

УДК 681.5.015.3

В.М. Рулевский, В.Г. Букреев, Е.Б. Шандарова

## Аппроксимация нелинейной математической модели системы электропитания глубоководного аппарата

Приводится сравнительная оценка методов описания переходных характеристик разомкнутой системы электропитания (СЭП) глубоководного аппарата для решения задачи аппроксимации ее сложной математической модели передаточными функциями. Рассмотрены графические и численные методы расчета параметров передаточных функций, для которых дана оценка точности аппроксимации нелинейной модели СЭП. Проведенные исследования позволили выбрать наиболее приемлемый по точности и практической реализации метод аппроксимации экспериментальной характеристики выходного напряжения реальной системы электропитания с передачей энергии по кабель-тросу.

**Ключевые слова:** система электропитания, передача энергии по кабель-тросу, передаточная функция, алгоритм расчета параметров передаточной функции.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-3-85-92

Эффективность работы современных привязанных телеуправляемых необитаемых глубоководных аппаратов (ТНПА) с передачей электрической энергии по кабель-тросу в значительной степени определяется свойствами системы электропитания (СЭП), основные силовые элементы и управляющий контроллер которой расположены на судне или береговом надводном оборудовании [1–7]. Главным требованием для таких СЭП является качественная стабилизация питающего напряжения электромеханическими устройствами подводного аппарата с точностью не ниже 10% от номинального значения.

Наиболее подходящим вариантом математического описания динамических процессов в СЭП могут быть модели, отражающие их «физику» в терминах переменных состояния и позволяющие применить методы современной теории управления для построения эффективных регуляторов в замкнутой системе [8, 9]. Определяющим условием аналитической записи параметров закона регулирования является наличие достаточно адекватной математической модели объекта управления.

Однако синтез регуляторов в системах управления весьма сложными объектами с нелинейными непрерывными и дискретными элементами в большинстве случаев возможен только в результате численного определения параметров закона регулирования. Целесообразным же вариантом, с точки зрения практических приложений, будет линейризованная модель СЭП в пространстве переменных состояний, которая позволяет синтезировать законы управления на основе теории линейных систем. Современной тенденцией развития этого варианта для многомерного объекта большого порядка можно считать представление части его нелинейных элементов в виде аппроксимирующих передаточных функций [10–12]. Математические модели СЭП ТНПА, рассмотренные в работах авторов статьи [8, 9, 13], содержат не только большое количество нелинейных дифференциальных уравнений с нестационарными параметрами, но и коммутационно-разрывные функции.

Задача аппроксимации сложных моделей более простыми имеет ряд решений, и в зависимости от рассматриваемых моделей могут быть различными и требования к точности аппроксимации. В настоящее время существует несколько методов определения передаточной функции по экспериментально полученной характеристике, которые отличаются друг от друга способом представления информации, критериями приближения и особенностями расчета.

### Постановка задачи

Для адекватного описания в классе линейризованных математических моделей возникает задача выбора оптимального метода аппроксимации переходных характеристик нелинейного многомерного объекта – СЭП телеуправляемого необитаемого глубоководного аппарата или его элементов на основе передаточных функций.

Рассмотрим модель СЭП в виде передаточной функции (ПФ), когда имеется запаздывание по управляющему воздействию:

$$W(s) = \frac{A(s)}{B(s)} e^{-\tau s}, \quad (1)$$

где  $A(s), B(s)$  – полиномы по степеням оператора  $s$ ;  $e^{-\tau s}$  – операторное изображение звена запаздывания;  $\tau$  – время запаздывания.

При выборе структуры и критерия приближения модели к рассматриваемому объекту нужно учитывать, что один и тот же объект может описываться моделями различных порядков, при этом каждая будет с достаточной точностью отражать реальные свойства объекта.

Так, некоторые методы требуют нормирования экспериментальной переходной характеристики. Если в результате эксперимента получена кривая выходной переменной состояния, то после деления всех ее значений на величину входного воздействия будет получена нормированная переходная  $h(t)$  характеристика.

Точность аппроксимации обычно оценивается через относительное отклонение:

$$\delta = \max \frac{|h(t_i) - h_a(t_i)|}{h(\infty)} \cdot 100\%, \quad (2)$$

где  $h(t_i)$  – значения экспериментальной переходной характеристики;  $h_a(t_i)$  – найденной по аппроксимирующей ПФ;  $h(\infty)$  – значение экспериментальной переходной характеристики в установившемся режиме;  $t_i$  – моменты времени.

Обычно предполагается, что если значение  $\delta$  не превышает (5–8)%, то точность аппроксимации соответствует требованиям для практического применения.

При замене исходной многомерной модели на математическую модель более низкого порядка важной задачей является выбор эффективного метода, позволяющего получить передаточную функцию рассматриваемого объекта управления, удовлетворяющую следующим условиям: порядок полинома знаменателя должен быть не выше 4; отсутствие нулей передаточной функции; погрешность аппроксимации меньше 5%.

Методы аппроксимации рассматривались применительно к виду графика переходной характеристики кривой  $h_u(t)$  напряжения на нагрузке (рис. 1), полученной в результате моделирования СЭП ТНПА мощностью 21 кВт [13]. Данная характеристика является нормированной кривой изменения напряжения на нагрузке СЭП.

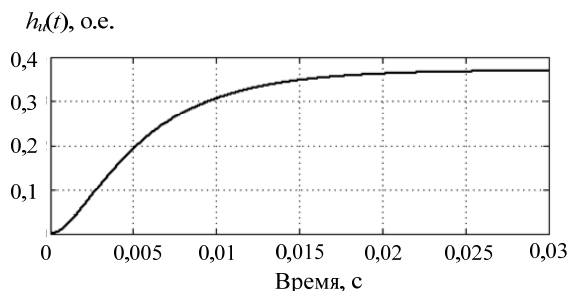


Рис. 1. Нормированная кривая напряжения на нагрузке СЭП

### Графические методы расчета

Для получения передаточной функции можно использовать как графические, так и численные методы расчета. К графическим методам относятся метод номограмм и метод Шварца [14, 15], которые не требуют автоматизированного расчета и после процедуры коррекции решения дают достаточно точные результаты.

Алгоритм расчета методом номограмм:

1. По переходной характеристике определяются отрезки времени, отражающие необходимую информацию о свойствах объекта.

2. Аппроксимирующая передаточная функция ищется в виде

$$W(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)^n}, \quad (3)$$

где  $T_1, T_2$  – постоянные времени, которые будут определены по номограммам;  $(n+1)$  – порядок модели объекта.

При этом значения экспериментально полученной  $h_u(t)$  и аппроксимирующей  $h_{au}(t)$  характеристик должны совпасть в точках  $t=0, t=\infty$ , а также в точке перегиба  $t_{\Pi}$ , которая находится из условия:  $h'_{au}(t_{\Pi}) = 0$ .

Следовательно, критерии приближения можно записать в следующем виде:

$$h_{au}(0) = h_u(0), \quad h_{au}(\infty) = h_u(\infty) = h_{уст},$$

$$h_{au}(t_{\Pi}) = h_u(t_{\Pi}) = h_{\Pi}, \quad h'_{au}(t_{\Pi}) = h'_u(t_{\Pi}).$$

Производная  $h'_{au}(t)$  определяется путем проведения касательной в точке перегиба, затем находится длина отрезка  $T_0$  как расстояние между точками пересечения касательной с осью времени и линией установившегося значения характеристики  $h_{уст}$  (рис. 2).

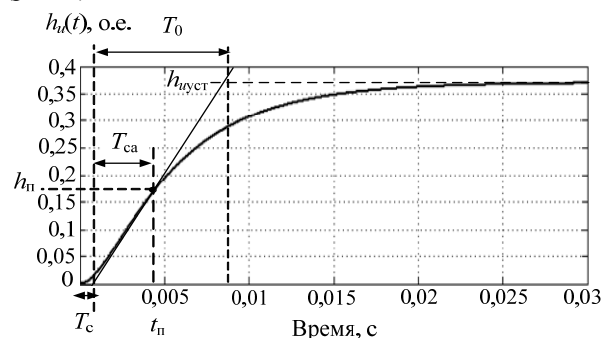


Рис. 2. Определение параметров передаточной функции по переходной характеристике

Положение точки перегиба не всегда удается выбрать с достаточной точностью, но это не считается недостатком метода, а свидетельствует о том, что близким переходным характеристикам могут соответствовать сильно различающиеся по структуре передаточные функции.

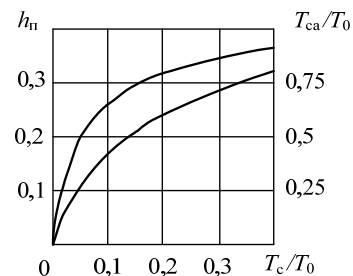


Рис. 3. Зависимости для определения точки перегиба

Для повышения точности определения точки перегиба можно воспользоваться зависимостями, представленными на рис. 3 [15], показывающими связь между координатой точки перегиба и отношением временных интервалов  $T_c/T_0$  и  $T_{ca}/T_0$  (см. рис. 2).

Порядок объекта может быть определен из табл. 1, при этом если отношение  $T_c/T_0$  несколько отличается от представленных значений, то выбирается более низкий порядок из табл. 1.

Из графика (см. рис. 2)  $T_c/T_0 = 0,0009/0,00765 = 0,12$  и  $T_{ca}/T_0 = 0,0036/0,00765 = 0,47$ , по зависимости,

представленной на рис. 3, выбрана точка перегиба с координатами  $t_{\pi} = 0,0043$  с и  $h_{\pi} = 0,17$ . Из табл. 1 следует, что аппроксимацию нужно проводить передаточной функцией, имеющей второй или больший порядок.

Т а б л и ц а 1  
Определение порядка модели объекта

$n$	1	2	3	4	5
$T_c/T_0$	0	0,104	0,218	0,319	0,410

Дальнейшие расчеты проводятся с помощью номограммы, приведенной на рис. 4.

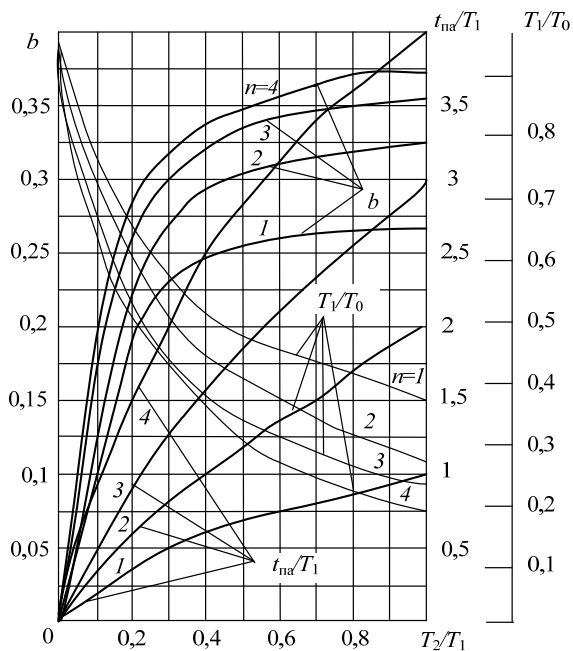


Рис. 4. Номограмма для определения параметров передаточной функции

В зависимости от значения  $b=h_{\pi}$  при выбранном  $n$  по номограмме определяются отношения  $T_1/T_0$ ,  $T_2/T_1$ ,  $t_{\text{па}}/T_1$ , где  $t_{\text{па}} = t_{\pi} - \tau$  — интервал между координатой точки перегиба и временем запаздывания  $\tau$ . Найденные отношения позволяют последовательно найти постоянные времени  $T_1$ ,  $T_2$ , а также определить время запаздывания передаточной функции  $\tau = t_{\pi} - t_{\text{па}}$  [14]. Для рассматриваемого объекта управления с найденной точкой перегиба на переходной характеристике (см. рис. 2) значения коэффициента  $b = h_{\pi} = 0,17$  и постоянной времени  $T_0 = 0,00765$  с. Из номограммы, изображенной на рис. 4, следует возможность аппроксимации передаточной функцией типа (3) при значении  $b = 0,17$ , если  $n \geq 1$ . Для  $n=1$  аппроксимация может быть осуществлена передаточной функцией, состоящей из двух аperiодических звеньев:

$$W(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (4)$$

Из номограммы при  $n=1$  и  $b = 0,17$  находим отношения  $T_1/T_0 = 0,68$ ,  $T_2/T_1 = 0,2$ ,  $t_{\text{па}}/T_1 = 0,38$ .

Очевидно, что  $k = h_{\text{уст}} = 0,37$  (см. рис. 2) и при  $T_0 = 0,00765$  с можно определить параметры  $T_1 = 0,0052$  с,  $T_2 = 0,001$  с,  $t_{\text{па}} = 0,002$  с. В аппроксимируемой характеристике практически нет запаздывания, поэтому время  $\tau$  запаздывания принимаем равным нулю.

Тогда передаточная функция (ПФ) запишется в виде

$$W(s) = \frac{0,37}{(0,0052s + 1)(0,001s + 1)} \quad (5)$$

Для уточнения результата выберем  $n = 2$ , тогда при  $b = 0,17$  из рис. 4  $T_1/T_0 = 0,67$ ,  $T_2/T_1 = 0,12$ , следовательно, можно определить значения:  $T_1 = 0,005$  с,  $T_2 = 0,0006$  с.

В результате получим передаточную функцию третьего порядка:

$$W(p) = \frac{0,37}{(0,005s + 1)(0,0006s + 1)^2} \quad (6)$$

На рис. 5 представлены переходные характеристики, полученные в результате модельного эксперимента —  $h_u(t)$  (кривая 1) и при аппроксимации передаточными функциями второго (кривая 2) и третьего (кривая 3) порядков. Как следует из графиков, применение метода номограмм позволяет получить достаточно точную аппроксимацию. Для рассматриваемого случая погрешность составила 4% при аппроксимации ПФ второго порядка и 3,8% — третьего порядка.

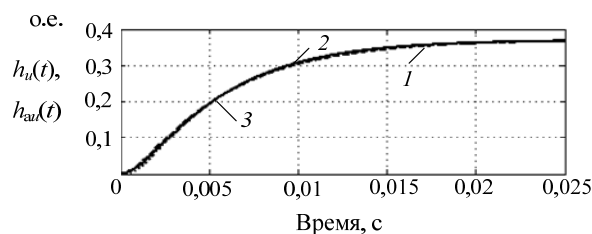


Рис. 5. Переходные характеристики при аппроксимации передаточными характеристиками методом номограмм

Метод Шварца [15] также позволяет без применения автоматизированного расчета получить передаточную функцию моделируемого объекта в виде

$$W(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(Ts + 1)^n} \quad (7)$$

В этом случае модель объекта составляется из  $n$  одинаковых последовательно соединенных аperiодических звеньев. Для определения коэффициента  $k$  усиления объекта, постоянной  $T$  времени и показателя  $n$  степени к переходной характеристике в точке перегиба проводится касательная и также определяются отрезки времени  $T_0 = 0,00765$  с,  $t_{\pi} = 0,0043$  с,  $T_c = 0,0009$  с (см. рис. 2).

Затем из графиков (рис. 6) и по найденному соотношению  $T_0/T_c = 8,5$  определяется показатель степени, в данном случае  $n = 2$ , значение которого при известном  $t_{\pi}$  позволяет найти постоянную вре-

мени  $T = 0,0043/1,35 = 0,003$  с по графику, представленному на рис. 6.

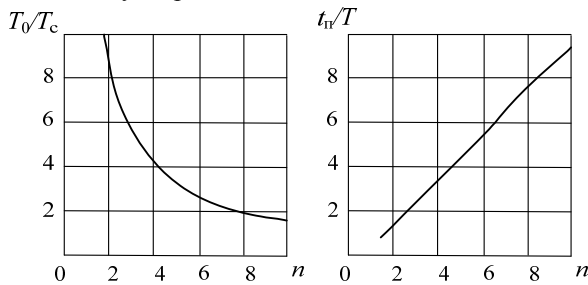


Рис. 6. Зависимости, для определения параметров передаточной функции методом Шварца

Следовательно, передаточную функцию можно записать в виде

$$W(s) = \frac{0,37}{(0,003s + 1)^2}. \quad (8)$$

Результаты моделирования представлены на рис. 7, погрешность аппроксимации составила 4,3%.

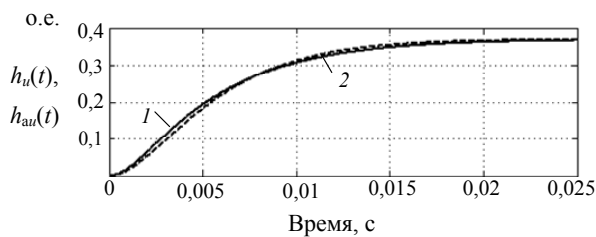


Рис. 7. Переходные характеристики при аппроксимации исходной модели объекта методом Шварца:

$h_u(t)$  – кривая 1,  $h_{au}(t)$  – кривая 2

Общим недостатком графических методов являются зависимость точности аппроксимации от качества построения номограмм, а также сложность их автоматизации.

#### Численные методы расчета

Другим вариантом построения аппроксимирующей передаточной функции является метод площадей [16], на основании которого рассматриваемый объект описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, а его нормированная переходная характеристика аппроксимируется передаточной функцией следующего вида:

$$W(s) = \frac{(1 + b_1s + \dots + b_ms^m)e^{-\tau s}}{(1 + a_1s + \dots + a_ns^n)}, \quad (9)$$

где  $b_1 \dots b_m; a_1 \dots a_n$  – постоянные коэффициенты полиномов числителя и знаменателя передаточной функции, определяемые параметрами модели СЭП.

Практика расчетов показывает, что степень полинома знаменателя целесообразно ограничить на уровне трех. Коэффициенты числителя принимаются равными нулю по условию проведения аппроксимации. Тогда с учетом условий выбора передаточной функции для дальнейшего синтеза регулятора (отсутствие нулей) функция (9) может быть представлена в виде

$$W(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3)}. \quad (10)$$

Для нахождения явного вида выражения (10) необходимо определить значения коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$ . Определение параметров передаточной функции возможно на основе следующего алгоритма [17]:

1. Ось времени экспериментальной характеристики разбивается на  $m$  равных промежутков времени  $\Delta t$ , на каждом из которых нелинейная часть характеристики заменяется линейной.

2. Проводится вычисление значения

$$F_1 = \Delta t \left( \sum_{i=0}^m (1 - h(i)) - 0,5(1 - h(0)) \right), \quad (11)$$

где  $h(i)$  – экспериментальное значение переходной характеристики в конце каждого промежутка времени  $\Delta t$ .

3. Рассчитываются значения

$$F_2 = F_1^2 \Delta t \left( \sum_{i=0}^m (1 - h(i)) \cdot (1 - \lambda(i)) - 0,5(1 - h(0)) \right), \quad (12)$$

$$F_3 = F_1^3 \Delta t \left( \sum_{i=0}^m (1 - h(i)) \cdot \left( 1 - 2\lambda(i) + \frac{\lambda^2(i)}{2} \right) - 0,5(1 - h(0)) \right),$$

где  $\lambda(i) = \frac{i\Delta t}{F_1}$ .

4. Находятся постоянные коэффициенты

$$a_1 = F_1; \quad a_2 = F_2; \quad a_3 = F_3. \quad (13)$$

Найденные коэффициенты подставляются в формулу (9) и полученная по аппроксимирующей функции характеристика сравнивается с экспериментальной. Если погрешность аппроксимации получается больше 8%, следует уменьшить временной интервал и повторить расчет.

В результате расчетов, проведенных по представленному алгоритму, была получена следующая передаточная функция:

$$W(s) = \frac{0,37}{7,663 \cdot 10^{-6} s^2 + 5,832 \cdot 10^{-3} s + 1}, \quad (14)$$

при этом погрешность аппроксимации не превысила 4% (рис. 8). Коэффициент передаточной функции  $a_3 = F_3$  в результате расчетов получился отрицательным, это значит, что рассматриваемая система неустойчива, что не согласуется с реальной информацией об объекте. Для получения приемлемого результата нужно понизить порядок полинома знаменателя.

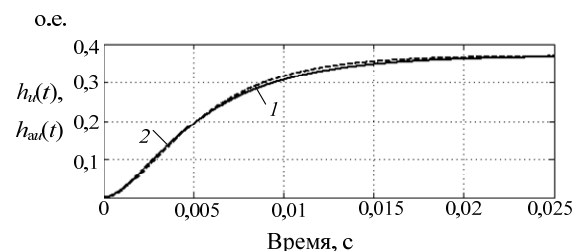


Рис. 8. Переходные характеристики при аппроксимации исходной модели методом площадей:

$h_u(t)$  – кривая 1;  $h_{au}(t)$  – кривая 2

Метод площадей хорошо поддается автоматизированному расчету и позволяет получить достаточно точную аппроксимацию.

Процесс аппроксимации в случае применения регрессионного метода наименьших квадратов (МНК) включает определение вида функции  $f(t)$ , по форме максимально отражающей характер расположения экспериментальных точек, выбор которых определяется из анализа экспериментальной характеристики (начальное и конечное значение, характер изменения во времени и т.д.) [18]. Тогда уравнение регрессии запишется в виде  $h_{au}(t) = f(t)$ , где  $f(t)$  – некоторая аналитическая зависимость, в качестве которой может быть использована, например, сумма экспоненциальных функций:

$$h_{au}(t) = a_1 e^{-a_2 t} + a_3 e^{-a_4 t} + \dots + a_{m-1} e^{-a_m t}. \quad (15)$$

Степенные полиномы для решения данной задачи не рассматриваются, так как конечной целью является получение передаточной функции. Универсальные методики обоснования вида и порядка регрессионной функции для систем с интервальным изменением параметров в настоящее время отсутствуют.

Для оценки точности аппроксимации целесообразно использовать минимум квадратичной невязки

$$J(a_i) = \sum_{j=1}^n (h_u(t_j) - h_{au}(t_j))^2 = \sum_{j=1}^n \left( h_u(t_j) - \left( a_1 e^{-a_2 t_j} + a_3 e^{-a_4 t_j} + \dots + a_{m-1} e^{-a_m t_j} \right) \right)^2 \rightarrow \min.$$

Коэффициенты переходной характеристики (15) находятся в результате решения системы уравнений, в основе которых лежит задача определения экстремума по каждому неизвестному коэффициенту  $a_i$ :

$$\frac{\partial J(a_i)}{\partial a_i} = 0, \quad i = 1 \dots m. \quad (16)$$

Основной трудностью данного метода являются выбор переходной характеристики, а также подбор начальных условий, что не всегда является очевидным. Также, изменение вида переходной характеристики вызывает изменение системы уравнений (16), что усложняет алгоритм и делает более сложным процесс автоматизированного расчета. Кроме того, все численные методы решения нелинейных систем сильно зависят от начального приближения.

Для аппроксимации МНК выбрано несколько переходных характеристик и произведен расчет параметров передаточной функции. Результаты проведенных вычислений представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчетов МНК для системы электроснабжения мощностью 21 кВт

	Вид переходной характеристики	Передаточная функция	δ, %
1	$h_{au}(t) = 1 + a_1 e^{-a_2 t} - a_3 e^{-a_4 t}$ , $a_1 = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$ ; $a_2 = \frac{1}{T_1}$ ; $a_3 = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$ ; $a_4 = \frac{1}{T_2}$	$W(s) = \frac{0,37}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$ , $T_1 = 0,0001 \text{ с}$ , $T_2 = 0,006 \text{ с}$	5,8
2	$h_{au}(t) = 1 - (1 + a_1 t) e^{-a_1 t}$ , $a_1 = \frac{1}{T}$	$W(s) = \frac{0,37}{(Ts + 1)^2}$ , $T = 0,003 \text{ с}$	5,3
3	$h_{au}(t) = 1 - \left( 1 + a_1 t + \frac{a_1^2 t^2}{2} \right) e^{-a_1 t}$ , $a_1 = \frac{1}{T}$ .	$W(p) = \frac{0,37}{(Ts + 1)^3}$ , $T = 0,0019 \text{ с}$	4,8
4	$h_{au}(t) = 1 - a_1 e^{-a_2 t} + (a_3 + a_4 t) e^{-a_5 t}$ , $a_1 = \frac{T_1^2}{(T_1 - T_2)^2}$ ; $a_2 = \frac{1}{T_1}$ ; $a_3 = \frac{(2T_1 - T_2)T_2}{(T_1 - T_2)^2}$ ; $a_4 = \frac{1}{T_1 - T_2}$ ; $a_5 = \frac{1}{T_2}$	$W(s) = \frac{0,37}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)^2}$ , $T_1 = 0,003 \text{ с}$ , $T_2 = 0,0017 \text{ с}$	4,5
5	$h_{au}(t) = 1 - a_1 e^{-a_2 t} \sin(a_3 t - a_4) - a_5 e^{-a_6 t}$ , $a_1 = \frac{1}{a_3 \sqrt{T^2 (1 - 2a_2 T_1) + T_1^2}}$ ; $a_2 = \frac{\xi}{T}$ ; $a_3 = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}$ ; $a_4 = \arctg\left(\frac{a_3 T_1}{1 - a_2 T_1}\right) - \arctg\left(\frac{a_3}{a_2}\right)$ ; $a_5 = \frac{T_1^2}{T^2 (1 - 2a_2 T_1) + T_1^2}$ ; $a_6 = \frac{1}{T_1}$	$W(s) = \frac{0,37}{(T_1 s + 1)(T^2 s^2 + 2\xi T s + 1)}$ , $T_1 = 0,0005 \text{ с}$ , $T = 0,0035 \text{ с}$ , $\xi = 0,8$	5

Как показали расчеты, наиболее приемлемым вариантом является аппроксимация переходной характеристики передаточной функцией, представ-

ляющей собой соединение колебательного и аperiодического звеньев. Графики экспериментальной  $h_u(t)$  и переходных характеристик  $h_{au}(t)$ , построен-

ных по передаточным функциям, полученным в результате аппроксимации переходной характеристики МНК, представлены на рис. 9, 10.

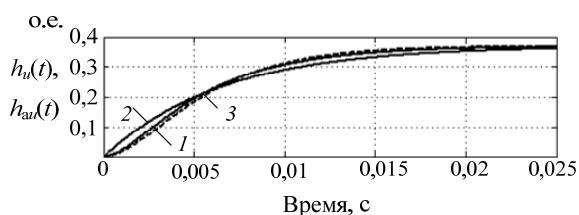


Рис. 9. Экспериментальная  $h_u(t)$  – кривая 1 и переходные характеристики  $h_{au}(t)$ : кривая 2 – ПФ 1; кривая 3 – ПФ 2 из табл. 2

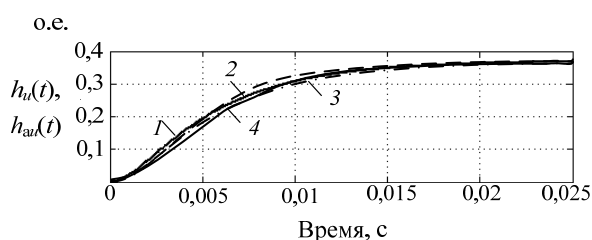


Рис. 10. Экспериментальная  $h_u(t)$  – кривая 1 и переходные характеристики  $h_{au}(t)$ : кривая 2 – ПФ 3; кривая 3 – ПФ 4; кривая 4 – ПФ 5 из табл. 2

Переходные характеристики, построенные по формулам, представленным в табл. 2, с точностью до 98% совпадают с экспериментальной, в то время как эти же характеристики, построенные через полученные передаточные функции, дают определенную погрешность (см. табл. 2). Поэтому найденные значения постоянных времени необходимо корректировать для повышения точности расчета.

Хотя метод наименьших квадратов дает точные результаты при нахождении коэффициентов переходной характеристики, наиболее рациональным и универсальным алгоритмом с точки зрения минимизации вычислительных затрат в цифровых регуляторах для аппроксимации исходной модели СЭП является алгоритм, основанный на методе площадей, применение которого дает незначительную погрешность. Описание алгоритма определения параметров передаточной функции предлагаемым методом приведено в данной статье, а его математическая составляющая представлена формулами (10)–(13).

Проведенные исследования позволили выбрать наиболее приемлемый по точности и практической реализации метод аппроксимации экспериментальной характеристики выходного напряжения реальной системы электропитания глубоководного аппарата. При определенных допущениях таким методом является метод площадей, позволяющий организовать эффективные алгоритмы определения параметров передаточной функции разомкнутой системы электропитания.

Статья написана по материалам исследований, выполненных в рамках работ по проекту 8.8184.2017/8.9 «Методология создания систем

энергогенерирующих и энергопреобразующих устройств для наземных и бортовых комплексов наземного, космического и подводного базирования».

#### Литература

1. Capocci R. Inspection-class remotely operated vehicles-a review / R. Capocci, G. Dooly, E. Omerdić et al. // Journal of Marine Science and Engineering. – 2017. – Vol. 5(1), No. 13. – P. 1–6.
2. AC subsea power transmission architectures, design and challenges, the martin linge case / T. Skaanoey, U. Kerin, N. Van Luijk, E. Thibaut // Proceedings of the Annual Offshore Technology Conference. – 2017. – Vol. 4. – P. 2920–2928.
3. Liu H. Design and experiment of control system for underwater ocean engineering structure inspection and cleaning remotely operated vehicle / H. Liu, Z. Song, S. Liang et al. // Lecture Notes in Electrical Engineering. – 2016. – Vol. 375. – P. 865–879.
4. Ludvigsen M. Towards integrated autonomous underwater operations for ocean mapping and monitoring / M. Ludvigsen, A.J. Sørensen // Annual Reviews in Control. – 2016. – Vol. 42. – P. 145–157.
5. Gerashchenko A.N. Method of energy efficiency assessment for power supply of autonomous drive systems for perspective mobile objects / A.N. Gerashchenko, N.I. Kulikov, A.V. Makarenko // Russian Aeronautics. – 2015. – Vol. 58, No. 4. – P. 461–465.
6. Design of sub-sea long distance electric power supply system / S. Xiao, T. Wei, K. Xiaojuan, P. Ying // DRPT 2011 – 2011 4th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies. – 2011. – No. 5994183. – P. 1760–1763.
7. Hazel T. Taking power distribution under the sea: Design, manufacture, and assembly of a Subsea electrical distribution system / T. Hazel, H.H. Baerd, J.J. Legeay, J.J. Bremnes // IEEE Industry Applications Magazine. – 2013. – Vol. 19(5), No. 6553138. – P. 58–67.
8. Букреев В.Г. Многомерная модель системы электропитания погружного технологического оборудования / В.Г. Букреев, Е.Б. Шандарова, В.М. Рулевский // Изв. Том. политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. – 2018. – Т. 329, № 4. – С. 119–132.
9. Rulevskiy V.M. The power supply system model of the process submersible device with AC power transmission over the cable-rope / V.M. Rulevskiy, V.G. Bukreev, E.O. Kuleshova et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – Vol. 177(1), No. 012098. – P. 1–6.
10. Долинина А.А. Алгоритм моделирования нелинейных устройств на основе методов понижения порядка моделей и кусочно-линейной аппроксимации / А.А. Долинина, В.Н. Ланцов // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2014. – Т. 4, № 16. – С. 28–33.
11. Zhang J. Multivariable nonlinear model of ultrasonic motor based on Hammerstein model and uniform design / J. Zhang, T. Zhang, Z. Xie, W. Wu // Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation. – 2010. – No. 5554611. – P. 5794–5799.
12. Li H. An improved reduced-order model of an electric pitch drive system for wind turbine control system design and simulation / H. Li, C. Yang, Y. Hu, J. Zhang // Renewable Energy. – 2016. – Vol. 93. – P. 188–200.
13. Mathematical model for the power supply system of an autonomous object with an AC power transmission over a cable rope / V.M. Rulevskiy, V.G. Bukreev, E.O. Kuleshova et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – Vol. 177(1), No. 012073. – P. 1–7.

14. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: учеб. для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.

15. Фафурин В.А. Автоматизация технологических процессов и производств: лабораторный практикум / В.А. Фафурин, И.Н. Терюшов. – Казань: Изд-во Казан. гос. технолог. ун-та, 2008. – 552 с.

16. Рутковский А.Л. Оптимизация коэффициентов передаточной функции, полученной модифицированным методом Симою по экспериментально снятой переходной характеристике / А.Л. Рутковский, Л.И. Матвеева, Г.В. Козачек // Вестник Воронеж. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 6, № 3. – С. 138–141.

17. Макаров И.М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал) / И.М. Макаров, Б.М. Менский. – М.: Машиностроение, 1982. – 504 с.

18. Айвазян С.А. Методы эконометрики. – М.: Магистр, 2010. – 512 с.

#### Рулевский Виктор Михайлович

Канд. техн. наук, директор Научно-исследовательского института автоматизации и электромеханики Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР) Ленина пр-т, д. 40, г. Томск, Россия, 634050.  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9229-8611>  
Тел.: +7-906-950-04-01  
Эл. почта: rulevsky@niiam.tomsk.ru

#### Букреев Виктор Григорьевич

Д-р техн. наук, профессор Инженерной школы энергетики Национального исследовательского Томского политехнического университета (НИ ТПУ) Ленина пр-т, д. 30, г. Томск, Россия, 634050.  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9861-9765>  
Тел.: +7-913-854-21-96  
Эл. почта: bukreev@tpu.ru

#### Шандарова Елена Борисовна

Канд. техн. наук, доцент Инженерной школы энергетики НИ ТПУ Ленина пр-т, д. 30, г. Томск, Россия, 634050.  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7473-2771>  
Тел.: +7-913-811-98-26  
Эл. почта: shandarovaelena@mail.ru

Rulevskiy V.M., Bukreev V.G., Shandarova E.B.

#### Approximation of a nonlinear mathematical model of the power system of a deep-sea apparatus

A comparative evaluation of methods for describing the transient characteristics of an open power supply system (PSS) for a deep-water vehicle is proposed to solve the problem of approximating its complex mathematical model by transfer functions. Graphic and numerical methods for calculating the parameters of the transfer functions are considered, for which the accuracy of the approximation of the nonlinear PSS model is estimated. The conducted research allowed us to choose the method of approximation of the experimental characteristic of the output voltage of a real power supply system.

**Keywords:** power supply system, power transmission by cable-cable, transfer function, algorithm for calculating the parameters of the transfer function.

**doi:** 10.21293/1818-0442-2018-21-3-85-92

#### References

1. Capocci R., Dooly G., Omerdić E. et al. Inspection-class remotely operated vehicles-a review. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2017, vol. 5(1), no. 13, pp. 1–6.

2. Skaanoey T., Kerin U., Van Luijk N., Thibaut E. AC subsea power transmission architectures, design and challenges, the martin linge case. *Proceedings of the Annual Off-shore Technology Conference*, 2017, Vol. 4, pp. 2920–2928.

3. Liu H., Song Z., Liang S. et al. Design and experiment of control system for underwater ocean engineering structure inspection and cleaning remotely operated vehicle. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2016, vol. 375, pp. 865–879.

4. Ludvigsen M., Sørensen A.J. Towards integrated autonomous underwater operations for ocean mapping and monitoring. *Annual Reviews in Control*, 2016, vol. 42, pp. 145–157.

5. Gerashchenko A.N., Kulikov N.I., Makarenko A.V. Method of energy efficiency assessment for power supply of autonomous drive systems for perspective mobile objects. *Russian Aeronautics*, 2015, vol. 58, no. 4, pp. 461–465.

6. Xiao S., Wei T., Xiaojuan K., Ying P. Design of sub-sea long distance electric power supply system. *DRPT 2011 – 2011 4th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, 2011, no. 5994183, pp. 1760–1763.

7. Hazel T., Baerd H.H., Legeay J.J., Bremnes J.J. Taking power distribution under the sea: Design, manufacture, and assembly of a Subsea electrical distribution system. *IEEE Industry Applications Magazine*, 2013, vol. 19 (5), no. 6553138, pp. 58–67.

8. Bukreev V.G., Shandarova E.B., Rulevskiy V.M. Power supply system model of remote processing equipment. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University, Geo Assets Engineering*, 2018, vol. 329, no. 4, pp. 119–131.

9. Rulevskiy V.M., Bukreev V.G., Kuleshova E.O. et al. The power supply system model of the process submersible device with AC power transmission over the cable-rope. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 177(1), no. 012098, pp. 1–6.

10. Dolinina A.A., Lantsov V.N. Algorithm of simulation of nonlinear devices on the basis of reduced order model methods and piecewise linear approximation. *Radio and telecommunication systems*, 2014, no. 4(16), pp. 28–33 (In Russ.).

11. Zhang J., Zhang T., Xie Z., Wu W. Multivariable nonlinear model of ultrasonic motor based on Hammerstein model and uniform design. *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation*, 2010, no. 5554611, pp. 5794–5799.

12. Li H., Yang C., Hu Y. et al. An improved reduced-order model of an electric pitch drive system for wind turbine control system design and simulation. *Renewable Energy*, 2016, vol. 93, pp. 188–200.

13. Rulevskiy V.M., Bukreev V.G., Shandarova E.B. et al. Mathematical model for the power supply system of an autonomous object with an AC power transmission over a cable rope. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 177(1), no. 012073, pp. 1–7.

14. Rotach V.I.A. Teoriia avtomaticheskogo upravleniia teploenergeticheskimi protsessami: Uchebnik dlia vuzov [Theory of automatic control of heat and power processes: Textbook for high schools]. Moscow, Energoatomizdat, 1985. 296 p.

15. Fafurin V.A. Avtomatizatsiia tekhnologicheskikh protsessov i proizvodstv laboratornyi praktikum [Automation of technological processes and productions: laboratory practice] / V.A. Fafurin, I.N. Teriushov. Kazan, Izd-vo Kazan. Gos. Tekhnol. un-та, 2008. 552 p.

16. Rutkovskiy A.L., Matveyeva L.I., Kozachek G.V. Optimization of factors of transmission function, got by modified method by Simoyu according to the experimental skim connection feature. Bulletin of Voronezh state technical University, 2010, vol. 6, no. 3, pp. 138–141 (In Russ.).

17. Makarov I.M., Menskii B.M. Lineinye avtomaticheskies sistemy (elementy teorii metody rascheta i spravochnyi material) [Linear automatic systems (theory elements, calculation methods and reference material)]. Moscow, Mashinostroenie, 1982. 504 p.

18. Aivazian S.A. Metody ekonometriki [Methods of Econometrics]. Moscow, Magistr, 2010. 512 p.

---

**Viktor M. Rulevskiy**

Candidate of Technical Sciences, Director,  
Research Institute of Automation and Electromechanics,  
Tomsk State University of Control Systems and  
Radioelectronics (TUSUR)  
40, Lenina pr., Tomsk, Russia, 634050  
ORCID <https://orcid.org/0000-0002-9229-8611>  
Phone: +7-906-950-04-01  
Email: rulevsky@niiiaem.tomsk.ru

**Viktor G. Bukreev**

Doctor of Technical Sciences, Professor,  
School of Energy & Power Engineering, National Research  
Tomsk Polytechnic University (TPU)  
30, Lenin pr., Tomsk, Russia, 634050  
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9861-9765>  
Phone: +7-913-854-21-96  
Email: bukreev@tpu.ru

**Elena B. Shandarova**

Candidate of Technical Sciences, assistant professor,  
School of Energy & Power Engineering, National Research  
Tomsk Polytechnic University (TPU)  
30, Lenina pr., Tomsk, Russia, 634050  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7473-2771>  
Phone: +7-913-811-98-26  
Email: shandarovaelena@mail.ru