

УДК 537.876.22

В.В. Фисанов

Волновые параметры изотропной киральной среды с потерями

Рассматриваются плоские электромагнитные волны в изотропной поглощающей киральной среде (киральном метаматериале). Применяется система материальных уравнений Теллегена с комплексными значениями диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и параметра киральности. Проводится различие между прямыми и обратными эванесцентными нормальными волнами левой и правой круговых поляризаций посредством введения специального параметра – идентификатора типа волны. Представлены аналитические выражения для действительных и мнимых частей волновых чисел и волнового сопротивления однородных нормальных волн.

Ключевые слова: изотропная киральная среда, метаматериал, диссипативные потери, комплексные материальные параметры, прямые нормальные волны, обратные нормальные волны, идентификатор типа волны, волновое число, волновое сопротивление.

doi: 10.21293/1818-0442-2018-21-4-7-10

Термин «киральная среда» в прикладной электродинамике появился в последней четверти XX столетия [1] и вскоре получил широкую известность в связи с проблемой создания радиопоглощающих материалов с улучшенными свойствами [2–4]. Киральная среда первоначально определялась как композитная электромагнитная среда СВЧ-диапазона, состоящая из макроскопических киральных объектов (например, проволочных спиралей), беспорядочно распределенных во вмещающем дизелектрике. Впоследствии интерес исследователей распространился на терагерцовые и оптические киральные метаматериалы с преимущественно периодическим пространственным распределением включений – киральных метаатомов.

Распространение электромагнитных волн в киральных материалах, как и в естественных оптически активных средах, изучается в рамках концепции сплошной среды с эффективными значениями материальных параметров. Киральная среда характеризуется не только диэлектрической и магнитной проницаемостями, но и дополнительным параметром киральности. Соотношения связи между материальными и волновыми параметрами нормальных волн в среде являются основополагающими при рассмотрении различных задач прикладной электродинамики. В прозрачных изотропных метакиральных средах существуют прямые и обратные нормальные волны двух круговых поляризаций, отличающиеся противоположными направлениями распространения фазового фронта при едином направлении потока энергии. Для их разграничения был введен дополнительный параметр – идентификатор типа волны [5].

Применительно к реальным поглощающим киральным средам, обладающим также явлением кругового дихроизма, характеристики нормальных волн изучены недостаточно. Хотя в поглощающей среде все три материальных параметра являются комплексными величинами, мнимую часть параметра киральности порой игнорируют. Более того, отсутствует соглашение относительно знака мнимой час-

ти параметра киральности. Её принимают положительной [6–8], но допускаются и отрицательные значения [9, 10].

В данном сообщении, как и в [5], для описания киральной среды используются материальные уравнения Теллегена, наиболее часто применяемые в случае киральных метаматериалов. Волновые числа нормальных волн в этом случае являются суммарной и разностной комбинациями волнового числа в некиральной среде и линейной киральной добавки. Это обстоятельство позволяет использовать при аналитическом продолжении в область комплексных значений волновых параметров результаты статьи [11].

Симметричные материальные уравнения для изотропной киральной среды в EH -представлении имеют вид

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} - g \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + g \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

где применены обозначения: \mathbf{E} , \mathbf{H} – напряжённости электрического и магнитного полей; \mathbf{D} , \mathbf{B} – их индукции; ϵ – диэлектрическая проницаемость; μ – магнитная проницаемость; g – коэффициент гирации среды, пропорциональный плотности киральных «метаатомов» [12, 13]. Для монохроматического поля с круговой частотой ω и временным фактором $\exp(-i\omega t)$ система материальных уравнений (1) преобразуется к виду

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + i\kappa \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - i\kappa \mathbf{E} \quad (2)$$

(известному как формализм Теллегена), где теперь $\kappa = \omega g$ – параметр киральности. (Иногда пользуются безразмерным параметром киральности $\tilde{\kappa} = c\kappa$, где c – скорость света в пустоте.) В прозрачной среде все материальные параметры являются действительными числами. Идеальные среды с общими значениями проницаемостей, отличающиеся только по знаку параметра киральности κ , образуют пары зеркальных энантиомеров. Обычно принимают, что $\kappa > 0$ в прозрачных средах и $\text{Re}(\kappa) = \kappa_r > 0$ в поглощающих средах. Кроме того, при выбранном варианте временной зависимости мнимые части эффек-

тивных проницаемостей будут положительными: $\text{Im}(\epsilon)=\epsilon_1 > 0$, $\text{Im}(\mu)=\mu_1 > 0$. С учётом (2) из вихревых уравнений Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega(\mu\mathbf{H} - i\kappa\mathbf{E}), \quad \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega(\epsilon\mathbf{E} + i\kappa\mathbf{H}) \quad (3)$$

следуют также дивергентные соотношения $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ и $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ при условии, что $\epsilon\mu - \kappa^2 \neq 0$.

Для плоской однородной волны с пространственным фактором $\exp(i\gamma \cdot \mathbf{r})$, где γ – волновой вектор, \mathbf{r} – радиус-вектор, $i = \sqrt{-1}$, дифференциальные уравнения (3) переходят в линейные алгебраические уравнения для векторных амплитуд

$$\gamma \times \mathbf{E} = \omega(\mu\mathbf{H} - i\kappa\mathbf{E}), \quad \gamma \times \mathbf{H} = -\omega(\epsilon\mathbf{E} + i\kappa\mathbf{H}), \quad (4)$$

а также $\gamma \cdot \mathbf{E} = 0$ и $\gamma \cdot \mathbf{H} = 0$. Векторное умножение уравнений (4) на вектор γ с последующим вычислением двойных векторных произведений приводит к системе линейных уравнений:

$$\begin{cases} \left[\gamma^2 - \omega^2(\epsilon\mu + \kappa^2) \right] \mathbf{E} + i2\omega^2\mu\kappa\mathbf{H} = 0, \\ i2\omega^2\epsilon\kappa\mathbf{E} + \left[\gamma^2 - \omega^2(\epsilon\mu + \kappa^2) \right] \mathbf{H} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

из условия существования нетривиального решения которой выводится дисперсионное соотношение

$$\left[\gamma^2 - \omega^2(\epsilon\mu + \kappa^2) \right]^2 - 4\omega^4\epsilon\mu\kappa^2 = 0 \quad (6)$$

относительно волновых чисел $\gamma = \gamma_1$ и $\gamma = \gamma_2$, которыми характеризуются две нормальные волны однородной киральной среды. Волновые числа и волновые векторы соотносятся как $\gamma_{1,2} = \gamma_{1,2}\hat{\gamma}$, где $\hat{\gamma}$ – единичный вектор направления распространения волнового фазового фронта. В прозрачной среде волновые числа $\gamma_{1,2} = |\gamma_{1,2}|$ являются положительными величинами. При наличии поглощения рассматриваем однородные эванесцентные нормальные волны; действительная $\text{Re}(\gamma)$ и мнимая $\text{Im}(\gamma)$ части волнового вектора такой волны являются параллельными направляющему орту $\hat{\gamma}$, а $\text{Re}(\gamma) = \gamma_r > 0$. По этой причине следует принимать во внимание только два корня биквадратного уравнения (6), которое приводится к виду

$$(\gamma^2 - \tilde{\gamma}_1^2)(\gamma^2 - \tilde{\gamma}_2^2) = 0,$$

где $\tilde{\gamma}_{1,2} = k \pm \omega\kappa$, $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$. Среди нулей этого уравнения, отвечающих двум парам встречных нормальных волн, в качестве волновых чисел выбираются два значения

$$\gamma_j = \tilde{\gamma}_j \text{sgn}(\text{Re}\tilde{\gamma}_j) = |\text{Re}\tilde{\gamma}_j| + i|\text{Im}(\tilde{\gamma}_j)|\text{sgn}(\text{Re}\tilde{\gamma}_j), \quad (7)$$

(индекс $j=1$ или 2), $\text{sgn}(\cdot)$ – знаковая функция.

Волновое число некиральной среды $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ является предельным значением для чисел γ_1 и γ_2 , равно как и волновой вектор $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{k}} = k\hat{\gamma}$ является предельным для векторов γ_1 и γ_2 , если параметр ки-

ральности κ приравнять нулю, причём $\text{Re } k \geq 0$, а $\text{Im } k > 0$ (для прямых волн) или $\text{Im } k < 0$ (для обратных волн).

Волновые числа (7) относятся к двум циркулярно поляризованным нормальным волнам киральной среды. Разложение полного электромагнитного поля на эти волновые поля (называемые полями Бельтрами) производится согласно линейной декомпозиции Борена [14]. Она первоначально была применена в сочетании с материальными уравнениями Друде – Борна – Фёдорова, но является универсально пригодной для описания киральных и простых изотропных сред:

$$\mathbf{E} = \mathbf{Q}_1 - i\eta\mathbf{Q}_2, \quad \mathbf{H} = \mathbf{Q}_2 - i\zeta\mathbf{Q}_1, \quad (8)$$

где комплексные амплитуды \mathbf{Q}_1 и \mathbf{Q}_2 относятся к полям левой и, соответственно, правой круговой поляризации, а параметр $\eta = \zeta^{-1}$ является волновым сопротивлением. В однородной и безграничной среде поля Бельтрами не связаны между собой. Первое поле \mathbf{Q}_1 представляет собой электромагнитное поле с векторами $\mathbf{E}_1 = \mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{H}_1 = -i\zeta\mathbf{Q}_1$, второе поле \mathbf{Q}_2 – электромагнитное поле с векторами $\mathbf{E}_2 = -i\eta\mathbf{Q}_2$ и $\mathbf{H}_2 = \mathbf{Q}_2$. Подстановка (8) в (3) приводит к дифференциальным уравнениям Бельтрами, в которых вектор поля пропорционален своему ротору, а подстановка непосредственно в (4) – к двум векторным уравнениям

$$\gamma_1 \times \mathbf{Q}_1 + i\gamma_1 \mathbf{Q}_1 = 0, \quad \gamma_2 \times \mathbf{Q}_2 - i\gamma_2 \mathbf{Q}_2 = 0. \quad (9)$$

Первое уравнение в (9) приводится к простейшему виду

$$\hat{\gamma} \times \mathbf{Q}_1 + i\mathbf{Q}_1 = 0 \quad (10)$$

с направлением вращения плоскости поляризации по левому винту относительно положительной нормали к фазовому фронту $\hat{\gamma}$. Направление вектора фазовой скорости волны в киральной среде может, однако, оказаться противоположным направлению потока энергии. Второе уравнение принимает вид

$$\hat{\gamma} \times \mathbf{Q}_2 - i\mathbf{Q}_2 = 0, \quad (11)$$

согласно которому направление вращения происходит по правому винту, т.е. противоположно направлению для поля \mathbf{Q}_1 . При переходе от (3) или (4) к (9) выявляются альтернативные соотношения для волнового числа в некиральной среде

$$k = \omega\epsilon\eta = \omega\mu\zeta. \quad (12)$$

Из (12) следует, что волновое сопротивление подчиняется уравнению $\eta^2 = \mu/\epsilon$, т.е. не содержит параметра киральности κ .

Рассчитаем средний за период вектор Пойнтинга $\mathbf{S}_1 = S_1 \hat{\mathbf{s}}_1$ для поля с амплитудой \mathbf{Q}_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^*) = \frac{1}{2} \text{Re}[\zeta^* \mathbf{Q}_1 \times (\hat{\gamma} \times \mathbf{Q}_1^*)] = \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_1|^2 \text{Re} \zeta \hat{\gamma} = \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_1|^2 (\hat{\gamma} \cdot \hat{\mathbf{s}}_1) \text{Re} \zeta \hat{\mathbf{s}}_1. \end{aligned} \quad (13)$$

(Знак «*» обозначает операцию комплексного со-пряжения.) Из (13) следует, что

$$S_1 = \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_1|^2 \hat{\gamma} \cdot \hat{s}_1 \operatorname{Re}(\zeta) > 0, \quad (14)$$

где присутствует скалярное произведение ортов волнового вектора и вектора Пойнтинга $a_1 = \hat{\gamma} \cdot \hat{s}_1$, которое является идентификатором типа нормальной волны. Действительно, идентификатор принимает одно из двух возможных значений: $a_1 = +1$, если нормальная волна является прямой волной, и $a_1 = -1$, если она является обратной волной. Аналогично для среднего вектора Пойнтинга $\mathbf{S}_2 = S_2 \hat{s}_2$ поля Бельтрами \mathbf{Q}_2 имеем

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_2^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\eta \mathbf{Q}_2^* \times (\hat{\gamma} \times \mathbf{Q}_2)] = \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_2|^2 \operatorname{Re} \eta \hat{\gamma} = \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_2|^2 (\hat{\gamma} \cdot \hat{s}_2) \operatorname{Re} \eta \hat{s}_2, \end{aligned} \quad (15)$$

откуда

$$S_2 = \frac{1}{2} |\mathbf{Q}_2|^2 \hat{\gamma} \cdot \hat{s}_2 \operatorname{Re}(\eta) > 0, \quad (16)$$

где $a_2 = \hat{\gamma} \cdot \hat{s}_2$. Из (14) и (16) следует, что

$$a_1 = \operatorname{sgn}(\operatorname{Re} \zeta) = a_2 = \operatorname{sgn}(\operatorname{Re} \eta) = a, \quad (17)$$

где $a = \hat{k} \cdot \hat{s}$ есть идентификатор типа волны в некиральной среде с ортом потока энергии \hat{s} . Формула (17) позволяет конкретизировать аналитическую структуру волнового сопротивления, а именно, следует положить

$$\eta = a \eta_r + i \eta_i, \quad (18)$$

где $\eta_r > 0$, подчеркнув, что (18) будет справедливо как для некиральных, так и для киральных изотропных сред с потерями.

Волновое число k в поглощающей среде, имея в виду принцип предельного поглощения, должно быть представлено обобщённо в виде

$$k = k_r + i a k_i, \quad (19)$$

где $k_r > 0$ и $k_i > 0$. Представления (18) и (19) согласуются с формулами $k\eta = \omega\mu$ и $k\zeta = \omega\varepsilon$, которые следуют из (12) и обеспечивают прямую связь волновых параметров с проницаемостями среды. В пределе нулевых потерь они дают правильное значение идентификатора

$$a = \operatorname{sgn}(\varepsilon) = \operatorname{sgn}(\mu), \quad (20)$$

так как в «дважды отрицательных» средах распространяются только обратные нормальные волны. В поглощающей среде, как показано в [11, 15], этот идентификатор определяется по формуле

$$a = \operatorname{sgn}\left(\frac{\varepsilon_r + \mu_r}{|\varepsilon| + |\mu|}\right). \quad (21)$$

Её можно преобразовать к виду

$$a = \operatorname{sgn}\left(\cos \frac{\arg \varepsilon + \arg \mu}{2}\right), \quad (22)$$

где аргументы комплексных проницаемостей не выходят за пределы промежутка $[0, \pi]$.

По аналогии с (19) волновое число γ_1 представим как

$$\gamma_1 = \gamma_{1r} + i b_1 \gamma_{1i}, \quad (23)$$

где b_1 – идентификатор типа волны в киральной среде с волновым числом γ_1 , $\gamma_{1r} > 0$, $\gamma_{1i} > 0$. Сопоставляя (7) и (23), получаем

$$\operatorname{Im}(\gamma_1) = b_1 \gamma_{1i} = \operatorname{Im}(\tilde{\gamma}_1) \operatorname{sgn}(\operatorname{Re} \tilde{\gamma}_1), \quad (24)$$

откуда сразу следует

$$b_1 = \operatorname{sgn}[(k_r + \omega \kappa_r)(a k_i + \omega \kappa_i)], \quad (25)$$

$$\gamma_{1i} = |a k_i + \omega \kappa_i|. \quad (26)$$

Как видно из (25), собственно киральные потери способны изменить тип нормальной эванесцентной волны: обратная волна (в некиральной среде) переходит в прямую волну при условии, что $k_i < \omega \kappa_i$. Однако если в некиральной среде распространяется прямая волна, то усиление потерь за счёт добавления киральности (при $\kappa_i > 0$) не приводит к изменению типа волны.

Волновое число γ_2 представим как

$$\gamma_2 = \gamma_{2r} + i b_2 \gamma_{2i}, \quad (27)$$

где $\gamma_{2r} > 0$, $\gamma_{2i} > 0$ и b_2 является идентификатором типа волны с волновым числом γ_2 . Из (7) для γ_2 в развернутом виде имеем:

$$\gamma_2 = |k_r - \omega \kappa_r| + i (a k_i - \omega \kappa_i) \operatorname{sgn}(k_r - \omega \kappa_r). \quad (28)$$

Из сопоставления (27) и (28) находим

$$b_2 = \operatorname{sgn}[(k_r - \omega \kappa_r)(a k_i - \omega \kappa_i)]. \quad (29)$$

Налицо присутствует достаточно сложная зависимость идентификатора b_2 от параметров среды. Если в некиральной среде нормальная волна является обратной (идентификатор $a = -1$), то она переходит в прямую волну в киральной среде с $\kappa_i > 0$, как только наступит неравенство $\omega \kappa_r > k_r$. Если же волна в некиральной среде была прямой, то тип волны сохраняется, только если одновременно $\omega \kappa_r > k_r$ и $\omega \kappa_i > k_i$ или $\omega \kappa_r < k_r$ и $\omega \kappa_i < k_i$.

Таким образом, тип нормальных волн в киральной поглощающей среде Теллегена довольно сложным образом зависит от соотношения действительных и мнимых частей материальных параметров. Он выявляется посредством вычисления специально введённых дополнительных параметров – идентификаторов типа волны.

Литература

1. Jaggard D.L. On electromagnetic waves in chiral media / D.L. Jaggard, A.R. Mickelson, C.H. Papas // Applied Physics. – 1979. – Vol. 18, No. 2. – P. 211–216.
2. Cloete J.H. The role of chirality and resonance in synthetic microwave absorbers / J.H. Cloete, M. Bingle, D.B. Davidson // AEÜ – International Journal of Electronics and Communications. – 2001. – Vol. 55, No. 4. – P. 233–239.
3. Microwave absorption characteristics of chiral materials with Fe₃O₄-polyaniline composite matrix / G.C. Sun, K.L. Yao, H.X. Liao, Z.C. Niu, Z.L. Liu // International Journal of Electronics. – 2000. – Vol. 87, No. 6. – P. 735–740.

4. Лагарьков А.Н. Радиопоглощающие материалы на основе метаматериалов / А.Н. Лагарьков, В.Н. Кисель, В.П. Семененко // Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. 57, № 10. – С. 1119–1127.
5. Фисанов В.В. Электромагнитные волны в изотропной метакиральной среде // Доклады ТУСУР. – 2015. – № 1 (35). – С. 5–8.
6. Jaggard D.L. ChiroSorbTM as an invisible medium / D.L. Jaggard, N. Engheta // Electronics Letters. – 1989. – Vol. 25, No. 3. – P. 173–174.
7. Ge F. Reflection characteristics of chiral microwave absorbing coatings / F. Ge, L. Chen, J. Zhu // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1996. – Vol. 17, No. 1. – P. 255–268.
8. Ruotanen L.H. Experimental verification of physical conditions restricting chiral material parameters / L.H. Ruotanen, A. Hujanen // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. – 1997. – Vol. 11, No. 1. – P. 21–35.
9. Liao S.B. Reflectance of a chiral plate absorber / S.B. Liao, G.J. Yin // Applied Physics Letters. – 1993. – Vol. 62, No. 20. – P. 2480–2482.
10. Sihvola A. Condition for chiral material parameters revisited // Microwave and Optical Technology Letters. – 2001. – Vol. 31, No. 6. – P. 423–426.
11. Фисанов В.В. Прямые и обратные плоские волны в обобщённой изотропной среде // Известия вузов. Физика. – 2014. – Т. 57, № 10. – С. 36–40.
12. Silverman M.P. Reflection and refraction at the surface of a chiral medium: comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation // Journal of the Optical Society of America. A. – 1986. – Vol. 3, No. 6. – P. 830–837.
13. Silverman M.P. Waves and grains: reflections on light and learning. – Princeton: Princeton University Press, 1998. – 411 p.
14. Bohren C.F. Light scattering by an optically active sphere // Chemical Physics Letters. – 1974. – Vol. 21, No. 3. – P. 458–462.
15. Фисанов В.В. Показатель преломления и волновое сопротивление однородных плоских волн в изотропных средах с потерями и усилением // Известия вузов. Физика. – 2017. – Т. 60, № 5. – С. 47–51.

Фисанов Василий Васильевич

Д-р физ.-мат. наук, профессор, вед. науч. сотр. СФТИ при НИ ТГУ, профессор каф. радиофизики Национального исследовательского Томского государственного ун-та (НИ ТГУ) Ленина пр-т, д. 34, г. Томск, Россия, 634050 Тел.: +7 (382-2) 41-20-78 Эл. почта: fisanov@mail.tsu.ru

Fisanov V.V.

Wave parameters of an isotropic chiral medium with losses

Plane electromagnetic waves in an isotropic absorbing chiral medium (chiral metamaterial) are considered. The Tellegen's system of constitutive relations with complex values of dielectric permittivity, magnetic permeability and chirality parameter is applied. A distinction is made between the forward and backward evanescent normal waves of left and right circular polarizations by introducing a special parameter – a wave type identifier. Analytical expressions for real and imaginary parts of wave numbers and wave impedance of homogeneous normal waves are presented.

Keywords: isotropic chiral medium, metamaterial, dissipative losses, complex material parameters, forward normal waves, backward normal waves, wave type identifier, wave number, wave impedance.

doi: 10.21293/1818-0442-2018-21-4-7-10

References

1. Jaggard D.L., Mickelson A.R., Papas C.H. On electromagnetic waves in chiral media. *Applied Physics*, 1979, vol. 18, no. 2, pp. 211–216.
2. Cloete J.H., Bingle M., Davidson D.B. The role of chirality and resonance in synthetic microwave absorbers. *AEÜ – International Journal of Electronics and Communications*, 2001, vol. 55, no. 4, pp. 233–239.
3. Sun G.C., Yao K.L., Liao H.X., Niu Z.C., Liu Z.L. Microwave absorption characteristics of chiral materials with Fe₃O₄-polyaniline composite matrix. *International Journal of Electronics*, 2000, vol. 87, no. 6, pp. 735–740.
4. Lagar'kov A.N., Kisel' V.N., Semenenko V.N. Radar absorbers based on metamaterials. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2012, vol. 57, no. 10, pp. 1122–1129.
5. Fisanov V.V. Electromagnetic waves in an isotropic metachiral medium. *Proceedings of TUSUR University*, 2015, no. 1 (35), pp. 5–8 (in Russ.).
6. Jaggard D.L., Engheta N. ChiroSorbTM as an invisible medium. *Electronics Letters*, 1989, vol. 25, no. 3, pp. 173–174.
7. Ge F., Chen L., Zhu J. Reflection characteristics of chiral microwave absorbing coatings. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 1996, vol. 17, no. 1, pp. 255–268.
8. Ruotanen L.H., Hujanen A. Experimental verification of physical conditions restricting chiral material parameters. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 1997, vol. 11, no. 1, pp. 21–35.
9. Liao S.B., Yin G.L. Reflectance of a chiral plate absorber. *Applied Physics Letters*, 1993, vol. 62, no. 20, pp. 2480–2482.
10. Sihvola A. Condition for chiral material parameters revisited. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2001, vol. 31, no. 6, pp. 423–426.
11. Fisanov V.V. Forward and backward plane waves in a generalized isotropic medium. *Russian Physics Journal*, 2015, vol. 57, no. 10, pp. 1336–1341.
12. Silverman M.P. Reflection and refraction at the surface of a chiral medium: comparison of gyrotropic constitutive relations invariant or noninvariant under a duality transformation. *Journal of the Optical Society of America. A*, 1986, vol. 3, no. 6, pp. 830–837.
13. Silverman M.P. *Waves and grains: reflections on light and learning*. Princeton, Princeton University Press, 1998. 411 p.
14. Bohren C.F. Light scattering by an optically active sphere. *Chemical Physics Letters*, 1974, vol. 21, no. 3, pp. 458–462.
15. Fisanov V.V. Refractive index and wave resistance of homogeneous plane waves in isotropic media with losses and gain. *Russian Physics Journal*, 2017, vol. 60, no. 5, pp. 797–802.

Vasilii V. Fisanov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Radiophysics, National Research Tomsk State University (TSU) 36, Lenin av., Tomsk, Russia, 634050 Phone: +7 (382-2) 41-20-78 Email: fisanov@mail.tsu.ru