

УДК 004.315

А.А. Кожевников

## Мультифункциональные арифметические устройства в остаточных классах

Приводится анализ некоторых подходов к формированию простейших вычислительных структур, позволяющих выполнить несколько арифметических операций в системе остаточных классов. Акцент на реализацию алгоритмов цифровой обработки сигналов после соответствующего преобразования в модулярный код инициализирует переход к функционированию устройств на основе дискретных фаз гармоник большой частоты.

**Ключевые слова:** система остаточных классов, арифметические устройства.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-4-59-62

Повышение быстродействия цифровой обработки сигнала (ЦОС) возможно за счет внедрения вычислительных средств на основе системы остаточных классов [1–3] (СОК). В ряде случаев такой подход также позволяет снизить информационную избыточность в узлах спецпроцессоров [4]. Дальнейшее развитие данной идеи ведет к поиску других положительных эффектов при формировании соответствующих вычислительных структур. Базовая арифметика ЦОС в СОК строится на сложении (вычитании) и умножении, и может выполняться в параллельных трактах без обращения значений вычетов друг к другу [5]. Малость величины остатков позволяет реализовать унифицированные устройства с выигрышем в аппаратуре и быстродействии по сравнению с монофункциональными. Целью работы является анализ основных подходов к формированию структур, позволяющих выполнять несколько различных арифметических операций.

### Цифровые устройства

Ряд алгоритмов, лежащих в основе логики синтеза многофункциональных устройств, использует известное выражение для вычисления произведения двух операндов, которое получается из квадратов суммы и разности:

$$a \cdot b = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]. \quad (1)$$

Рассмотрим структуру, представленную в работе [6] (рис. 1, а). Здесь Д1 и Д2 – дешифраторы; Т1–Т4 – табличные вычислители; УК – умножение на константу, Ш – шифратор. Для выполнения модульного действия соотношение (1) принимает вид

$$(\gamma_a \cdot \gamma_b) \bmod m = \left[ \frac{1}{4}(\gamma_a + \gamma_b)^2 \bmod m - \frac{1}{4}(\gamma_a - \gamma_b)^2 \bmod m \right] \bmod m,$$

где  $m$  – модуль операции,  $\gamma_a, \gamma_b$  – операнды-вычеты.

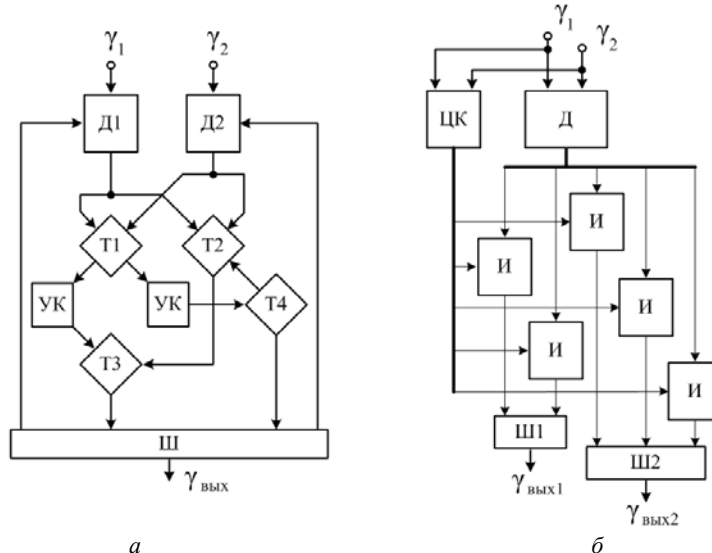


Рис. 1. Обобщенные схемы арифметических устройств: а – [6], б – [7, 8]

С целью уменьшения аппаратных затрат в работе предлагается использовать внутренний модуль  $k \approx \sqrt{m}$ , при этом сумма и разность входящих остатков представляется в виде

$$\begin{aligned} (\gamma_a + \gamma_b) \bmod m &= [k \cdot (\gamma'_a + \gamma'_b) + (\gamma''_a + \gamma''_b)] \bmod m, \\ (\gamma_a - \gamma_b) \bmod m &= [k \cdot (\gamma'_a - \gamma'_b) + (\gamma''_a - \gamma''_b)] \bmod m, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\gamma'_a = [\gamma_a / k]$ ,  $\gamma'_b = [\gamma_b / k]$ ,  $\gamma''_a = \gamma_a \bmod k$ ,  $\gamma''_b = \gamma_b \bmod k$ .

Для выполнения операции сложения (вычитания) дешифраторы Д1 и Д2 преобразуют входные величины к виду  $\gamma'$  и  $\gamma''$ , которые поступают на Т1 и Т2 соответственно. Далее через блоки УК, Т3 и Т4 идет выполнение (2) с восстановлением размерно-



## 2. Умножение

Сумматор фаз «+» и первый блок разности фаз «-» через первый АМ коммутируются на входы фазированных ключей (ФК) соответственно первой и второй группы. Управляемые фазовращатели (УФ) настраиваются в соответствии с таблицами в ПЗУ (Т) для операции умножения на набег фазы  $\frac{2\pi}{m}(\gamma_c)^2 \bmod m$ , где  $\gamma_c \in [0, m-1]$ . Второй АМ подключает выход устройства к второму блоку разности фаз.

Блоки «+» и «-» формируют сумму и разности фаз гармоник входных операндов:

$$S_+ = \sin[\omega t + 2\pi \cdot (\gamma_a + \gamma_b) / m],$$

$$S_- = \sin[\omega t + 2\pi \cdot (\gamma_a - \gamma_b) / m],$$

которые используются в качестве адреса, позволяющих пропустить сигналы от соответствующих УФ. На втором блоке разности фаз происходит окончательная реализация алгоритма, соответствующего выражению (4):

$$S_{\text{вых}} = \sin\left[\omega t + \frac{2\pi}{m} \cdot (\gamma_a \cdot \gamma_b) \bmod m\right].$$

Если рассмотреть данные вычисления на цифрах для  $\gamma_a = 2$ ,  $\gamma_b = 3$  и  $m = 5$ , то получим следующие соотношения:

$$S_+ = \sin[\omega t + 2\pi \cdot (5) / 5] = \sin(\omega t),$$

$$S_- = \sin[\omega t + 2\pi \cdot (-1) / 5] = \sin[\omega t + 2\pi \cdot 4 / 5].$$

Эти сигналы задают адреса для УФ, настроенных на  $0 \cdot 2\pi/5 = 0$  и  $4 \cdot 2\pi/5 = 8\pi/5$ . На выходе формируется:

$$\begin{aligned} S_{\text{вых}} &= \sin\left[\omega t + 0 - 4 \cdot \frac{2\pi}{5}\right] = \sin\left[\omega t + 1 \cdot \frac{2\pi}{5}\right] = \\ &= \sin\left[\omega t + \frac{2\pi}{5} \cdot (2 \cdot 3) \bmod 5\right]. \end{aligned}$$

## 3. Сумма квадратов

Входы операторов  $S_1$  и  $S_2$  через первый АМ коммутируются на ФК соответственно первой и второй группы. Управляемые фазовращатели настраиваются в соответствии с функцией на квадрат и минус квадрат операнда по модулю. Второй АМ подключает выход устройства ко второму блоку разности фаз.

Рассмотрим работу устройства для  $\gamma_a = 2$ ,  $\gamma_b = 3$  и  $m = 5$ . Сигналы входных операндов используются в качестве адреса и позволяют пропустить гармоники от управляемых фазовращателей с фазами  $4 \cdot 2\pi/5$  и  $1 \cdot 2\pi/5$  соответственно. На втором блоке разности фаз происходит вычитание минуса квадрата второго операнда из квадрата первого, формируя конечный результат:

$$\begin{aligned} S_{\text{вых}} &= \sin\left[\omega t + \frac{2\pi}{5} \cdot 4 - \frac{2\pi}{5} \cdot 1\right] = \\ &= \sin\left[\omega t + \frac{2\pi}{5} \cdot 3\right] = \sin\left[\omega t + \frac{2\pi}{5} \cdot (2^2 + 3^2) \bmod 5\right]. \end{aligned}$$

## Заключение

Как видно из представленных примеров многофункциональных устройств, наиболее удобными подходами здесь являются табличный и гибридный,

последний из которых включает в себя предыдущий вариант, логично встроенный в конструкцию на основе алгоритма (1). Эти две основные парадигмы обоснованно занимают свое место как в цифровом формате кодов СОК, так и дискретно-фазированном. Представленные способы опираются на простоту табличной реализации и нюансы симметрии в расположении итоговых вычетов относительно входных операндов. Построение структур на основе выражения (1) позволяет повысить эффективность мультифункциональных устройств.

## Литература

- Ирхин В.П. Табличная реализация цифровых фильтров в модулярной арифметике / В.П. Ирхин, Л.А. Овчаренко // Информационные технологии. – 2005. – №10. – С. 13–20.
- Галанина Н.А. Анализ эффективности синтеза устройств вычислительной техники для непозиционной цифровой обработки сигналов / Н.А. Галанина, Н.Н. Иванова // Кибернетика и программирование. – 2015. – № 3. – С. 1–6.
- Овчаренко Л.А. Реализация цифрового трансверсального фильтра в системе остаточных классов / Л.А. Овчаренко // Радиоэлектроника. – 2002. – №4. – С. 50–57.
- Мельник В.А. Информационная избыточность в узлах непозиционного специализированного телекоммуникационных устройств / В.А. Мельник, Р.В. Кузьменко, В.П. Ирхин // Вестник Воронеж. ин-та МВД России. – 2015. – №2. – С. 149–155.
- Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
- Пат. 2157560 РФ, МПК G06F7/72, G06F7/49. Арифметическое устройство по модулю / В.П. Ирхин и др. – Оpubл. 10.10.2000.
- Ирхин В.П. Расширение функциональных возможностей вычислителей в телекоммуникационных устройствах / В.П. Ирхин, В.А. Мельник, Д.С. Шведов // Вестник Воронеж. ин-та ФСИН России. – 2016. – №1. – С. 21–26.
- Пат. 2624587 РФ, МПК G06F7/49. Устройство для умножения чисел по модулю / В.П. Ирхин и др. – Оpubл. 04.07.2017.
- Кожевников А.А. Методы непозиционного аналого-цифрового преобразования / А.А. Кожевников, К.П. Беспалов // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 6. – С. 125–130.
- Кожевников А.А. Синтез аналого-цифровых, первичных и вторичных модулярных измерительных преобразователей // Наука. Инновации. Технологии. – 2017. – № 1. – С. 17–28.
- Кожевников А.А. Математическое обследование конвейерных АЦП в системе остаточных классов // Вестник БГТУ. – 2017. – № 7. – С. 27–34.
- Кожевников А.А. Арифметические вентили модулярных специпроцессоров // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2018. – №2. – С. 46–51.
- Методы построения устройств аналоговых и полупроводниковых вычислителей / А.А. Кожевников, Д.С. Шведов // Сб. матер. междунар. науч.-практ. межведом. конф. «Техника и безопасность объектов уголовно-исполнительной системы». – Воронеж, 2016. – С. 258–260.
- Пат. 2656992 РФ, МПК G06F 7/72. Арифметическое устройство по модулю m / А.А. Кожевников и др. – Оpubл. 07.05.2018.

15. Пат. 2659866 РФ, МПК G01R 25/00, G01R 29/02, H03K 17/00. Фазированный ключ по модулю  $m$  / А.А. Кожевников и др. – Опубл. 04.07.2018.

#### Кожевников Алексей Александрович

Канд. физ.-мат. наук, доцент каф.  
социально-гуманитарных, естественно-научных  
и общепрофессиональных дисциплин  
Ростовского государственного университета  
путей сообщения (РГУПС), г. Воронеж  
Урицкого ул., д. 75а, г. Воронеж, РФ, 394026  
Тел.: +7-909-211-06-74  
Эл. почта: akozhev@yandex.ru

Kozhevnikov A.A.

#### Multifunctional arithmetic devices in residual classes

The paper presents an analysis of some approaches to the formation of simple computational structures that allow performing several arithmetic operations in the residue number system. The emphasis on the implementation of digital signal processing algorithms after the corresponding conversion to modular code, initializes the transition to the operation of devices based on discrete phases of high frequency harmonics.

**Keywords:** residue number system, arithmetic units.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-4-59-62

#### References

1. Irkhin V.P., Ovcharenko L.A. Table representation of digital pilfers in modular arithmetic. *Information Technology*, 2005, no.10, pp. 13–20 (in Russ.).
2. Galanina N.A., Ivanova N.N. Analysis of the effectiveness of synthesis of computing devices for non-positional digital signal processing. *Cybernetics and programming*, 2015, no. 3, pp. 1–6 (in Russ.).
3. Ovcharenko L.A. Implementation of a digital transversal filter in the system of residual classes. *Radio electronics*, 2002, no. 4, pp. 50–57 (in Russ.).
4. Melnik V.A., Kuzmenko R.V., Irkhin V.P. Information redundancy in the nodes of the nonpositional specialty calculator for telecommunication devices. *The bulletin of Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia*, 2015, no. 2, pp. 149–155 (in Russ.).
5. Akushskii I.Ya., Yuditskii D.I. *Mashinnaya arifmetika v ostatochnih klassah* [Arithmetic of computers in the residue number system]. Moscow, Sov. Radio, 1968, 440 p.
6. Patent RF no. 2157560. Arithmetic device by module / Irkhin V.P. et al., Published October 10, 2000 (in Russ.).
7. Irkhin V. P., Melnik V.A., Shvedov D.S. The expansion functionality of calculators in telecommunication devices. *Proceedings of Voronezh institute of the Russian federal penitentiary service*, 2016, no.1, pp. 21–26 (in Russ.).
8. Patent RF no.2624587. Device for multiplying by module / Irkhin V.P. et al. Published July 4, 2017. (In Russ.).
9. Kozhevnikov A.A., Bespalov K.P. Nonpositional analog-digital conversion methods. *Avtometriya*, 2015, no. 6, pp. 125–130 (in Russ.).
10. Kozhevnikov A.A. The synthesis of analog-to-digital, primary and secondary modular converters. *Science. Innovations. Technologies*, 2017, no. 1, pp. 17–28. (in Russ.).
11. Kozhevnikov A.A. Mathematical investigation of conveyer analog-digital conversions in the system of residual classes. *Bulletin of Bryansk State Technical University*, 2017, no. 7, pp. 27–34/
12. Kozhevnikov A.A. Arithmetic simple devices of modular special processors. *Instruments and Systems: Monitoring, Control, and Diagnostics*, 2018, no. 2, pp. 46–51 (in Russ.).
13. Kozhevnikov A.A., Shvedov D.S. Metody postroeniya ustroystv analogovyh i poluanalogovyh vychisliteley [Methods for building devices of analog and semi-analog computers]. *Sbornik materialov Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy mezhvedomstvennoy konferentsii Tekhnika i bezopasnost' ob"ektov ugolovno-ispolnitel'noj sistemy* [Materials of the International Scientific and Practical Interdepartmental Conference *Technique and safety of objects of the penitentiary system*]. Voronezh, 2016, pp. 258–260.
14. Patent RF no.2656992. Arithmetic device by  $m$  module / Kozhevnikov A.A. et al. Published May 7, 2018 (in Russ.).
15. Patent RF no.2659866. Phased key modulo  $m$  / Kozhevnikov A.A. et al. Published July 4, 2018 (in Russ.).

#### Alexey A. Kozhevnikov

Associate professor of the  
Department Social, Human, Natural Sciences  
and General Professional Disciplines,  
Rostov State Transport University, Voronezh city  
75a, Uritskogo st., Voronezh, Russia, 394026  
Phone: +7-909-211-06-74  
Email: akozhev@yandex.ru