядными их анализ и синтез. Для трех тестовых структур приведены частотные зависимости, а также расчетные параметры, включая погонные и модальные. Представленные формулы реализованы в компьютерной программе AsymH.

**Ключевые слова:** несимметричные связанные линии, однородный диэлектрик, погонные параметры, погонные емкости, погонные индуктивности, модальные параметры, характеристическое сопротивление, коэффициент связи, коэффициент симметрии.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2019-22-1-11-19

Связанные линии передачи (СЛ) широко используются в технике СВЧ. Исследованию СЛ и устройствам на их основе посвящено довольно много работ [1–15]. При этом несимметричные СЛ, имеющие свойство межлинейной трансформации импеданса, отсутствующее в симметричных СЛ, позволяют создавать согласующие цепи для СВЧ-транзисторов [8], квадратурные делители мощности, совмещенные с трансформаторами импеданса для мостовых устройств, включая балансные усилители [9], и т.п.

Несимметричные СЛ с однородным или почти однородным заполнением используются наиболее часто и описываются системой из четырех независимых параметров, выбор которых определяется поставленной задачей [2].

Цель данной работы – представить различные системы параметров, полностью описывающих несимметричные связанные линии с однородным диэлектрическим заполнением, а также дать им геометрическую интерпретацию для упрощения и обеспечения наглядности процесса поиска проектного решения.

### Конструкции и схемы несимметричных связанных линий

Общие примеры конструкций несимметричных СЛ с однородным диэлектрическим заполнением в поперечном сечении показаны на рис. 1.

Различают линии со слабой и сильной межлинейной асимметрией. К слабо асимметричным можно отнести, в частности, несимметричные полосковые линии с проводниками различной ширины без диэлектрической подложки в однородной диэлектрической среде [2], показанные на рис. 1, а. К сильно асимметричным относятся СЛ с двойным экраном (рис. 1, б) [3], в которых одна из линий, например вторая, экранирует первую, лишая её собственной ёмкости на «землю». При идеальном двойном экранировании такие линии можно назвать полностью асимметричными или триаксиальными [16].

Заметим, что любые несимметричные СЛ с близкими постоянными распространения и обладающие свойством противонаправленности тоже можно отнести к линиям с эквивалентно-однородным диэлектрическим заполнением [1, 8, 9].

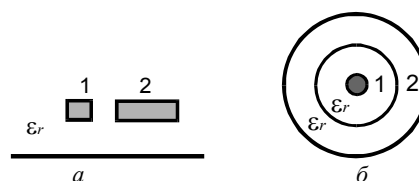


Рис. 1. Несимметричные связанные линии с однородным диэлектрическим заполнением  $\epsilon_r$ : а – линии со слабой асимметрией; б – линии с сильной асимметрией (с двойным экраном)

Схема нагруженного отрезка несимметричных СЛ длиной  $\ell$  и эквивалентные схемы бесконечно короткого отрезка  $\Delta x \rightarrow 0$  показаны на рис. 2.

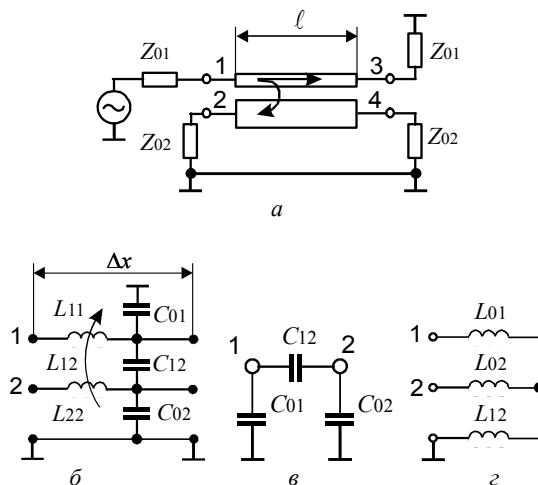


Рис. 2. Несимметричные связанные линии: а – схема произвольно нагруженного отрезка; б – эквивалентная схема бесконечно короткого отрезка; в – частичные ёмкости; г – частичные индуктивности

### Погонные параметры связанных линий

Исходными данными при электрическом анализе СЛ с однородным диэлектрическим заполнением (см. рис. 2) являются три независимых коэффициента, выбранных из матрицы погонных емкостей с воздушным заполнением ( $\varepsilon_r = 1$ ) [4]

$$\mathbf{C}(1) = \begin{bmatrix} C_{11}(1) & -C_{12}(1) \\ -C_{12}(1) & C_{22}(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01}(1) + C_{12}(1) & -C_{12}(1) \\ -C_{12}(1) & C_{02}(1) + C_{12}(1) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $C_{11}(1)$ ,  $C_{22}(1)$  – собственные погонные емкости первой и второй линий соответственно;  $C_{01}(1)$ ,  $C_{02}(1)$ ,  $C_{12}(1)$  – собственные частичные и взаимная погонные емкости; а также относительная проницаемость реального диэлектрического заполнения  $\varepsilon_r$ . Итак, исходными данными являются всего четыре независимых параметра: или  $C_{01}(1)$ ,  $C_{02}(1)$ ,  $C_{12}(1)$ ,  $\varepsilon_r$ , или  $C_{11}(1)$ ,  $C_{22}(1)$ ,  $C_{12}(1)$ ,  $\varepsilon_r$ , или их комбинация. По известной матрице погонных емкостей СЛ с воздушным заполнением  $\mathbf{C}(1)$  можно найти матрицу погонных емкостей СЛ с реальным диэлектрическим заполнением  $\mathbf{C}$  по формуле

$$\mathbf{C} = \varepsilon_r \mathbf{C}(1), \text{ Ф/м} \quad (2)$$

и погонных индуктивностей  $\mathbf{L}$  по формуле [5]

$$\mathbf{L} = \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{C}(1)^{-1}, \text{ Гн/м}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м;  $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$  Гн/м – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства.

Отсюда можно найти и такие параметры СЛ, как собственные импедансы первой и второй линий соответственно [9]

$$Z_1 = \sqrt{L_{11}/C_{11}} \text{ и } Z_2 = \sqrt{L_{22}/C_{22}}. \quad (4)$$

При этом фазовая скорость двух волн в линиях будет иметь только одно значение, определяемое величиной диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon_r$ :

$$v = c/\sqrt{\varepsilon_r} = 1/\sqrt{L_{11}C_{11}} = 1/\sqrt{L_{22}C_{22}}, \quad (5)$$

следовательно, будет справедливо ещё одно равенство

$$L_{11}C_{11} = L_{22}C_{22}. \quad (6)$$

Кроме того, численные значения коэффициентов емкостной и индуктивной связи линий в однородной диэлектрической среде тоже будут равны друг другу

$$k = k_C = k_L = \frac{|C_{12}|}{\sqrt{C_{11}C_{22}}} = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}, \quad (7)$$

следовательно, значение коэффициента неуравновешенности емкостной и индуктивной связи будет равно нулю [5]

$$k_{LC} \equiv \delta = \frac{k_L - k_C}{1 - k_L k_C} = 0. \quad (8)$$

Исходя из (5)–(8), связанные линии передачи с однородным диэлектрическим заполнением обоснованно можно называть или синхронными [2] или с уравновешенной электромагнитной связью.

### Модальные параметры

Система модальных параметров отыскивается в результате модального анализа из решения алгебраической проблемы собственных значений [5]. В несимметричных СЛ распространяются в прямом и обратном направлениях по две нормальные волны, называемые синфазной ( $c$ ) и противофазной ( $\pi$ ).

Исходными данными для поиска модальных параметров являются матрицы погонных емкостей  $\mathbf{C}$  и индуктивностей  $\mathbf{L}$ . Для их произведения выполняется спектральное разложение, которое записывается так:

$$\mathbf{LC} = \mathbf{U} \text{diag}(1/v^2) \mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U} \text{diag}(\varepsilon_r/c^2) \mathbf{U}^{-1}, \quad (9)$$

где  $c$  – скорость света в свободном пространстве;  $v$  – вектор, составленный из значений скоростей нормальных Т-волн – синфазной  $v_c$  и противофазной  $v_\pi$ ;  $\varepsilon_r$  – относительные диэлектрические проницаемости структур синфазного  $\varepsilon_{rc}$  и противофазного  $\varepsilon_{r\pi}$  возбуждений, соответственно. При этом в однородной среде модальные скорости нормальных Т-волн, а также диэлектрические проницаемости структур синфазного и противофазного возбуждений равны между собой

$$v = v_c = v_\pi; \quad (10)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{rc} = \varepsilon_{r\pi}. \quad (11)$$

Исходя из (10) и (11), видим, что решение для (9) не является уникальным и зависит от произвольно задаваемых нормирующих множителей. При этом  $\mathbf{U}$  – нормированная матрица модальных напряжений, составленная из собственных векторов матрицы произведения  $\mathbf{LC}$ , может быть записана как в [6]

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ R_c & R_\pi \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $R_c$ ,  $R_\pi$  – модальные числа, характеризующие отношения модальных напряжений в линиях. Так как  $\mathbf{U}$  имеет множество вариантов нормировки, то представим два наиболее важных из них.

Первый вариант, исследованный Кристалом (Cristal) [2], в котором модальные числа при обоих типах возбуждения равны по модулю [5]

$$R_c = -R_\pi = n = \sqrt{\frac{C_{11}}{C_{22}}} = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}, \quad (13)$$

где  $n$  – коэффициент трансформации (симметрии).

Второй, предложенный Специале (Speciale) [7] и названный им «конгруэнтным», в котором при синфазном возбуждении нормированные напряжения на обеих линиях равны единице, а при противофазном – отношению собственных частичных емкостей или индуктивностей линий [6]:

$$R_c = 1; R_\pi = -R_3 = -\frac{n-k}{1/n-k} = -\frac{C_{01}}{C_{02}} = -\frac{L_{02}}{L_{01}}. \quad (14)$$

При этом из условия физической реализуемости всегда должно выполняться двойное неравенство  $R_\pi \leq 0 < R_c$ . Записанные соотношения (13), (14) можно представить в виде геометрических чертежей, изображенных на рис. 3.

На рис. 3 геометрически показаны области допустимых значений для модальных чисел, обусловленные требованием физической реализуемости.

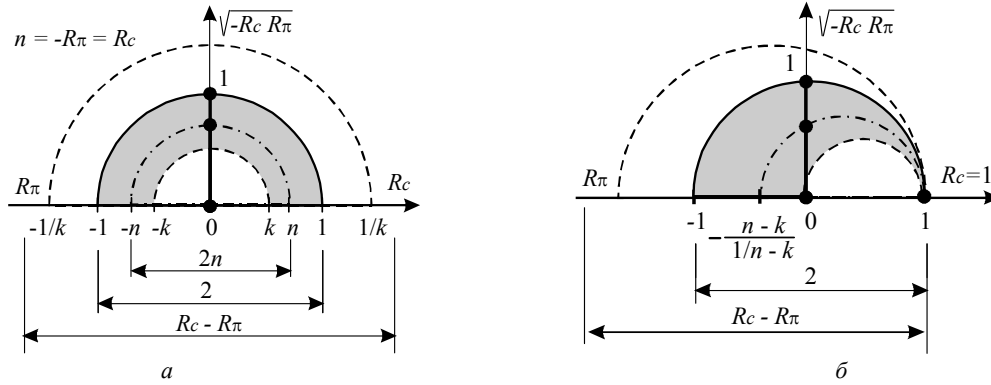


Рис. 3. Полуокружности отношений модальных напряжений в линиях ( $R_\pi \leq 0 < R_c$ ): а – модальные числа, равные по модулю  $n = -R_\pi = R_c$ ; б – модальные числа для конгруэнтного варианта в случае одинакового единичного напряжения на каждой из линий ( $R_c = 1$ ) в режиме синфазного возбуждения

Из полученных выше параметров (10)–(14) вычисляется матрица модальных токов  $\mathbf{J}$  [6], коэффициенты которой в результате нормировки получают размерность проводимостей

$$\mathbf{J} = \mathbf{C} \mathbf{U} \text{diag}(\mathbf{v}) = \mathbf{C} \mathbf{U} \text{diag}(c/\sqrt{\epsilon_r}) = \begin{bmatrix} Z_{c1}^{-1} & Z_{\pi 1}^{-1} \\ R_c Z_{c2}^{-1} & R_\pi Z_{\pi 2}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{c1}^{-1} & Z_{\pi 1}^{-1} \\ -(Z_{c1} R_\pi)^{-1} & -(Z_{\pi 1} R_c)^{-1} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $Z_{c1}$  – импеданс первой линии при синфазном возбуждении;  $Z_{\pi 1}$  – импеданс первой линии при противофазном возбуждении;  $Z_{c2}$  – импеданс второй линии при синфазном возбуждении;  $Z_{\pi 2}$  – импеданс второй линии при противофазном возбуждении. Так как матрица  $\mathbf{J}$  определяется через  $\mathbf{U}$ , то, опираясь на (12)–(15), отмечаем, что её элементы тоже не уникальны и имеют несколько вариантов представления, по крайней мере, два, соответствующих (13) и (14).

В первом варианте, когда  $R_c = -R_\pi = n$ , импедансы вычисляются по следующим формулам [5]:

$$Z_{c1} = \frac{Z_0}{n} \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = Z_1 \frac{1+k}{k'} = Z_1 \frac{k'}{1-k}; \quad (16)$$

$$Z_{\pi 1} = \frac{Z_0}{n} \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} = Z_1 \frac{1-k}{k'} = Z_1 \frac{k'}{1+k}; \quad (17)$$

$$Z_{c2} = n Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = Z_2 \frac{1+k}{k'} = Z_2 \frac{k'}{1-k}; \quad (18)$$

$$Z_{\pi 2} = n Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} = Z_2 \frac{1-k}{k'} = Z_2 \frac{k'}{1+k}, \quad (19)$$

где  $k' = \sqrt{1-k^2}$  – характеристический коэффициент;  $Z_0$  – характеристический импеданс СЛ, здесь выражаемый следующим образом:

$$Z_0 = Z_1 n = n \sqrt{Z_{c1} Z_{\pi 1}}; \quad (20)$$

$$Z_0 = Z_2 / n = n^{-1} \sqrt{Z_{c2} Z_{\pi 2}}. \quad (21)$$

Во втором конгруэнтном варианте [7], когда выполняются соотношения (14), получаем другие формулы модальных импедансов, при записи которых для их корректной идентификации изменим порядок следования индексов на обратный.

$$Z_{1c} = \frac{Z_0 k'}{n-k}; \quad Z_{1\pi} = \frac{Z_0}{k'} (1/n-k); \quad (22)$$

$$Z_{2c} = \frac{Z_0 k'}{1/n-k}; \quad Z_{2\pi} = \frac{Z_0}{k'} (n-k). \quad (23)$$

В случае симметричных СЛ, когда  $n = 1$ , предполагается  $R_c = 1$ ,  $R_\pi = -1$ , при этом  $Z_{0e} = Z_{c1} = Z_{c2}$  и  $Z_{0o} = Z_{\pi 1} = Z_{\pi 2}$ .

Также важно отметить, что модальные импедансы  $Z_{c1}$ ,  $Z_{\pi 1}$ ,  $Z_{c2}$ ,  $Z_{\pi 2}$  и модальные числа  $R_c$ ,  $R_\pi$  всегда соотносятся следующим образом [6]:

$$-R_c R_\pi = \frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{Z_{\pi 2}}{Z_{\pi 1}}. \quad (24)$$

Далее с использованием матриц модальных напряжений  $\mathbf{U}$  и токов  $\mathbf{J}$ , однозначно определяются матрицы характеристических импедансов (волновых сопротивлений)  $\mathbf{Z}$  и адмитансов (волновых проводимостей)  $\mathbf{Y}$ , которые записываются:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U} \mathbf{J}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix}, \text{ Ом}; \quad (25)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{J} \mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix}, \text{ См}, \quad (26)$$

где  $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{12}$  – собственные и взаимный характеристические импедансы;  $Y_{11}$ ,  $Y_{22}$ ,  $Y_{12}$  – собственные и взаимный характеристические адмитансы связанных линий, при этом  $Z_m = 1/Y_{12}$  – взаимный импеданс. Элементы этих матриц вычисляются по формулам

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{Z_0}{k'} \begin{bmatrix} 1/n & k \\ k & n \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_0 k'} \begin{bmatrix} n & -k \\ -k & 1/n \end{bmatrix}, \quad (28)$$

где  $Z_0$  – характеристический импеданс СЛ, отыскиваемый из следующих соотношений [6]:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{c2} Z_{\pi 1}} = \sqrt{Z_{c1} Z_{\pi 2}} = \sqrt{Z_{12} Z_m}; \quad (29)$$

$$Z_0 = \sqrt{-R_c R_\pi Z_{c1} Z_{\pi 1}} = \sqrt{Z_{c2} Z_{\pi 2} (-R_c R_\pi)^{-1}}. \quad (30)$$

Из (27) можно определить коэффициент импедансной связи  $k$  [5]

$$k = \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{11} Z_{22}}} = \frac{Z_{c1} - Z_{\pi 1}}{Z_{c1} + Z_{\pi 1}} = \frac{Z_{c2} - Z_{\pi 2}}{Z_{c2} + Z_{\pi 2}}, \quad (31)$$

который при однородном диэлектрическом заполнении численно совпадает с коэффициентами индуктивной  $k_L$  и емкостной  $k_C$  связи (7).

Ранее упомянутый характеристический коэффициент  $k'$  можно вычислить по формуле [15]

$$k' = \sqrt{1 - k^2} = \frac{Z_0}{\sqrt{Z_{11}Z_{22}}}, \quad (32)$$

при этом будут полезны следующие соотношения

$$k^2 + k'^2 = \frac{Z_{12}^2 + Z_0^2}{Z_{11}Z_{22}} = 1; \quad (33)$$

$$Z_0 = k' \sqrt{Z_{11}Z_{22}}; \quad Z_{12} = k \sqrt{Z_{11}Z_{22}}. \quad (34)$$

Кроме вышеприведенных зависимостей также представляют интерес формулы для средних модальных импедансов  $Z_c$  и  $Z_\pi$ :

$$Z_c = \sqrt{Z_{11}Z_{22}} + Z_{12} = Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = \sqrt{Z_{c1}Z_{\pi2}} \sqrt{\frac{1+k}{1-k}}; \quad (35)$$

$$Z_\pi = \sqrt{Z_{11}Z_{22}} - Z_{12} = Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} = \sqrt{Z_{c1}Z_{\pi2}} \sqrt{\frac{1-k}{1+k}}, \quad (36)$$

позволяющие дополнительно определить следующие величины:

$$\sqrt{Z_{11}Z_{22}} = (Z_c + Z_\pi)/2; \quad Z_{12} = (Z_c - Z_\pi)/2; \quad (37)$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_c Z_\pi}; \quad \frac{Z_c}{Z_\pi} = \frac{1+k}{1-k}; \quad (38)$$

$$k' = \frac{2\sqrt{Z_c Z_\pi}}{Z_c + Z_\pi}; \quad k = \frac{Z_c - Z_\pi}{Z_c + Z_\pi}. \quad (39)$$

Большинство представленных выше импедансных соотношений для несимметричных связанных линий  $Z_{11} \neq Z_{22}$  можно представить в геометрической форме в виде чертежей, в которых длины отрезков соответствуют числовым значениям искомых параметров (рис. 4).

Из чертежа, показанного на рис. 4, а, видно, что он содержит окружность среднего характеристического импеданса диаметром  $Z_c + Z_\pi = nZ_{11} + Z_{22}/n = 2\sqrt{Z_{11}Z_{22}}$  (штрихпунктирная линия), две полуокружности – верхнюю диаметром  $Z_{c1} + Z_{\pi1}$ , соответствующую первой линии, и нижнюю диаметром  $Z_{c2} + Z_{\pi2}$ , соответствующую второй линии, а также два вписанных в «усреднённую» окружность симметричных относительно горизонтальной оси прямоугольных треугольников с равными гипотенузами  $nZ_{11} = Z_{22}/n$  и катетами  $Z_{12}$ ,  $Z_0$ , соответствующих параметрам линий.

Итак, используя геометрическое представление математических зависимостей для несимметричных СЛ, можно напрямую из чертежей выявить основные импедансные соотношения, записанные выше.



Рис. 4. Геометрическое представление импедансных соотношений в несимметричных связанных линиях  $Z_{11} \neq Z_{22}$  (а); полуокружность среднего импеданса со вписанным треугольником для определения соотношений между параметрами линий и их модальными параметрами (б); две пересекающиеся полуокружности для определения соотношений между модальными и взаимными импедансами (в)

Теперь выполним математическое спектральное разложение матрицы волновых сопротивлений  $\mathbf{Z}$  (25) и запишем его следующим образом:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{V} \begin{bmatrix} Z_c & 0 \\ 0 & Z_\pi \end{bmatrix} \mathbf{V}^{-1}, \quad (40)$$

где  $Z_{(c,\pi)} = \frac{Z_0}{k'} \left[ \frac{n+n^{-1}}{2} \pm D \right]$  – модальные импедансы линий синфазного и противофазного возбуждений соответственно;  $D = \sqrt{\left[ (n-n^{-1})/2 \right]^2 + k^2}$  – расчетный параметр;  $\mathbf{V}$  – матрица, составленная из собственных векторов матрицы  $\mathbf{Z}$ , записывается

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & -\alpha^{-1} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

где  $\alpha = (k'Z_c/Z_0 + 1/n)/k$ .

#### Характеристические нагрузки

Рассмотрев общие параметры линий, перейдем к задаче их характеристического нагружения. Возьмем несимметричные СЛ с однородным диэлектриком, разрежем их поперёк, оставим, к примеру, левый полубесконечный отрезок и, отбросив правый, найдем для него схемы замещения (включая параметры), являющиеся полностью согласованными (неотражающими), т.е. характеристическими. Такие эквивалентные схемы должны быть построены на сосредоточенных резистивных элементах, но ими-

тировать полубесконечные СЛ и быть электрически неотличимы от них [15]. Существует две основные конфигурации искомых схем – П- и Т-образные, показанные на рис. 5, а, б.

Формулы для вычисления значений элементов согласованных нагрузок в виде П- и Т-образных схем, замещающих полубесконечный отрезок СЛ, записываются так, что в индексах важна их последовательность записи. Отсюда значения элементов цепи  $Z_{1c}$ ,  $Z_{1\pi}$ ,  $Z_{2c}$ ,  $Z_{2\pi}$ , которые численно совпадают с конгруэнтными модальными импедансами (22), (23), надо отличать от ранее описанных модальных импедансов  $Z_{c1}$ ,  $Z_{\pi1}$ ,  $Z_{c2}$ ,  $Z_{\pi2}$  (16)–(19), так как это другие величины. Хотя это не относится к взаимным импедансам  $Z_m$  и  $Z_{12}$ , которые идентичны, и элементам схем, и элементам характеристических матриц

$$\begin{aligned} Z_{1c} &= Z_0 k' / (n - k) = 1 / (v C_{01}) ; \\ Z_{2c} &= Z_0 k' / (1/n - k) = 1 / (v C_{02}) ; \\ Z_m &= Z_0 k' / k = 1 / (v C_{12}) ; \end{aligned} \quad (42)$$

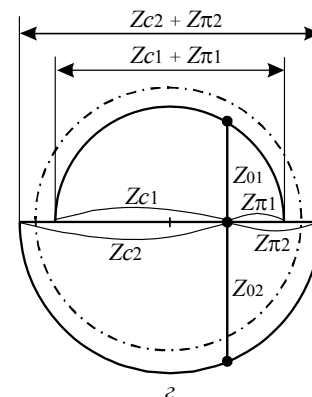
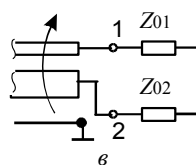
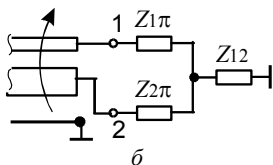
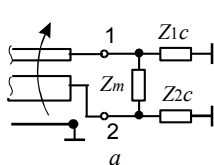


Рис. 5. Несимметричные связанные линии с оконечными согласованными нагрузками в виде П-образной (а) и Т-образной (б) схем, а также двух резисторов (в); геометрическое представление расчётных импедансов (г)

### Схемы включения отрезка связанных линий

Схемы включения отрезка несимметричных связанных линий с однородным диэлектриком позволяют создавать следующие устройства, показанные на рис. 6: трансформирующий направленный ответвитель (НО) со слабой (менее 3 дБ) связью; квадратурный мост в качестве делителя мощности с трансформацией импеданса 1:2; трансформатор импеданса 1:4.

Эти три устройства были проанализированы в частотной области. Их расчетные частотные зависимости модуля  $[s_{ij} = 20 \log(|S_{ij}|)]$ , дБ и фазы  $[\varphi_{ij} = \arg(S_{ij})]$ , град основных коэффициентов  $S_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) матрицы рассеяния **S** показаны на рис. 7.

Электрическая длина отрезка СЛ для всех схем была выбрана одинаковой и составляла  $\theta = 90$  град на частоте  $f = 10$  ГГц. При этом  $\theta = \frac{\omega l}{v} = \frac{360 f \sqrt{\epsilon_r} l}{c}$ , где  $c$  – скорость света в свободном пространстве;  $l$  – геометрическая длина линий.

Основные параметры анализируемых устройств приводятся в табл. 1.

$$\begin{aligned} Z_{1\pi} &= Z_0 (1/n - k) / k' = v L_{01} ; \\ Z_{2\pi} &= Z_0 (n - k) / k' = v L_{02} ; \\ Z_{12} &= Z_0 k / k' = v L_{12} . \end{aligned} \quad (43)$$

Здесь выполняются следующие соотношения между значениями импедансов элементов нагрузок:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{1c} Z_{2\pi}} = \sqrt{Z_{1\pi} Z_{2c}} = \sqrt{Z_{12} Z_m} . \quad (44)$$

Особую важность для практики имеет предельно простая схема замещения в виде пары раздельных нагрузочных резисторов (рис. 5, в), расчётные номиналы которых вычисляются по следующим формулам:

$$Z_{01} = Z_0 / n ; \quad Z_{02} = Z_0 n , \quad (45)$$

отсюда характеристический импеданс и коэффициент трансформации (симметрии) определяются так:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{01} Z_{02}} ; \quad n = \sqrt{Z_{02} / Z_{01}} . \quad (46)$$

Геометрическое представление дополнительных расчетных соотношений (16)–(19) для этой схемы в случае, когда  $n = R_c = -R_\pi$ , дано на рис. 5, г [15].

Таблица 1

### Параметры устройств на отрезке связанных линий

№ п/п	Схема	Основные параметры
1	Трансформирующий НО со слабой связью	$Z_{01} = 75$ Ом; $Z_{02} = 50$ Ом; $Z_1 = 75$ Ом; $Z_2 = 50$ Ом; $C = 10$ дБ; $\theta = 90^\circ$
2	Квадратурный мост с трансформацией импеданса 1:2	$Z_{вх} = 50$ Ом; $Z_0 = 25$ Ом; $Z_1 = 35,4$ Ом; $Z_2 = 17,7$ Ом; $C = 3$ дБ; $\theta = 90^\circ$
3	Трансформатор импеданса 1:4	$Z_{вх} = 50$ Ом; $Z_{вых} = 12,5$ Ом; $Z_1 = 35,4$ Ом; $Z_2 = 17,7$ Ом; $C = 3$ дБ; $\theta = 90^\circ$

По первой схеме трансформирующего противонаправленного ответвителя (см. рис. 6, а), впервые исследованной в [2], можно сделать следующие выводы: при уровне связи 10–14 дБ ответвитель работает в двухоктавной полосе частот 4–16 ГГц (см. рис. 7, а); идеальное согласование наблюдается на всех портах и на всех частотах (поэтому эти характеристики не попадают в поле графика); каждая линия на входе и выходе имеет одинаковые нагрузки, при этом значения нагрузочных резисторов совпадают с характеристическими импедансами линий (первый – 75 Ом, второй – 50 Ом); разностный фа-

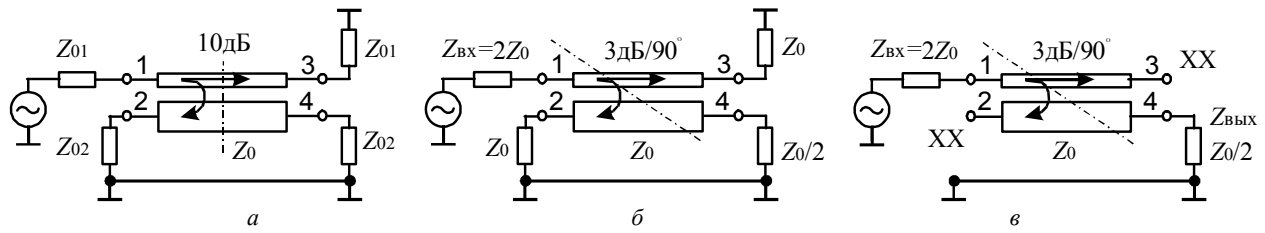


Рис. 6. Схемы включения отрезка несимметричных СЛ: а – трансформирующий направленный ответвитель со слабой связью; б – квадратурный мост-делитель мощности с трансформацией импеданса 1:2; в – трансформатор импеданса 1:4

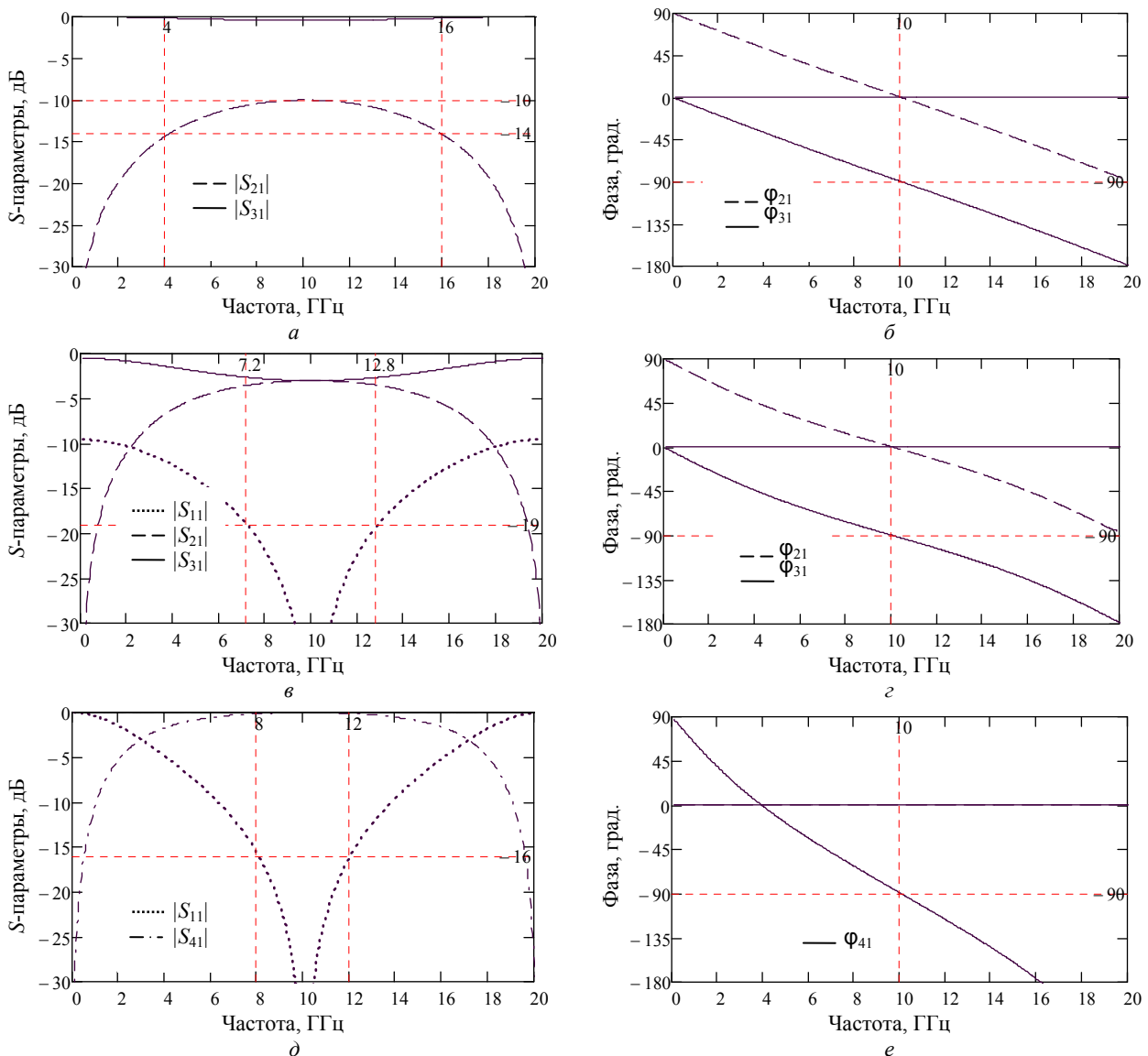


Рис. 7. Частотные характеристики трёх схем включения отрезка несимметричных СЛ:

а, б – модуль и фаза коэффициентов передачи  $S_{31}$  и связи  $S_{21}$  трансформирующего НО со слабой связью 10 дБ; в, г – модуль и фаза коэффициентов передачи  $S_{31}$ , связи  $S_{21}$  и отражения  $S_{11}$  (только модуль) квадратурного моста в качестве делителя мощности с трансформацией импеданса 1:2; д, е – модуль и фаза коэффициентов передачи  $S_{41}$  и отражения  $S_{11}$  (только модуль) схемы трансформатора импеданса 1:4

зовый сдвиг в выходных плечах составляет 90 град на всех частотах (т.е. ответвитель является квадратурным).

Вторая схема (рис. 6, б) – квадратурный мост в качестве делителя мощности с трансформацией импеданса 1:2 – была недавно предложена в [9]. Вход-

ной порт делителя имеет импеданс 50 Ом, второй и третий выходные порты – по 25 Ом, а к четвёртому порту подключена балластная нагрузка 12,5 Ом. Характеристическое сопротивление первой линии – 35,4 Ом, второй – 17,7 Ом. Связь между линиями – 3 дБ (см. рис. 7, б). Отличие от предыдущей схемы

заключается в том, что здесь используется различие импедансов не только первой и второй линий (поперечная трансформация), но и входных и выходных нагрузок (продольная трансформация). С уровнем входного согласования лучше 19 дБ полоса рабочих частот составляет 7,2–12,8 ГГц, т.е. 56%. Разность фаз в выходных портах – 90 град.

И, наконец, третья схема (см. рис 6, в), образуемая из предыдущей тем, что входной порт 50 Ом остаётся прежним, а на бывших ранее выходными 2-м и 3-м портах обеспечивается отражательный режим холостого хода (ХХ), хотя возможен и короткого замыкания (КЗ); при этом выходным становится 4-й порт с импедансом 12,5 Ом. Тем самым обеспечивается трансформация с четырёхкратным понижением импеданса с 50 до 12,5 Ом в полосе частот 40% (8–12 ГГц) при уровне согласования не хуже 16 дБ. На центральной частоте фазовая задержка составляет 90 град.

#### Условия физической реализуемости

Для системы из четырёх параметров, характеризующих несимметричные связанные линии в однородной среде, включающей значения диэлектрической проницаемости и трёх погонных емкостей, условия физической реализуемости формулируются весьма просто: значения всех частичных собственных и взаимных емкостей должны быть больше нуля, т.е.  $(C_{01}, C_{02}, C_{12}) > 0$ ; а значение относительной диэлектрической проницаемости среды должно превышать единицу  $\epsilon_r > 1$  (см. рис. 1).

Ещё одной удобной для расчёта является система, содержащая другие четыре параметра линий: характеристический импеданс  $Z_0$ , коэффициент импедансной связи  $k$ , коэффициент трансформации (симметрии)  $n$  и диэлектрическую проницаемость среды  $\epsilon_r$ . Заметим, что одновременно и произвольно все эти параметры задавать нельзя, поэтому необходимо сформулировать дополнительное условие физической реализуемости несимметричных СЛ. Начнём с характеристического импеданса, который обычно выбирается равным системному импедансу (как правило, 50 Ом). Коэффициент импедансной связи  $k$  можно задать любым в диапазоне  $[0; 1]$ . Но вот коэффициент трансформации (симметрии)  $n$  ограничивается коэффициентом связи (см. рис. 3) и должен удовлетворять следующему условию физической реализуемости (любому из вариантов) [2]:

$$k \leq \min(n^{\pm 1}) \leq 1 \quad \text{или} \quad 1 \leq \max(n^{\pm 1}) \leq 1/k. \quad (47)$$

Отсюда видно, что только в структуре из симметричных связанных линий ( $n = 1$ ) в однородной диэлектрической среде коэффициент импедансной связи  $k$  можно задать произвольно в диапазоне  $[0; 1]$ . При этом величина связи  $k$  определяет максимально допустимый коэффициент межлинейной трансформации  $n$ , т.е. слишком большая связь не позволяет достигать большого коэффициента трансформации. Иначе, если требуется большой коэффициент трансформации (большая асимметрия), то необходимо снижать величину межлинейной связи. Например,

при желаемом коэффициенте трансформации (симметрии), равном  $n = \sqrt{2}$ , т.е. двукратном отношении характеристических импедансов линий, их коэффициент связи согласно (43) не должен превышать  $k = 1/\sqrt{2}$ , т.е.  $C = -20 \log(k) = 3$  дБ. Ещё пример, для достижения 10-кратного отношения межлинейных импедансов связь должна быть слабее  $k = 1/\sqrt{10}$  (10 дБ).

#### Синтез трансформирующего направленного ответвителя

Рассмотрим трансформирующий направленный ответвитель (см. рис. 6, а), построенный на отрезке несимметричных связанных линий с заданным коэффициентом связи  $k$ , однородным диэлектрическим заполнением  $\epsilon_r$  и нагруженный на концах первой и второй линий парами резисторов  $Z_{01}$  и  $Z_{02}$  соответственно. Требуется найти характеристический импеданс  $Z_0$  связанных линий, а также коэффициент трансформации импеданса (симметрии)  $n$ . Решение с использованием (20), (21), (45), (46) и (4) находится весьма просто в следующем виде:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{01} Z_{02}} = \sqrt{Z_1 Z_2}; \quad (48)$$

$$n = \sqrt{Z_{02} / Z_{01}} = \sqrt{Z_2 / Z_1}, \quad (49)$$

где  $Z_1 = \sqrt{L_{11} / C_{11}}$ ;  $Z_2 = \sqrt{L_{22} / C_{22}}$  – собственные импедансы первой и второй линий соответственно. Ещё раз заметим, что данный ответвитель идеально согласован во всех портах и на всех частотах. После проверки условия физической реализуемости (47) задачу можно считать окончательно решенной.

#### Синтез погонных параметров линий

Теперь решим задачу синтеза погонных параметров. Пусть несимметричные связанные линии в однородной диэлектрической среде изначально описываются величинами четырёх модальных параметров:  $Z_0$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $\epsilon_r$ , которые удовлетворяют условию физической реализуемости (47).

На основе данных модальных параметров СЛ синтезируются их погонные параметры (см. рис. 2) – матрицы погонных емкостей  $C$  и индуктивностей  $L$  – по следующим формулам соответственно:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} = \frac{\epsilon_0 \eta_0 \sqrt{\epsilon_r}}{Z_0 k'} \begin{bmatrix} n & -k \\ -k & 1/n \end{bmatrix}; \quad (50)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0 Z_0 \sqrt{\epsilon_r}}{\eta_0 k'} \begin{bmatrix} 1/n & k \\ k & n \end{bmatrix}, \quad (51)$$

где  $k' = \sqrt{1 - k^2}$ ;  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \approx 376,7$  Ом – волновое сопротивление свободного пространства.

После синтеза электрических параметров СЛ осуществляется их конструктивная реализация, что является самостоятельной задачей.

В завершение представим три рассчитанные выше структуры связанных линий с полным списком их электрических параметров, которые сведём в табл. 2. Заметим, что первая структура имеет полосковую конструкцию [2], показанную на рис. 1, а.

Вторая и третья структуры могут быть выполнены с двойным экраном, как показано на рис. 1, б; при этом они имеют одинаковые импедансные параметры, но различающиеся диэлектрические проницаемости среды.

Таблица 2

## Численные значения параметров связанных линий

Группы параметров	Параметры	Значения параметров		
		Рис. 6, а [2]	Рис. 6, б	Рис. 6, в
Погонные	$L_{11}$ , мкГн/м	0,264	0,275	0,368
	$L_{12}$ , мкГн/м	0,068	0,137	0,183
	$L_{22}$ , мкГн/м	0,176	0,139	0,185
	$C_{11}$ , пФ/м	46,8	222	296
	$C_{12}$ , пФ/м	18,1	219	292
Модальные	$C_{22}$ , пФ/м	70,3	440	588
	$C$ , дБ	10	3	
	$Z_0$ , Ом	61,24	25	
	$k$	0,3162	0,70	
	$n$	0,8165	0,71	
Модальные импедансы	$\epsilon_r$	1	2,8	5
	$Z_c$ , Ом	84,9	59,5	
	$Z_{\pi/2}$ , Ом	44,1	10,5	
	$Z_{c1}$ , Ом	104,1	83,8	
	$Z_{c2}$ , Ом	69,4	42,3	
	$Z_{\pi/4}$ , Ом	54,1	14,8	
Импедансы линий	$Z_{\pi/2}$ , Ом	36,0	7,46	
	$Z_1$ , Ом	75	35,2	
	$Z_2$ , Ом	50	17,8	
	$Z_{11}$ , Ом	79,1	49,3	
	$Z_{22}$ , Ом	52,7	24,9	
Нагрузочные резисторы	$Z_{12}$ , Ом	20,4	24,5	
	$Z_{01}$ , Ом	75	50 / 25	50 / XX*
	$Z_{02}$ , Ом	50	25 / 12,5	XX* / 12,5
	$Z_{1c}$ , Ом	116	1785	
	$Z_{2c}$ , Ом	63,9	25,2	
	$Z_m$ , Ом	184	25,5	
	$Z_{1\pi}$ , Ом	58,6	24,8	
	$Z_{2\pi}$ , Ом	32,3	0,35	
	$Z_{12}$ , Ом	20,4	24,5	

\* Режим холостого хода – разомкнутый конец линии.

## Заключение

Представлены различные системы параметров, полностью описывающие несимметричные связанные линии с однородным диэлектрическим заполнением. Подробно рассмотрены три схемы на таких линиях – трансформирующий направленный ответвитель со слабой связью, квадратурный мост-делитель с двукратной трансформацией импеданса и импедансный трансформатор 1:4. Системам параметров СЛ дана геометрическая интерпретация, которая позволила ускорить и сделать наглядными их анализ и синтез.

Приведенные в статье формулы реализованы в новой компьютерной программе AsymH, авторами которой являются студенты ТУСУРа В.А. Бондарь, К.Б.-Б. Дагба, Р.А. Калменов, А.И. Степанюга, а также автор данной статьи.

## Литература

1. Sorocki J. Broadband balun circuits composed of impedance transforming directional couplers and LH transmission-line sections / J. Sorocki, I. Piekarczyk, K. Staszek, P. Kaminski, K. Wincza, S. Gruszczynski // Int. Journal of Information and Electronics Engineering. – 2016. – Vol. 6, No. 3, May. – P. 147–150.
2. Cristall E.G. Coupled transmission-line directional couplers with coupled lines of unequal characteristic impedance // IEEE Trans. – 1966. – Vol. MTT-14, No. 7. – P. 337–346.
3. Фильтры и цепи СВЧ / Пер. с англ. Л.В. Алексеева, А.Е. Знаменского, В.С. Полякова. – М.: Связь, 1976. – 248 с.
4. Справочник по элементам полосковой техники / О.И. Мазепова, В.П. Мещанов, Н.И. Прохорова и др. / под ред. А.Л. Фельдштейна. – М.: Связь, 1979. – 336 с.
5. Mongia R., Bahl I.J., Bhartia P. RF and microwave coupled-line circuits. – Norwood: Artech House, 1999. – 520 p.
6. Tripathi V.K. Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium // IEEE Trans. – 1975. – Vol. MTT-23, No. 9. – P. 734–739.
7. Speciale R. Even- and odd-mode for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media // IEEE Trans. – 1975. – Vol. MTT-23, No. 11. – P. 897–908.
8. Abbasi M., Zirath H., Angelov I. Q-, V-, W-band power amplifiers utilizing coupled transmission lines for impedance matching // IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig. – 2008. – P. 863–866.
9. Wincza K. Asymmetric coupled-line directional couplers as impedance transformers in balanced and  $n$ -way power amplifiers / K. Wincza, S. Gruszczynski // IEEE Trans. – 2011. – Vol. MTT-59, No. 7. – P. 1803–1810.
10. Сычев А.Н. Синтез идеального фазового отношения для ответвителей на связанных линиях по заданному типу направленности / А.Н. Сычев, С.М. Стручков, Н.Ю. Рудый // Доклады ТУСУР. – 2017. – Т. 20, № 2. – С. 15–18.
11. Сычев А.Н. Фазовращатель на основе транснаправленного ответвителя с развязкой по постоянному току ВЧ-тракта и цепи управления / А.Н. Сычев, Н.Ю. Рудый, И.М. Добуш, К.К. Жаров // Труды XIV Междунар. науч.-техн. конф. Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018): в 8 т. – Т. 4. – Новосибирск, 2018. – С. 158–161.
12. Сычев А.Н. Кроссоверы СВЧ на связанных линиях с полной связью // Доклады ТУСУР. – 2017. – Т. 20, № 3. – С. 124–127.
13. Sychev A.N. Analog phase shifter of X-band implemented with novel trans-directional coupled-line coupler / A.N. Sychev, I.M. Dobush, N.Y. Rudyi, S.M. Struchkov // 21 European Microwave Week 2018. – Proc. of the 48-th Eur. Microwave Conf., Madrid, Spain. – Sep. 25–27, 2018. – P. 811–814.
14. Сычев А.Н. Моделирование неодинаковых связанных линий с лицевой связью / А.Н. Сычев, К.К. Жаров // Электронные средства и системы управления: матер. докл. XIV Междунар. науч.-практ. конф. (28–30 нояб. 2018 г.): в 2-х ч. – Ч. 1 – Томск: В-Спектр, 2018. – С. 91–93 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://storage.tusur.ru/files/122116/2018-1.pdf> (дата обращения: 28.01.2019).
15. Сычев А.Н. Параметры несимметричных связанных линий с неоднородным диэлектриком / А.Н. Сычев, Рудый Н.Ю. // Доклады ТУСУР. – 2018. – Т. 21, № 4-1. – С. 7–15. – doi: 10.21293/1818-0442-2018-21-4-1-7-15
16. Триаксиальный кабель [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Триаксиальный\\_кабель](https://ru.wikipedia.org/wiki/Триаксиальный_кабель) (дата обращения: 18.02.2019).



**Сычев Александр Николаевич**

Д-р техн. наук, профессор каф. компьютерных систем  
в управлении проектировании (КСУП)  
Томского государственного ун-та систем управления  
и радиоэлектроники (ТУСУР)  
Ленина пр-т, 40, г. Томск, 634050, Россия  
ORCID 0000-0002-4079-4605  
Тел.: +7 (382-2) 41-47-17  
Эл. почта: ans@main.tusur.ru

Sychev A.N.

**Analysis and synthesis of asymmetric coupled lines in a homogeneous dielectric medium**

Asymmetric coupled lines with homogeneous dielectrics are studied, which are the basis for constructing of a transforming directional coupler with a weak coupling, a quadrature coupler divider with a double impedance transformation, as well as a 1:4 impedance transformer. Structures with weak and strong asymmetry, options for connecting matched loads, as well as conditions of physical implementation are considered. The formulas for calculating of the lines parameters, accompanied by geometric interpretation, are presented. Geometric approach allows us to speed up and make visual analysis and synthesis. For the three test structures, frequency dependencies are given, as well as design parameters, including per-unit-length ones and modal ones. The presented formulas are implemented in the «AsymH» computer program.

**Keywords:** asymmetric coupled lines, homogeneous dielectric, per-unit-length parameters, per-unit-length capacitances, per-unit-length inductances, modal parameters, characteristic impedance, coupling coefficient, symmetry coefficient.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2019-22-1-11-19

**References**

1. Sorocki J., Piekarz I., Staszek K. et. al. Broadband balun circuits composed of impedance transforming directional couplers and LH transmission-line sections, *Int. Journal of Information and Electronics Engineering*, vol. 6, no. 3, May, 2016, pp. 147–150.
2. Cristall E.G. Coupled transmission-line directional couplers with coupled lines of unequal characteristic impedance, *IEEE Trans.*, 1966, vol. MTT-14, no. 7, pp. 337–346.
3. *Microwave filters and circuits*, Ed. A. Matsumoto, New York, London: Academic Press, 1970, 349 p.
4. *Handbook on components of stripline techniques*, Ed. Fel'dstein A.L., M.: Svyaz' Publ., 1979, 336 p. (in Russ.).
5. Mongia R., Bahl I.J., Bhartia P. *RF and microwave coupled-line circuits*, Norwood: Artech House, 1999. 520 p.
6. Tripathi V.K. Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium, *IEEE Trans.*, 1975, vol. MTT-23, no. 9, Sept., pp. 734–739.
7. Speciale R. Even- and odd-mode for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media, *IEEE Trans.*, 1975, vol. MTT-23, no. 11, pp. 897–908.
8. Abbasi M., Zirtah H., Angelov I., «Q-, V-, W-band power amplifiers utilizing coupled lines for impedance matching» in *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, 2008, pp. 863–866.
9. Wincza K., Gruszczynski S. Asymmetric coupled-line directional couplers as impedance transformers in balanced and *n*-way power amplifiers, *IEEE Trans.*, 2011, vol. MTT-59, no. 7, pp. 1803–1810.
10. Sychev A.N., Struchkov S.M., Rudyi N.Yu. Synthesis of an ideal phase ratio for a coupled-line coupler with a given type of directionality, *Proceedings of TUSUR University*, 2017, vol. 20, no. 2, pp. 15–18 (in Russ.).
11. Sychev A.N., Rudyi N.Y., Dobush I.M., Zharov K.K. «A phase shifter based on trans-directional coupler with DC isolation of RF-path and control circuit», in 2018 14<sup>th</sup> *Int. Sci.-Tech. Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering Proc.* (APEIE–2018), in 8 vol., vol. 1, part 3, Novosibirsk, Oct. 2–6, 2018, pp. 380–383.
12. Sychev A.N. Microwave crossovers based on coupled line couplers, *Proceedings of TUSUR University*, 2017, vol. 20, no. 3, pp. 124–127 (in Russ.).
13. Sychev A.N., Dobush I.M., Rudyi N.Y., et. al. Analog phase shifter of X-band implemented with novel trans-directional coupled-line coupler, 21 *European Microwave Week 2018, Proc. of the 48-th Eur. Microwave Conf.*, Madrid, Spain, Sep. 25–27, 2018, pp. 811–814.
14. Sychev A.N., Zharov K.K. Modeling of asymmetric broad-side coupled lines, *Electronic tools and control systems: Proc. of XIV Int. scientific-practical Conf.* (Nov. 28–30, 2018): in 2 part, part 1, Tomsk: V-Spectrum, 2018, pp. 91–93 (in Russ.). [Online] Available at: <https://storage.tusur.ru/files/122116/2018-1.pdf> (accessed: January 28, 2019)
15. Sychev A.N., Rudyi N.Y. Parameters of asymmetric coupled lines with inhomogeneous dielectrics, *Proceedings of TUSUR University*, 2018, vol. 21, no. 4-1, pp. 7–15 (in Russ.).
16. Triaxial cable [Online] Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Triaxial\\_cable](https://en.wikipedia.org/wiki/Triaxial_cable) (accessed: February 18, 2019).

**Aleksandr N. Sychev**

Doctor of Engineering Sciences, Professor,  
Department of Computer Systems, Tomsk State  
University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR)  
40, Lenin pr., Tomsk, 634050, Russia  
ORCID 0000-0002-4079-4605  
Phone: +7 (382-2) 41-47-17  
Email: ans@main.tusur.ru