

УДК 534.1:621.313

М.В. Поляков, А.А. Липовцев, П.А. Алексанов

## Математическая модель гибкого несимметричного ротора электродвигателя-маховика с активным магнитным подвесом

Предложена математическая модель ротора электродвигателя-маховика с активным магнитным подвесом, используемого в качестве исполнительного органа системы ориентации и стабилизации космического аппарата. Модель позволяет определять критические скорости и амплитуды колебаний ротора с учетом форм его собственных колебаний. Ротор рассматривается как двухмассовая система, состоящая из вала и обода, активные магнитные подшипники моделируются линейными упругими элементами. Уравнения движения ротора получены решением уравнения Лагранжа. Верификация модели проводилась сравнением расчетных диаграмм Кэмпбелла с результатами конечно-элементного модального анализа в среде ANSYS.

**Ключевые слова:** электромагнитный подшипник, критическая скорость, диаграмма Кэмпбелла, электродвигатель-маховик.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-3-115-120

### Микровибрации в космических аппаратах

Постоянное усложнение задач, решаемых современными космическими аппаратами (КА), требует повышения эксплуатационных характеристик их систем ориентации и стабилизации, в первую очередь точности и, что не менее важно, стабильности ориентации целевой аппаратуры в пространстве. Данные параметры являются ключевыми для прецизионных оптических и астрофизических приборов, используемых на спутниках дистанционного зондирования Земли, в орбитальных обсерваториях и телескопах, предназначенных для исследования межзвездного пространства. Нормальное функционирование таких изделий требует, чтобы стабильность их положения, обеспечиваемая системой ориентации, значительно превосходила их разрешающую способность.

Необходимость повышения точности и стабильности ориентации КА приводит к тому, что в настоящее время все больше внимания уделяется проблеме микровибраций и возмущающих силовых воздействий [1–8]. Основным источником вибровозмущений на КА является бортовое электромеханическое оборудование: приводы поворота антенн, солнечных батарей и др. Также весомый вклад вносят электродвигатели-маховики (ЭДМ) и силовые гироскопы системы ориентации и стабилизации, поскольку они функционируют практически постоянно в течение всего срока активного существования КА [3–5]. Микровибрации, генерируемые функционирующим бортовым оборудованием, распространяются по несущей конструкции КА и нарушают работу прецизионной аппаратуры. При этом бортовые вибрации КА лежат преимущественно в диапазоне  $1\text{--}10^3$  Гц, поэтому не могут отрабатываться с помощью самой системы ориентации, поскольку ее полоса пропускания обычно составляет менее 1 Гц [4, 5]. Одним из примеров негативного влияния микровибраций является искажение фотоснимков [3] поверхности Земли (рис. 1).

Существуют основные способы снижения влияния вибровозмущений на характеристики прецизионных бортовых изделий.



Рис. 1. Искажение фотоснимка вследствие воздействия микровибраций [3]

Во-первых, проектирование КА таким образом, чтобы модуль полезной нагрузки был в меньшей степени подвержен влиянию микровибраций, в том числе механически изолирован от несущей конструкции КА [3, 9, 10]. Примером является геостационарный метеоспутник GOES-R (США), в котором полезная нагрузка размещалась на специальной платформе, изолированной от остального аппарата с помощью шести виброизоляторов D-strut компании Honeywell, обеспечивающих подавление вибраций на частотах более 5 Гц.

Во-вторых, применение специальных алгоритмов постобработки информации, получаемой с чувствительных приборов [3]. Это позволяет в некоторой степени уменьшить влияние микровибраций, однако алгоритмы постобработки здесь достаточно сложны, а их эффективность ограничена.

В-третьих, снижение уровней вибраций, генерируемых функционирующим оборудованием, в том числе и его виброизоляция от корпуса КА [11, 12].

Причинами возмущающих воздействий ЭДМ как одного из основных источников микровибраций на борту КА являются [4, 13]:

- подшипниковые вибрации, характеризующиеся отклонениями геометрической формы и размеров подшипников от идеальных, а также зазорами в подшипниковом узле;

– остаточная неуравновешенность ротора, определяемая точностью его балансировки.

Кроме того, имеются пульсации управляющего момента ЭДМ, обусловленные пульсациями электромагнитного момента электродвигателя и момента сопротивления подшипников, которые также являются источниками микровибраций [4].

Таким образом, генерирование вибровозмущений ЭДМ преимущественно связано с шариковыми подшипниками. Следовательно, один из возможных путей уменьшения такого воздействия – их замена на бесконтактные опоры, наиболее предпочтительным вариантом которых является активный магнитный подвес (АМП) ротора [14, 15]. АМП представляет собой мехатронную систему, состоящую из объекта регулирования (ротора), исполнительных устройств (электромагнитных подшипников), датчиков обратной связи и системы управления. Эффективное снижение возмущающих воздействий требует, помимо прочего, разработки математической модели объекта управления – ротора, учитывающей формы его собственных колебаний, поскольку они определяют критические частоты вращения и амплитуды вынужденных колебаний в зазоре [16–18].

#### Математическая модель ротора ЭДМ

Ротор ЭДМ состоит из маховика, на котором установлены вращающиеся элементы электродвигателя и АМП. Для обеспечения оптимальных массогабаритных характеристик ротора (максимального осевого момента инерции  $J_0$  при минимально возможной массе  $M$ ) маховик выполняется в виде массивного обода, который соединен с валом достаточно тонкой диафрагмой. Результаты модального анализа ротора ЭДМ для случая абсолютно жестких опор показывают, что его первая собственная частота обычно связана с угловыми колебаниями обода и диафрагмы вокруг поперечной оси (рис. 2) и имеет достаточно низкое значение, которое может лежать в рабочем диапазоне частоты вращения.

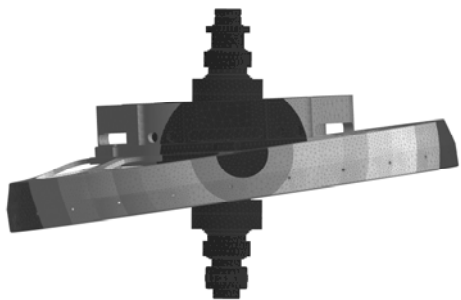


Рис. 2. Форма колебаний ротора ЭДМ на первой собственной частоте

Данная форма колебаний позволяет рассматривать ротор ЭДМ как двухмассовую систему, состоящую из вала и обода. Вал характеризуется массой  $M_b$ , полярным и экваториальными моментами инерции  $J_{0,b}$ ,  $J_{\Sigma,b}$ , обод – массой  $M_o$  и моментами инерции  $J_{0,o}$ ,  $J_{\Sigma,o}$ . Исходя из результатов модального анализа, в системе имеются следующие связи: линейные перемещения и вращение вокруг собственной оси осу-

ществляются валом и ободом совместно (связи абсолютно жесткие), угловые смещения обода относительно вала вокруг поперечных осей характеризуются угловой жесткостью  $R_d$ , равной

$$R_d = (2\pi f_{cd})^2 J_{\Sigma,o}, \quad (1)$$

где  $f_{cd}$  – собственная частота угловых колебаний обода и диафрагмы, Гц (см. рис. 2).

Вводятся следующие системы координат:  $XYZ$  – приборная система координат ЭДМ;  $OX_bY_bZ_b$  – вращающаяся система координат, связанная с валом ротора;  $OX_oY_oZ_o$  – вращающаяся система координат, связанная с ободом ротора.  $Oxyz$ ,  $OX'_bY'_bZ'_b$ ,  $OX''_oY''_oZ''_o$ ,  $OX'_bY''_bZ''_b$ ,  $OX''_oY''_oZ''_o$  – промежуточные положения вала и обода после линейных и угловых перемещений (рис. 3). Таким образом, с учетом имеющихся связей положение вала и обода ротора ЭДМ характеризуется восемью обобщенными координатами: линейными перемещениями  $x$ ,  $y$ ,  $z$  вала вместе с ободом, собственным вращением  $\psi = \omega t$ , поворотами вала и обода вокруг осей  $X$ ,  $Y$  на углы  $\varphi_b$ ,  $\theta_b$  и  $\varphi_o$ ,  $\theta_o$  соответственно (см. рис. 3).

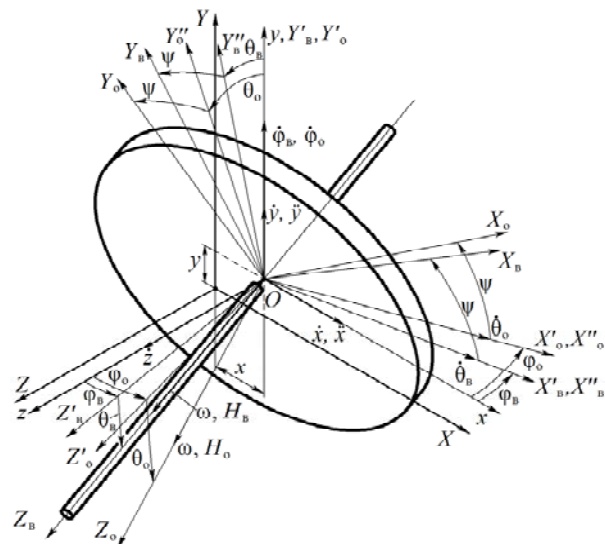


Рис. 3. Модель гибкого ротора ЭДМ

Математическая модель ротора ЭДМ представляет собой решения уравнения Лагранжа для каждой обобщенной координаты  $q$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0, \quad (2)$$

где  $L = T - P$  – функция Лагранжа. Соответственно  $T$ ,  $P$  – кинетическая и потенциальная энергии системы «ротор–АМП».

Проекции векторов угловой скорости вала и обода  $\omega_{b(o)}$  на оси вращающихся систем координат  $OX_bY_bZ_b$  и  $OX_oY_oZ_o$

$$\omega_{b(o)} = \begin{vmatrix} \dot{\theta}_{b(o)} \cos \omega t + \dot{\varphi}_{b(o)} \cos \theta_{b(o)} \sin \omega t \\ \dot{\varphi}_{b(o)} \cos \theta_{b(o)} \cos \omega t - \dot{\theta}_{b(o)} \sin \omega t \\ \omega - \dot{\varphi}_{b(o)} \sin \theta_{b(o)} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Вследствие малости углов  $\varphi_b$ ,  $\theta_b$ ,  $\varphi_o$ ,  $\theta_o$  справедлива замена  $\cos \theta_{b(o)} \approx 1$ ,  $\sin \theta_{b(o)} \approx \theta_{b(o)}$ .

$$\omega_{B(0)} = \begin{vmatrix} \dot{\theta}_{B(0)} \cos \omega t + \dot{\phi}_{B(0)} \sin \omega t \\ \dot{\phi}_{B(0)} \cos \omega t - \dot{\theta}_{B(0)} \sin \omega t \\ \omega - \dot{\phi}_{B(0)} \theta_{B(0)} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Поскольку оси систем координат совпадают с главными осями инерции, то выражение для кинетической энергии можно записать в виде

$$T = \frac{1}{2} \left[ M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + J_{\Sigma B}(\omega_{BX}^2 + \omega_{BY}^2) + J_{\Sigma O}(\omega_{OZ}^2 + J_{\Sigma O}(\omega_{OX}^2 + \omega_{OY}^2)) + J_{\Sigma O} \omega_{OZ}^2 \right]. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), получим

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + J_{\Sigma B} \left[ (\dot{\theta}_B \cos \omega t + \dot{\phi}_B \sin \omega t)^2 + (\dot{\phi}_B \cos \omega t - \dot{\theta}_B \sin \omega t)^2 \right] + J_{\Sigma O}(\omega - \dot{\phi}_B \theta_B)^2 + J_{\Sigma O} \left[ (\dot{\theta}_O \cos \omega t + \dot{\phi}_O \sin \omega t)^2 + (\dot{\phi}_O \cos \omega t - \dot{\theta}_O \sin \omega t)^2 \right] + J_{\Sigma O}(\omega - \dot{\phi}_O \theta_O)^2 \right\}. \quad (6)$$

Перейдем к определению потенциальной энергии системы  $P$ . Поскольку на данном этапе стоит задача рассмотрения и идентификации динамических характеристик только ротора, то радиальные и осевой электромагнитные подшипники достаточно представить в виде идеально упругих изотропных опор, характеризуемых коэффициентами жесткости  $C_A$ ,  $C_B$  и  $C_Z$ . Такое допущение, во-первых, позволяет исключить влияние электромагнитных процессов в АМП и алгоритмов системы управления и выделить интересующие характеристики ротора, а во-вторых, оно дает возможность сравнить аналитические результаты, полученные при решении разработанной модели ротора, с результатами его конечно-элементного модального анализа. Таким образом, потенциальная энергия  $P$  системы «ротор–АМП» сосредоточена в упругих элементах  $C_A$ ,  $C_B$  и  $C_Z$ , а также в упругой связи вала и обода  $R_d$ , поэтому с учетом малости углов  $\phi_B$ ,  $\theta_B$  и  $\phi_O$ ,  $\theta_O$

$$P = \frac{1}{2} \left[ C_A(x + a\phi_B)^2 + C_B(x - b\phi_B)^2 + C_Z z^2 + C_A(y + a\theta_B)^2 + C_B(y - b\theta_B)^2 + R_d(\phi_O - \phi_B)^2 + R_d(\theta_O - \theta_B)^2 \right], \quad (7)$$

где  $a$ ,  $b$  – расстояния от центра масс ротора до радиальных электромагнитных подшипников (в случае несимметричного ротора  $a \neq b$ ).

Производные лагранжиана по каждой обобщенной координате:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = M\ddot{x} + Cx + N\phi_B; \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} = M\ddot{y} + Cy + N\theta_B; \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial z} = M\ddot{z} + C_Z z; \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_B} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_B} = J_{\Sigma B} \ddot{\phi}_B + J_{\Sigma O} \omega \dot{\theta}_B + Nx + (R_B + R_d)\phi_B - R_d \phi_O; \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_O} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_O} = J_{\Sigma O} \ddot{\phi}_O + J_{\Sigma O} \omega \dot{\theta}_O + R_d \phi_O - R_d \phi_B; \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_B} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_B} = J_{\Sigma B} \ddot{\theta}_B - J_{\Sigma O} \omega \dot{\phi}_B + Ny + (R_B + R_d)\theta_B - R_d \theta_O; \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_O} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_O} = J_{\Sigma O} \ddot{\theta}_O - J_{\Sigma O} \omega \dot{\phi}_O + R_d \theta_O - R_d \theta_B; \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = (J_{\Sigma B} + J_{\Sigma O}) \ddot{\psi}, \quad (15)$$

где  $C = C_A + C_B$ ;  $N = C_A a - C_B b$ ;  $R_B = C_A a^2 + C_B b^2$ .

Таким образом, математическая модель вынужденных колебаний ротора под действием сил  $F_x(t)$ ,  $F_y(t)$ ,  $F_z(t)$  и моментов сил  $M_x(t)$ ,  $M_y(t)$ ,  $M_z(t)$  имеет вид

$$\begin{cases} M\ddot{x} + Cx + N\phi_B = F_x(t); \\ M\ddot{y} + Cy + N\theta_B = F_y(t); \\ M\ddot{z} + C_Z z = F_z(t); \\ J_{\Sigma B} \ddot{\phi}_B + J_{\Sigma O} \omega \dot{\theta}_B + Nx + (R_B + R_d)\phi_B - R_d \phi_O = M_y(t); \\ J_{\Sigma O} \ddot{\phi}_O + J_{\Sigma O} \omega \dot{\theta}_O + R_d \phi_O - R_d \phi_B = M_y(t); \\ J_{\Sigma B} \ddot{\theta}_B - J_{\Sigma O} \omega \dot{\phi}_B + Ny + (R_B + R_d)\theta_B - R_d \theta_O = M_x(t); \\ J_{\Sigma O} \ddot{\theta}_O - J_{\Sigma O} \omega \dot{\phi}_O + R_d \theta_O - R_d \theta_B = M_x(t); \\ (J_{\Sigma B} + J_{\Sigma O}) \ddot{\psi} = M_z(t). \end{cases} \quad (16)$$

Из анализа уравнений (16) видно, что вследствие несимметричности системы «ротор–АМП» (побочная жесткость  $N = C_A a - C_B b \neq 0$ ) существует связанность между поперечными поступательными и угловыми колебаниями ротора. Третье из уравнений описывает обычные осевые колебания одномассовой системы, последнее уравнение – закон формирования управляющего момента, приложенного к корпусу КА. При принятых в модели допущениях данные уравнения не зависят от поперечных поступательных и угловых колебаний, поэтому при дальнейших исследованиях не рассматриваются.

### Результаты расчета

Верификация математической модели гибкого несимметричного ротора проводилась сравнением диаграмм Кэмпбелла, полученных при решении системы уравнений (16), с результатами конечно-элементного модального анализа в среде ANSYS (рис. 4, 5).

Несимметричная система может иметь три критические частоты (см. рис. 4, 5), на каждой из которых ротор совершает сложное поступательно-угловое движение, сопровождающееся собственны-

ми колебаниями. Расчетные значения критических частот совпадают с результатами моделирования с относительной погрешностью менее 1% (таблица).

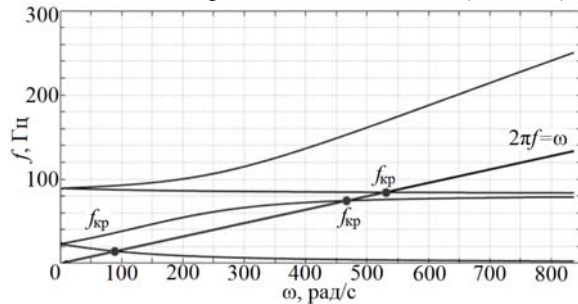


Рис. 4. Расчетная диаграмма Кэмпбелла

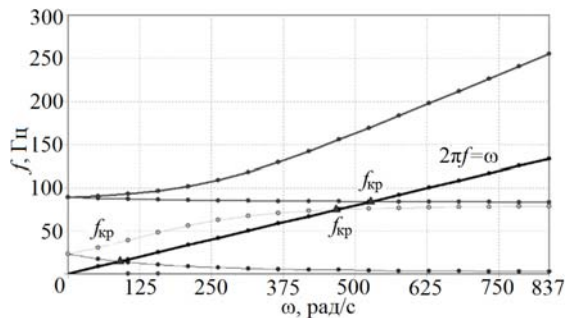


Рис. 5. Диаграмма Кэмпбелла по результатам модального анализа в ANSYS

#### Критические скорости в рабочем диапазоне частот вращения ротора

Форма колебаний	Критическая скорость, рад/с		Относительная погрешность, %
	Расчет	ANSYS	
Угловые колебания, обратная прецессия	91,1	90,6	0,55
Угловые колебания, прямая прецессия	469,8	467,1	0,58
Радиальные колебания	533,4	529,8	0,68

Разработанная модель корректно описывает и предельные случаи абсолютно жесткого ротора на упругих опорах и гибкого ротора на абсолютно жестких опорах, динамические уравнения которых известны из технической литературы [19]. Первый вариант соответствует условию  $R_b \ll R_d$ , для него  $\varphi_d = \varphi_b = \varphi_p$  и  $\theta_d = \theta_b = \theta_p$ , что позволяет «свернуть» уравнения угловых колебаний вала и обода в одно уравнение угловых колебаний ротора:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + Cx + N\varphi_p = F_x(t); \\ M\ddot{y} + Cy + N\theta_p = F_y(t); \\ M\ddot{z} + C_z z = F_z(t); \\ J_{\Sigma,p}\ddot{\varphi}_p + J_{o,p}\omega\dot{\varphi}_p + Nx + R_b\varphi_p = M_y(t); \\ J_{\Sigma,p}\ddot{\theta}_p - J_{o,p}\omega\dot{\theta}_p + Ny + R_b\theta_p = M_x(t); \\ J_{\Sigma,p}\ddot{\psi} = M_z(t). \end{cases} \quad (17)$$

Второму варианту соответствует соотношение  $R_b \gg R_d$ , в нем  $x = y = 0$ ,  $\varphi_b = \theta_b = 0$ , что позволяет ограничиться только уравнениями угловых колебаний обода-диафрагмы:

$$\begin{cases} M\ddot{z} + C_z z = F_z(t); \\ J_{\Sigma,o}\ddot{\varphi}_o + J_{o,o}\omega\dot{\varphi}_o + R_d\varphi_o = M_y(t); \\ J_{\Sigma,o}\ddot{\theta}_o - J_{o,o}\omega\dot{\theta}_o + R_d\theta_o = M_x(t); \\ J_{\Sigma,p}\ddot{\psi} = M_z(t). \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, соотношение угловых жесткостей радиального подвеса  $R_b$  и диафрагмы ротора  $R_d$  определяет степень участия массы ротора в угловых колебаниях: при  $R_b \ll R_d$  колебания совершаются всем ротором, при  $R_b \gg R_d$  колеблются только его обод и диафрагма.

#### «Симметризация» радиального подвеса

Выше был рассмотрен общий случай несимметричной системы «ротор-АМП», для которой  $C_{da} \neq C_{db}$ .

Отличительной особенностью АМП является возможность достаточно точного регулирования жесткостей электромагнитных подшипников, что позволяет относительно просто привести изначально несимметричную систему к симметричной, для которой  $C_{da} = C_{db}$  и побочная жесткость  $N$  равна нулю:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + Cx = F_x(t); \\ M\ddot{y} + Cy = F_y(t); \\ M\ddot{z} + C_z z = F_z(t); \\ J_{\Sigma,b}\ddot{\varphi}_b + J_{o,b}\omega\dot{\varphi}_b + (R_b + R_d)\varphi_b - R_d\varphi_o = M_y(t); \\ J_{\Sigma,o}\ddot{\varphi}_o + J_{o,o}\omega\dot{\varphi}_o + R_d\varphi_o - R_d\varphi_b = M_y(t); \\ J_{\Sigma,b}\ddot{\theta}_b - J_{o,b}\omega\dot{\theta}_b + (R_b + R_d)\theta_b - R_d\theta_o = M_x(t); \\ J_{\Sigma,o}\ddot{\theta}_o - J_{o,o}\omega\dot{\theta}_o + R_d\theta_o - R_d\theta_b = M_x(t); \\ (J_{o,b} + J_{o,o})\ddot{\psi} = M_z(t). \end{cases} \quad (19)$$

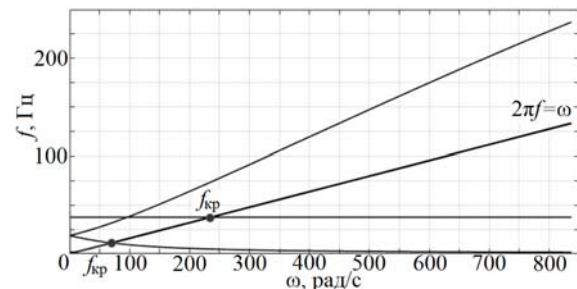


Рис. 6. Расчетная диаграмма Кэмпбелла

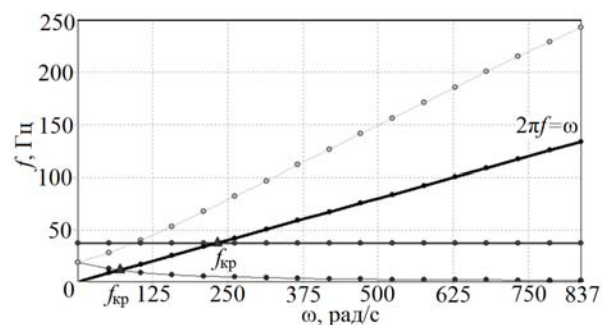


Рис. 7. Диаграмма Кэмпбелла по результатам модального анализа в ANSYS

В такой системе практически отсутствует связанность поступательных и угловых перемещений,

поэтому она, в отличие от несимметричной, имеет максимум две критические частоты (рис. 6, 7) и для нее требуются более простые алгоритмы управления.

### Выводы

Разработанная математическая модель позволяет определять собственные частоты и критические скорости гибкого несимметричного ротора ЭДМ с АМП. Погрешность разработанной модели в сравнении с результатами конечно-элементного моделирования составляет менее 1%, что позволяет использовать ее при дальнейшем исследовании динамических характеристик системы электромагнитного подвеса и ее оптимизации.

### Литература

1. European space agency – ESA new reaction wheel characterization test facility (RCF) / M. Wagner, S. Airey, G. Piret, P. Le // 35th Annual AAS Guidance and Control Conference. – 2012. – AAS 12-077.
2. Vitelli M. A process to verify the microvibration and pointing stability requirements for the BepiColombo mission / M. Vitelli, B. Specht, F. Boquet // International Workshop on Instrumentation for planetary missions. – 2012. – P. 1–5.
3. Managing reaction wheel microvibration on a high resolution EO small spacecraft / G. Smet, G. Richardson, S. McLaren, A. Haslehurst // 15th European Space Mechanisms & Tribology Symposium. – 2013. – P. 1–8.
4. Le M.P. Micro-disturbances in reaction wheels // PhD dissertation. – Eindhoven : Technische Universiteit Eindhoven, 2017. – 166 p.
5. Komatsu K. Microvibration in spacecraft / K. Komatsu, H. Uchida // Mechanical Engineering Reviews. – 2014. – Vol. 1, issue 2. – P. SE0010. – doi: 10.1299/mer.2014se0010
6. Microvibration performance prediction of SEPTA24 using SMESIM (RUAG space mechanism simulator tool) / M. Omiciuolo [et al.] // 15th European Space Mechanisms & Tribology Symposium. – 2013. – P. 1–8.
7. Hahn R. Simulating and analysing the microvibration signature of reaction wheels for future non-intrusive health monitoring methods / R. Hahn, R. Seiler // 14th European Space Mechanisms & Tribology Symposium. – 2011. – P. 415–422.
8. Кузнецов, Д.А. Подход к решению вопроса по прогнозу уровней возмущений для электромаховичных исполнительных органов / Д.А. Кузнецов, П.П. Телепнев, В.Ю. Ермаков // Вестник НПО имени С.А. Лавочкина. – 2016. – № 3 (33). – С. 116–119.
9. Development of a dual mode D-Strut vibration isolator for a laser communication terminal / D.T. Ruebsamen, J. Boyd, J. Vecera, R. Nagel // Proc. of the 38th Aerospace Mechanisms Symposium. – 2006. – P. 141–148.
10. Dual stage isolation – a passive bi-linear application for launch load attenuation and on-orbit jitter mitigation / J. Howat et al. // Proc. ESMATS. – 2017. – P. 1–8.
11. Carte G. Reaction wheel vibration isolator with elastic stoppers for launch load // Proc. 13th European Conf. on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing. – 2014. – P. 1–5.
12. Kamesh D. Passive vibration isolation of reaction wheel disturbances using a low frequency flexible space platform / D. Kamesh, R. Pandiyan, A. Ghosal // Journal of Sound and Vibration. – 2012. – No. 331. – P. 1310–1330.
13. Никифоров А.Н. Проблемы колебаний и динамической устойчивости быстровращающихся роторов // Вестник науч.-техн. развития. – 2010. – № 3 (31). – С. 31–53.
14. Bichler U. A gimbaled low noise momentum wheel / U. Bichler, T. Eckardt // NASA conference publication of the 27th aerospace mechanisms symp. – 1993. – P. 181–196.
15. Development of low disturbance magnetic bearing wheel (MBW) with inclined magnetic poles / M. Saito et al. // 7th International ESA Conference on Guidance, Navigation & Control Systems. – 2008. – P. 1–16.
16. Сарычев А.П. Математическая модель ротора для анализа управления магнитными подшипниками / А.П. Сарычев, И.Г. Руковицын // Вопросы электромеханики. – 2008. – Т. 107. – С. 11–15.
17. Абдурагимов А.С. Идентификация динамических свойств ротора в системе магнитного подвеса / А.С. Абдурагимов, В.П. Верещагин, А.В. Рогоза // Вопросы электромеханики. – 2014. – Т. 143. – С. 7–10.
18. Овчинников В.Ф. Нелинейные резонансные колебания гибкого ротора на электромагнитном подвесе при наличии дисбаланса / В.Ф. Овчинников и др. // Вестник Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – № 5 (1). – С. 171–178.
19. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с.

### Поляков Мирослав Вадимович

Инженер-конструктор АО «НПЦ «Полус», Томск, аспирант Инженерной школы неразрушающего контроля и безопасности (ИШ НКБ) Национального исследовательского Томского политехнического университета (НИ ТПУ) Кирова пр-т, д. 56в, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7 (382-2) 60-66-52  
Эл. почта: polyakovmir91@gmail.com

### Липовцев Анатолий Анатольевич

Начальник лаборатории АО «НПЦ «Полус», Томск Кирова пр-т, д. 56в, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7 (382-2) 60-66-52  
Эл. почта: info@polus-tomsk.ru

### Алексанов Павел Александрович

Зам. нач. отд. АО «НПЦ «Полус», Томск Кирова пр-т, д. 56в, г. Томск, Россия, 634050  
Тел.: +7 (382-2) 60-66-52  
Эл. почта: info@polus-tomsk.ru

Polyakov M.V., Lipovtsev A.A., Aleksanov P.A.

### Mathematical model of a flexible asymmetrical rotor for active magnetic bearing reaction wheel

The paper introduces the mathematical model of rotor for active magnetic bearing reaction/momentum wheels, used as actuator in spacecraft attitude and orbit control system. Developed model is used for estimation of critical speeds and forced oscillation magnitudes with a glance of the rotor modes. Rotor is considered as a two-mass system, consisting of a shaft and a rim, active magnetic bearings are assumed to be a linear elastic springs. The equations of the rotor motion are derived using the Lagrange equation. Developed model is verified by comparing the calculated Campbell diagrams with the results



of the finite-element modal analysis, performed in the ANSYS software.

**Keywords:** electromagnetic bearing, critical speed, Campbell diagram, reaction wheel.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-3-115-120

### References

1. Wagner M., Airey S., Piret G., Le P. European space agency – ESA new reaction wheel characterization test facility (RCF). *35<sup>th</sup> Annual AAS Guidance and Control Conference*, 2012, AAS 12-077.
2. Vitelli M., Specht B., Boquet F. A process to verify the microvibration and pointing stability requirements for the BepiColombo mission. *International Workshop on Instrumentation for planetary missions*, 2012, pp. 1–5.
3. Smet G., Richardson G., McLaren S., Haslehurst A. Managing reaction wheel microvibration on a high resolution EO small spacecraft. *15<sup>th</sup> European Space Mechanisms & Tribology Symposium*, 2013, pp. 1–8.
4. Le M.P. Micro-disturbances in reaction wheels. *PhD dissertation. Eindhoven, Technische Universiteit Eindhoven*, 2017, 166 p.
5. Komatsu. K., Uchida H. Microvibration in spacecraft. *Mechanical Engineering Reviews*, 2014, vol. 1, is. 2, p. SE0010. doi: 10.1299/mer.2014se0010
6. Omiciuolo M., Lang A., Wismer S., Barth S., Szekely G. Micro-vibration performance prediction of SEPTA24 using SMESIM (RUAG space mechanism simulator tool). *15<sup>th</sup> European Space Mechanisms & Tribology Symposium*, 2013, pp. 1–8.
7. Hahn. R., Seiler R. Simulating and analysing the microvibration signature of reaction wheels for future non-intrusive health monitoring methods. *14<sup>th</sup> European Space Mechanisms & Tribology Symposium*, 2011, pp. 415–422.
8. Kuznetsov D.A., Telepnev P.P., Ermakov V.Yu. [The approach to the issue of predicted perturbation levels for electric flywheel electric actuators]. *Vestnik NPO imeni S.A. Lavochkina*, 2016, no. 3 (33), pp. 116–119 (in Russ.).
9. Ruebsamen D.T., Boyd J., Vecera J., Nagel R. Development of a dual mode D-Strut vibration isolator for a laser communication terminal. *Proc. of the 38<sup>th</sup> Aerospace Mechanisms Symposium*, 2006, pp. 141–148.
10. Howat J., Wilke P., Mimovich M., Allen B., Borst C., Takei Y., Yasuda S., Ishimura K. Dual stage isolation – a passive bi-linear application for launch load attenuation and on-orbit jitter mitigation. *Proc. ESMATS 2017*, 2017, pp. 1–8.
11. Carte G. Reaction wheel vibration isolator with elastic stoppers for launch load. *Proc. 13<sup>th</sup> European Conf. on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing*, 2014, pp. 1–5.
12. Kamesh D., Pandiyan R., Ghosal A. Passive vibration isolation of reaction wheel disturbances using a low frequency flexible space platform. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, no. 331, pp. 1310–1330.
13. Nikiforov A.N. [Oscillations, dynamic stability and vibration damping problems of high-speed rotors]. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*, 2010, no. 3 (31), pp. 31–53 (In Russ.).
14. Bichler U., Eckardt T. A gimbaled low noise momentum wheel. *NASA conference publication of the 27<sup>th</sup> aerospace mechanisms symp*, 1993, pp. 181–196.
15. Saito M., Fukushima K., Sato N., Izawa K., Hashimoto T., Nakajima A. Development of low disturbance magnetic bearing wheel (MBW) with inclined magnetic poles. *7<sup>th</sup> International ESA Conference on Guidance, Navigation & Control Systems*, 2008, pp. 1–16.
16. Sarychev A.P., Rukovitsyn I.G. [Mathematical model of rotor for the analysis of the magnetic bearing control]. *Voprosy elektromekhaniki*, 2008, vol. 107, pp. 11–15 (In Russ.).
17. Abduragimov A.S., Vereshchagin V.P., Rogoz A.V. [Identification of rotor dynamics in the magnetic suspension system]. *Voprosy elektromekhaniki*, 2014, vol. 143, pp. 7–10 (In Russ.).
18. Ovchinnikov V.F., Kiryushina E.V., Nikolaev M.Ya., Fadeeva E.V., Chistov A.S., Litvinov V.N., Mitenkov F.M., Kodochigov N.G., Malkin S.A. [Nonlinear resonance oscillations of an unbalanced electromagnetically suspended flexible rotor]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2013, no. 5 (1), pp. 171–178 (In Russ.).
19. Zhuravlev Yu. N. *Aktivnye magnitnye podshipniki: Teoriya, raschet, primeneniye*. [Active magnetic bearings: Theory, design, application]. St.Petersburg, Politehnika, 2003, 206 p.

### Miroslav V. Polyakov

PhD student, School of Non-destructive testing & Security, National Research Tomsk Polytechnic University.  
Design Engineer, SC «SIC «Polyus», Tomsk  
56v, Kirov pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7 (382-2) 60-66-52  
Email: polyakovmir91@gmail.com

### Anatoliy A. Lipovtsev

Head of laboratory, SC «SIC «Polyus», Tomsk  
56v, Kirov pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7 (382-2) 60-66-52  
Email: info@polus-tomsk.ru

### Pavel A. Aleksanov

Deputy head of department, SC «SIC «Polyus», Tomsk  
56v, Kirov pr., Tomsk, Russia, 634050  
Phone: +7 (382-2) 60-66-52  
Email: info@polus-tomsk.ru